

# Modelle und Lösungsverfahren zur Generierung von Flugplänen

Inaugural-Dissertation  
zur  
Erlangung des Doktorgrades  
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät  
der Universität zu Köln

vorgelegt von  
**Anja Noltemeier**  
aus Karlsruhe

Köln 2000

Berichterstatter: Prof. Dr. Rainer Schrader  
Prof. Dr. Ewald Speckenmeyer

Tag der mündlichen Prüfung: 12. Mai 2000

Berichte aus der Informatik

**Anja Noltemeier**

**Modelle und Lösungsverfahren  
zur Generierung von Flugplänen**

D 38 (Diss. Universität zu Köln)

Shaker Verlag  
Aachen 2001

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Noltemeier, Anja:*

Modelle und Lösungsverfahren zur Generierung von Flugplänen/

Anja Noltemeier. Aachen : Shaker, 2001

(Berichte aus der Informatik)

Zugl.: Köln, Univ., Diss., 2000

ISBN 3-8265-8320-5

Copyright Shaker Verlag 2001

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-8320-5

ISSN 0945-0807

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Ein Dankeschön

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die dazu beigetragen haben, daß diese Arbeit entstehen konnte. Mein ganz besonderer Dank gilt

- Herrn Prof. Dr. R. Schrader für die Gelegenheit, am ZPR/ZAIK Forschung betreiben zu dürfen, und für die Betreuung dieser Arbeit,
- Dr. Andreas Nolte, Andreas Erdmann und der gesamten Optimierungsgruppe am ZAIK für erhellende Diskussionen und die gute Zusammenarbeit,
- PD Dr. Winfried Hochstättler für seine Hilfe bei komplexitätstheoretischen Fragestellungen,
- den eifrigen Korrektoren,
- allen Kollegen am ZAIK für die gute Zusammenarbeit und die nette Atmosphäre, und
- „meinen Mädels“ auch für den Beistand,
- meinen Freunden und meiner Familie für ihre Unterstützung.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>5</b>
2.1	Allgemeine Grundlagen und lineare Algebra . . . . .	5
2.2	Komplexitätstheorie . . . . .	6
2.3	Polyederttheorie . . . . .	8
2.4	Lineare Programmierung . . . . .	9
2.5	Graphentheorie und Netzwerkflüsse . . . . .	10
<b>3</b>	<b>Generierung von Flugplänen</b>	<b>13</b>
3.1	Problembeschreibung . . . . .	13
3.2	Verwandte Probleme und mathematische Modelle . . . . .	16
3.3	Ein einfaches Modell . . . . .	18
3.3.1	Annahmen . . . . .	19
3.3.2	Flugzeugrotationen und Passagierreiserouten . . . . .	20
3.3.3	Formulierung als lineares gemischtes 0-1-Programm . . . . .	23
<b>4</b>	<b>Literaturübersicht</b>	<b>29</b>
<b>5</b>	<b>Komplexität des Problems</b>	<b>35</b>
<b>6</b>	<b>Praxisnahe Modellierung des Problems</b>	<b>41</b>
6.1	Anzahl beförderbarer Passagiere . . . . .	41
6.1.1	Via-Flüge . . . . .	42
6.1.2	Dreiecks-Flüge . . . . .	42
6.1.3	Drehkreuze . . . . .	43
6.1.4	Passagierabhängige Kosten und Nebenbedingungen . . . . .	45
6.2	Einsparung von Flugzeugen . . . . .	45
6.3	Weitere Szenarien . . . . .	47
6.3.1	Aufgabe der Symmetrie . . . . .	47
6.3.2	Clustern der Zielgebiete . . . . .	48
6.4	Erweitertes mathematisches Modell . . . . .	48
6.4.1	Annahmen . . . . .	49
6.4.2	Erweiterte Flugzeugrotationen und Passagierreiserouten . . . . .	49
6.4.3	Formulierung als Pfad-basiertes lineares gemischtes 0-1-Programm . . . . .	50
6.4.4	Diskussion des Modells . . . . .	52

<b>7 Lösen von Relaxierungen</b>	<b>53</b>
7.1 Lagrange-Relaxierung	53
7.2 LP-Relaxierung	53
7.2.1 Enumeration aller Spalten	55
7.2.2 Dynamische Spaltengenerierung	56
<b>8 Heuristiken</b>	<b>59</b>
8.1 Heuristik für die Tagesplanung	59
8.2 Heuristik für die Wochenplanung	60
8.3 Gap	61
<b>9 Polyedrische Betrachtungen</b>	<b>63</b>
9.1 Das SGP Polytop	64
9.2 Triviale Ungleichungen/ Preprocessing	64
9.3 Minimale Überdeckungs-Ungleichungen für das einfache SGP	65
9.3.1 Minimale Überdeckungs-Ungleichungen – gemischter 0-1-Typ	65
9.3.2 Separation	69
9.4 Ein lokales Polyeder	70
9.5 Cutset-Ungleichungen	71
9.6 Gomory-Schnitte	72
9.7 Minimale Überdeckungs-Ungleichungen für das einfache und das erweiterte SGP	73
9.7.1 Minimale Überdeckungs-Ungleichungen - gemischt ganzzahliger Typ	74
9.7.2 Separation	82
<b>10 Exakte Lösungsverfahren</b>	<b>83</b>
10.1 Branch-and-Cut	83
10.2 Implementations-Details	86
10.3 Branch-and-Cut-and-Price	89
<b>11 Ergebnisse</b>	<b>91</b>
11.1 Die Datensätze	92
11.2 Vorgegebener (Vergleichs-)Flugplan	93
11.3 Ergebnisse für das einfache Modell	94
11.4 Ergebnisse für das erweiterte, praxismähere Modell	97
11.4.1 Ergebnisse – Erhöhung der Anzahl beförderter Passagiere	97
11.4.2 Ergebnisse – Einsparung von Flugzeugen	102
11.4.3 Anmerkungen – Weitere Szenarien	107
<b>12 Bemerkungen und Ausblick</b>	<b>109</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>111</b>
<b>Zusammenfassung</b>	<b>119</b>