On the Role of the Number of Rotor Blades for Helicopter Vibrations

Dipl.-Ing. Alexander Steinwandel

Universität Stuttgart
Institut für Flugmechanik und Flugregelung

Fortschrittsberichte

On the Role of the Number of Rotor Blades for Helicopter Vibrations

A thesis submitted to the Faculty of Aerospace Engineering and Geodesy of the University of Stuttgart in partial fulfillment of the requirements for the degree of
Doctor of Engineering Sciences (Dr.-Ing.)

by
Dipl.-Ing. Alexander Steinwandel
born in
Stuttgart, Germany

Committee chair:	Prof. Dr.-Ing Walter Fichter
Committee member:	Prof. Dr. Umberto Saetti
Date of defense:	April 14, 2023

Institute of Flight Mechanics and Controls
University of Stuttgart
2023

Fortschrittsberichte des Instituts für Flugmechanik und Flugregelung

Band 17

Alexander Steinwandel

On the Role of the Number of Rotor Blades for Helicopter Vibrations

D 93 (Diss. Universität Stuttgart)

Shaker Verlag
Düren 2024

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2023

Copyright Shaker Verlag 2024
All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-9350-6
ISSN 2199-3483

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren
Phone: 0049/2421/99011-0 • Telefax: 0049/2421/99011-9
Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Contents

Nomenclature **v**

Abstract **xi**

Kurzfassung **xiii**

1 Introduction **1**

1.1 Motivation 1
1.2 Problem Statement 7
1.3 State of the Art 7
1.4 Research Contributions 12
1.5 Structure of the Thesis 13

2 Geometrical Modeling of Helicopter Main Rotor Vibrations **15**

2.1 General Properties of Rotor Blade Dynamics 16
2.2 Steady-State Transfer Behavior of Linear Time-Periodic Systems 22
2.3 Geometrical Modeling of Helicopter Main Rotor Vibrations . 30

3 Systematic Main Rotor Vibrations **39**

3.1 Geometrical Model of Systematic Main Rotor Vibrations . . . 40
3.2 Analysis of Systematic Main Rotor Vibrations 57

4 Reduction of Systematic Vibration Through Individual Blade Control **67**

4.1 Methods for IBC Vibration Reduction 68
4.2 Quasi-Steady Transfer Model for Individual Blade Control . . 72
4.3 Vibration Reduction Potential of an IBC System 74

4.4 Influence of the Number of Blades on Active Vibration Reduction 78

5 Random Main Rotor Vibrations 83

5.1 Stochastic Geometric Model for Random Main Rotor Vibration 84
5.2 Analysis of Random Main Rotor Vibrations 85
5.3 Influence of Number of Rotor Blades on Random Main Rotor Vibrations 99

6 Active Reduction of Random Vibration Using Individual Blade Control 103

6.1 In-Flight Tracking Control on a Four-Bladed Rotor 104
6.2 Ideal Rotor Model and Transfer Path Analysis 108
6.3 Control Algorithm for the N-Bladed Rotor 122
6.4 Closed-Loop Simulation 142

7 Summary and Outlook 157

List of Figures 163

Bibliography 165

Nomenclature

Latin Symbols

$\boldsymbol{A}(t)$	$[-]$	System matrix of a linear system
A_h	$[-]$	Cosine part of the h/rev vibrations of the ref. blade
$A_{i,h}$	$[-]$	Cosine part of the h/rev vibrations of the i-th blade
a_h	$[-]$	Amplitude of the h/rev vibrations
$\boldsymbol{B}(t)$	$[-]$	Input matrix of a linear system
B_h	$[-]$	Sine part of the h/rev vibration of the ref. blade
$B_{i,h}$	$[-]$	Sine part of the h/rev vibration caused by the i-th blade
$\boldsymbol{C}(t), \boldsymbol{D}(t)$	$[-]$	Matrices of the measurement equation of a linear system
${}_B\boldsymbol{F}_h$	[Nm]	h/rev components of the blade root forces
${}_R\boldsymbol{F}(t)$	[N]	Vector of rotor hub forces
${}_R\boldsymbol{F}_h$	[Nm]	h/rev components of the rotor hub forces
${}_B\boldsymbol{f}$	$[\mathrm{N}, \mathrm{Nm}]$	Vector of generic blade root force harmonic components
${}_B\boldsymbol{f}_h$	$[\mathrm{N}, \mathrm{Nm}]$	Vector of generic blade root force h/rev components
${}_Bf_i(t)$	$[\mathrm{N}, \mathrm{Nm}]$	Time signal of the generic root force of the i-th blade

