

Effiziente Entscheidungsverfahren zur  
*E*-Unifikation

Von der Fakultät für Mathematik,  
Informatik und Naturwissenschaften der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der Naturwissenschaften  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von  
Diplom-Informatiker Jörn Richts  
aus Warburg

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Franz Baader  
Universitätsprofessor Dr. Klaus Schulz

Tag der mündlichen Prüfung: 7. Dezember 1999

D 82 (Diss. RWTH Aachen)



Berichte aus der Informatik

**Jörn Richts**

**Effiziente Entscheidungsverfahren zur E-Unifikation**

D 82 (Diss. RWTH Aachen)

Shaker Verlag  
Aachen 2000

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Richts, Jörn:*

Effiziente Entscheidungsverfahren zur E-Unifikation/Jörn Richts.

- Als Ms. gedr. - Aachen : Shaker, 2000

(Berichte aus der Informatik)

Zugl.: Aachen, Techn. Hochsch., Diss., 2000

ISBN 3-8265-7335-8

Copyright Shaker Verlag 2000

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISBN 3-8265-7335-8

ISSN 0945-0807

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Abstract

Im automatischen Beweisen ist der Einsatz von  $E$ -Unifikation eine Technik, um allgemein anwendbare Beweisverfahren wie Resolution oder Vollständigkeit mit Spezialverfahren zu ergänzen. Diese können zwar nur sehr spezielle Probleme lösen, sind dabei aber besonders effizient. Durch den Einsatz von  $E$ -Unifikation wird die Behandlung einer Gleichungstheorie  $E$  von dem allgemeinen Beweisverfahren in ein spezielles Unifikationsverfahren verlagert.

Treten in einem Beweisproblem mehrere Gleichungstheorien  $E_0, \dots, E_n$  auf, so entsteht die Aufgabe, die einzelnen Unifikationsverfahren für diese Theorien zu einem Unifikationsverfahren für die vereinigte Theorie  $E_0 \cup \dots \cup E_n$  zu kombinieren. Zu diesem Zweck wurden in der Literatur mehrere Kombinationsalgorithmen vorgestellt. Diese beschäftigen sich aber fast ausschließlich mit der Kombination von  $E$ -Unifikationsverfahren, die sogenannte vollständige Mengen von Unifikatoren, also Mengen von Lösungen, berechnen. In den letzten Jahren ist jedoch zusätzlich das Interesse an  $E$ -Unifikationsverfahren gestiegen, die als reine Entscheidungsverfahren arbeiten. Franz Baader und Klaus Schulz haben einen Kombinationsalgorithmus vorgestellt, der auch Entscheidungsverfahren zur  $E$ -Unifikation kombinieren kann. Dieser Algorithmus ist vornehmlich von theoretischem Interesse, da eine direkte Implementierung wegen des enorm großen Suchraums für praktische Probleme nicht geeignet ist.

In der vorliegenden Arbeit wird aufbauend auf dem Algorithmus von Baader und Schulz ein optimiertes Kombinationsverfahren für Entscheidungsverfahren zur  $E$ -Unifikation vorgestellt. Der grundlegende Gedanke dieser Optimierung ist, den Suchraum durch den Austausch von Informationen zwischen den Komponentenverfahren der beteiligten Theorien  $E_0, \dots, E_n$  zu beschränken. Um diesen Informationsaustausch spezifizieren und seine Korrektheit beweisen zu können, wird ein spezieller Formalismus, die sogenannten Constraints, eingeführt. Außerdem wird für drei ausgewählte Theorien vorgestellt, wie bekannte Entscheidungsverfahren für diese Theorien so erweitert werden können, dass sie sich an dem angesprochenen Informationsaustausch beteiligen können. Laufzeittests mit den implementierten Algorithmen zeigen, dass diese Optimierungen tatsächlich zu Unifikationsalgorithmen führen, welche für Probleme in der Praxis einsetzbar sind.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung und Motivation</b>	<b>1</b>
1.1	Unifikation . . . . .	2
1.2	Übersicht . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Terme und Substitutionen . . . . .	7
2.2	Gleichungstheorien . . . . .	9
2.3	Unifikation . . . . .	10
2.4	Kombination . . . . .	12
2.5	Kombinationsverfahren . . . . .	13
2.6	Variablenabstraktion . . . . .	15
2.7	Der Kombinationsalgorithmus von Baader und Schulz . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Optimierungen des Kombinationsverfahrens</b>	<b>25</b>
3.1	Der Suchraum . . . . .	25
3.2	Eingeschränkte $E_i$ -Unifikatoren . . . . .	30
3.3	Constraints . . . . .	35
3.4	Unifikationsprobleme und Constraints . . . . .	41
3.5	Konsequenzen . . . . .	43
3.6	Der Algorithmus . . . . .	45
3.7	Die Komponentenalgorithmen . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Syntaktische Unifikation</b>	<b>53</b>
4.1	Syntaktische Unifikation in der Kombination . . . . .	53
4.2	Bekannte Verfahren . . . . .	54
4.3	<i>Free</i> -Konsequenzen . . . . .	64
<b>5</b>	<b><i>ACI</i>-Unifikation</b>	<b>69</b>
5.1	Allgemeine Resultate . . . . .	69
5.2	Das Verfahren von Kapur und Narendran . . . . .	71
5.3	<i>ACI</i> -Unifikation mit linearen Konstantenrestriktionen . . . . .	77
5.4	<i>ACI</i> -Konsequenzen . . . . .	81

<b>6</b>	<b>AC-Unifikation</b>	<b>97</b>
6.1	Allgemeine Resultate . . . . .	97
6.2	Bekannte Verfahren . . . . .	100
6.3	AC-Unifikation und diophantische Gleichungen . . . . .	103
6.4	AC-Konsequenzen . . . . .	111
<b>7</b>	<b>Implementierung und Tests</b>	<b>125</b>
7.1	Laufzeittests . . . . .	126
7.2	Die Implementierung im Überblick . . . . .	128
<b>8</b>	<b>Ausblick und Zusammenfassung</b>	<b>133</b>
8.1	Erweiterungen . . . . .	133
8.2	Vergleich mit anderen Verfahren . . . . .	134
8.3	Zusammenfassung . . . . .	137
<b>A</b>	<b>Beweise</b>	<b>139</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>149</b>
	<b>Index</b>	<b>159</b>