${}_B\boldsymbol{g}_{m\cdot N}(\boldsymbol{u})$	[N, Nm]	Nonlinear transfer behavior of $m\cdot N$/rev blade root loads
${}_R\boldsymbol{g}_{m\cdot N}(\boldsymbol{u})$	[N, Nm]	Nonlinear transfer behavior of $m\cdot N$/rev rotor hub loads
$\boldsymbol{I}$	[−]	Identity matrix
$\boldsymbol{K}$	[−]	Gain matrix of the in-flight tracking controller
K_β	[Nm/rad]	Stiffness of the center spring
${}_B\boldsymbol{M}_h$	[Nm]	h/rev components of the blade root moments
${}_R\boldsymbol{M}_h$	[Nm]	h/rev components of the rotor hub moments
$\boldsymbol{m}(t)$	[−]	Vector of harmonic time signals
N	[−]	Number of rotor blades
$\boldsymbol{R}(\phi)$	[−]	2-dimensional rotation matrix with the angle ϕ
$\boldsymbol{R}_i$	[−]	Rotation matrix for all vibration components of blade i
$\boldsymbol{T}$	[−]	Transfer matrix
$\bar{\boldsymbol{T}}$	[−]	Symmetrized transfer matrix
$\hat{\boldsymbol{T}}$	[−]	Identified transfer matrix
T	[s]	Fundamental period of a time periodic system
$\bar{\boldsymbol{T}}_{comb}$	[−]	Symmetrized transfer matrix for multiple vibrations signals
$\boldsymbol{T}_h$	[−]	Transfer matrix for h/rev vibrations
t	[s]	Time
$\boldsymbol{t}_{i,h}$	[−]	i-th column of the matrix $\boldsymbol{T}_h$
$\boldsymbol{u}$	[−]	Vector of quasi-steady inputs
$\boldsymbol{u}(t)$	[−]	Input vector of a state space system
$\boldsymbol{W}_u$, $\boldsymbol{W}_y$	[−]	Weighing matrices of the HHC algorithm
$\bar{\boldsymbol{W}}_y$	[−]	Cholesky decomposition of the matrix $\boldsymbol{W}_y$, $\bar{\boldsymbol{W}}_y \cdot \bar{\boldsymbol{W}}_y^T = \boldsymbol{W}_y$
$\boldsymbol{x}(t)$	[−]	State vector of a state space system

$\boldsymbol{y}$	[−]	Vector of harmonic vibration components
$\boldsymbol{y}(t)$	[−]	Output vector of a state space system
$\boldsymbol{y}_0$	[−]	Vector of harmonic components of the baseline vibrations
$\boldsymbol{y}_{0,h}$	[−]	Vector of h/rev components of the baseline vibrations
$\boldsymbol{y}_h$	[−]	Vector of h/rev vibration components
$y_h(t)$	[−]	h/rev rotor vibration time signal
$y_{i,h}(t)$	[−]	h/rev i-th blade vibration time signal

Greek Symbols

β	[rad]	Blade flapping angle
γ	[−]	Relaxation factor of the HHC algorithm
$\mu_{a,h}$	[−]	Expectations of the h/rev vibration amplitude
$\mu_{A,h}, \mu_{B,h}$	[−]	Expectations of the h/rev single blade vibration components
Ω	[rad/s]	Rotational speed of the helicopter rotor
ω_p	[rad/s]	Pumping frequency of a linear time periodic system $\omega_p = \frac{2 \cdot \pi}{T}$
Ψ	[rad]	Rotor azimuth angle
$\Psi_i(t)$	[rad]	Azimuth position of the i-th blade
$\Psi_{0,i}$	[rad]	Installation angle of the i-th rotor blade
$\sigma^2_{a,h}$	[−]	Variance of the h/rev vibration amplitude
$\sigma^2_{A,h}, \sigma^2_{B,h}$	[−]	Variances of the h/rev single blade vibration components
$\mathbf{\Phi}(t_2, t_1)$	[−]	State transition matrix between the times t_1 and t_2

Subscripts

$(\cdot)_{add}$	Additive fixed-frame contribution
$(\cdot)_{cosc}$	Cosine cyclic fixed-frame contribution
$(\cdot)_{cos}$	Cosine component
$(\cdot)_{ip}$	Concerning the in-plane direction of the effective root loads
$(\cdot)_{sinc}$	Cosine cyclic fixed-frame contribution
$(\cdot)_{sin}$	Sine component
$(\cdot)_x$, $(\cdot)_y$, $(\cdot)_z$	Concerning the x, y or z-axis

Acronyms

h/rev	h-th multiple of the rotor frequency
CA	Comprehensive analysis
CFD	Computational fluid dynamics
HHC	Higher harmonic control
IBC	Individual Blade Control

Abstract

The permanent changes of the airflow at the blades of a helicopter rotor lead to vibratory airloads at the blades, resulting in vibrations in the helicopter airframe. These vibrations have an adverse effect on passenger comfort and cause a significant part of the maintenance costs of a helicopter. Apart from passive approaches, research has increasingly focused on the use of active systems for helicopter vibration reduction. The concept of individual blade control (IBC), allowing individual inputs for every blade, is one of the most promising approaches currently under investigation. Since studies of helicopter vibrations and IBC typically investigate the physical and technical aspects of a specific rotor system, the role of the number of rotor blades does not receive much consideration.

To fill this gap, the present work investigates the role of the number of rotor blades for helicopter vibration and active vibration reduction using IBC. To this end, models of the quasi-steady helicopter main rotor vibrations are formulated as analytical functions of the quasi-steady vibrations of the single blade and the number of rotor blades. As these models use only general dynamic properties of the rotor blade, the analysis of these models results in general conclusions not limited to a particular kind of helicopter rotor.

The investigation distinguishes between two kinds of helicopter main rotor vibrations. The first kind results from the superposition of vibration contributions of identical rotor blades. As this kind of vibration occurs even under ideal circumstances, it is referred to as systematic main rotor vibration. In contrast to that, the random main rotor vibrations are caused by dissimilarities among the rotor blades. These dissimilarities are caused by the tolerances in blade manufacturing and rotor assembly for any real-world rotor system.

To investigate the systematic main rotor vibrations, the vibratory forces

and moments at the rotor hub are determined by superposing the vibratory loads at the roots of an arbitrary number of blades. This analysis shows that the number of blades selects the harmonics of the vibratory blade root loads, which contribute to the resulting vibratory forces and moments at the rotor hub.

For the investigation of the active reduction of systematic main rotor vibrations using IBC, a model for the quasi-steady transfer behavior from IBC inputs to the vibratory rotor hub loads is derived based on the model for the vibratory hub loads developed earlier. From the analysis of this model can be observed that the number of rotor blades has no direct influence on the potential of an IBC system for the reduction of systematic main rotor vibrations.

The effects of the number of rotor blades for random main rotor vibrations are analyzed using a stochastic model of the helicopter main rotor vibrations. For the derivation of this model, stochastic representations of the vibrations contributed by the individual blades are superposed. The analysis of the stochastic vibration model shows that the expectation and the variance of the amplitude of the random main rotor vibrations are decreasing with an increasing number of blades if the mass of the helicopter is kept constant.

For the active reduction of random main rotor vibrations, a general control concept formulated as a function of the number of blades is presented. This control concept aims at reducing random vibrations by applying quasi-static IBC inputs to the rotor. The basis for this concept is provided by the analysis of the transfer paths from quasi-static IBC inputs to random vibrations using the model of an ideal rotor with an arbitrary number of blades. Apart from the general design of the controller, the results of this analysis are also employed to generalize the solution to problems arising from the practical application of this control concept. This encompasses the efficient re-parametrization of the weighted control law using a symbolic singular value decomposition, the systematic avoidance of integrator drift in ineffective parts of the space of control commands, as well as an algorithm for the quasi-optimal limitation of control commands. In the final step, the function of this generalized control concept is validated in simulations for rotors with 3 to 8 blades.

Kurzfassung

Durch sich ständig ändernde Strömungsverhältnisse treten an den Blättern eines Hubschrauberrotors periodische Lasten auf, die zu Vibrationen im Hubschrauber führen. Diese Vibrationen wirken sich negativ auf den Passagierkomfort aus und sorgen zudem für erheblichen Wartungsaufwand. Neben passiven Methoden zur Vibrationsreduktion rücken vermehrt Systeme zur aktiven Vibrationsunterdrückung in den Vordergrund der Forschung. Besonders vielversprechend ist dabei die gezielte Ansteuerung einzelner Rotorblätter (Individual Blade Control, kurz IBC). Da sich die Forschung zu Vibrationsreduktion und IBC typischerweise mit physikalischen und technischen Aspekten konkreter Rotorsysteme auseinandersetzt, findet die Rolle der Anzahl der Rotorblätter für die Vibrationen wenig Beachtung.

Um diese Lücke zu schließen, beschäftigt sich diese Arbeit mit dem Einfluss der Anzahl der Rotorblätter auf die Vibrationen und deren aktive Reduktion mittels IBC. Dazu werden Modelle für die quasi-stationären Vibrationen am Hubschrauber als eine analytische Funktion der Vibrationen des einzelnen Blatts sowie der Anzahl der Rotorblätter formuliert. Da diese Modelle nur grundlegende dynamische Eigenschaften eines Rotorblatts verwenden, können aus diesen Betrachtungen Aussagen allgemeiner Gültigkeit abgeleitet werden.

Bei der Untersuchung wird zwischen zwei Arten von Vibrationen unterschieden. Die erste Vibrationsart folgt aus der Überlagerung der Vibrationsanteile identischer Blätter. Da diese Vibrationen auch unter idealen Bedingungen auftreten, werden sie als systematische Vibrationen bezeichnet. Im Gegensatz dazu entstehen die sogenannten zufälligen Vibrationen aus Unterschieden zwischen den einzelnen Rotorblättern, die sich für ein reales Rotorsystem aus zufälligen Einbaufehlern und Fertigungsabweichungen ergeben.

Zur Untersuchung der systematischen Vibrationen werden die vibratorischen

Kräfte und Momente am Rotorkopf durch die Überlagerung der vibratorischen Lasten an den Wurzeln der einzelnen Blätter für eine unbestimmte Anzahl von Blättern bestimmt. Dabei zeigt sich, dass die Anzahl der Rotorblätter vor allem bestimmt, aus welchen harmonischen Anteilen der Blattlasten sich die Kräften und Momente am Rotorkopf zusammensetzen.

Um die aktive Reduktion systematischer Vibrationen mittels IBC zu untersuchen, wird auf Basis des Modells für systematische Vibrationen ein Modell für das quasi-stationäre Übertragungsverhalten von den Eingängen des IBC-Systems auf die vibratorischen Rotorkopflasten hergeleitet. Die Untersuchung dieses Modells zeigt, dass die Anzahl der Rotorblätter keinen direkten Einfluss auf das Potential eines IBC-Systems zur Vibrationsreduktion besitzt.

Der Einfluss der Anzahl der Rotorblätter auf die zufälligen Vibrationen wird mithilfe eines stochastischen Modells untersucht. Dafür werden stochastische Modelle der quasi-stationären Vibrationen durch die einzelnen Blätter überlagert. Die Analyse dieses Modells zeigt, dass sowohl der Erwartungswert als auch die Varianz der Amplitude der zufälligen Vibrationen für einen Hubschrauber konstanter Masse mit steigender Anzahl der Blätter sinkt.

Für die aktive Reduktion zufälliger Vibrationen wird ein Regelungskonzept in Abhängigkeit von der Anzahl der Blätter hergeleitet, das auf die Reduktion der zufälligen Vibrationen mit quasi-statischen Steuereingaben eines IBC-Systems abzielt. Die Grundlage für dieses Konzept bildet eine Untersuchung der Übertragungspfade von quasi-statischen Eingangssignalen auf die zufälligen Vibrationen mithilfe eines analytischen Modells eines idealen Rotors mit einer unbestimmten Anzahl von Blättern. Abseits des Entwurfs des Reglers, werden die Ergebnisse dieser Untersuchung auch zur Verallgemeinerung bekannter Lösungen für Probleme, die im Rahmen der praktischen Anwendung des Reglers auftreten, verwendet. Dies beinhaltet die effiziente Reparametrierung des gewichteten Regelgesetzes mithilfe einer symbolischen Singulärwertzerlegung, die Vermeidung von Integratorendrift in ineffektiven Teilen des Steuerraums, sowie eine Methode zur quasi-optimalen Stellgrößenbeschränkung. Abschließend wird die Funktion dieses umfassenden, allgemeinen Regelungskonzepts durch Simulationen für Rotoren mit 3 bis 8 Blättern validiert.