Christian Posthoff,
Bernd Steinbach

Grundlagen der Geometrie

SHAKER
VERLAG

Geometrie 1

Konzepte, Elemente und Anwendungen

Christian Posthoff
Bernd Steinbach

Berichte aus der Mathematik

Christian Posthoff, Bernd Steinbach

Grundlagen der Geometrie

Shaker Verlag
Düren 2020

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2020
Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-7375-1
ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren
Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Ziel dieses Buches ist es, ein Lehr- und Übungsbuch für das Fach „Geometrie“ zu sein, eines der ältesten und interessantesten Teilgebiete der Mathematik. Es hat viele künstlerische Merkmale (siehe Abb. 0.1) und trägt zu allen Bereichen der bildenden Kunst bei (siehe Abb. 0.2). Die Geometrie ist aber auch für viele industrielle Bereiche sehr notwendig und kann erheblich zur (mathematischen) Ausbildung von Schülern und Studenten beitragen. Und es gibt, im Gegensatz zu anderen Teilen der Mathematik, eine direkte Sichtbarkeit vieler Konzepte.

Abb. 0.1 Dekorative Parallelen (fotografiert in Oman)

Wir werden bei Null mit den Grundkonzepten beginnen. Neue Begriffe werden auf der Grundlage früherer Erklärungen eingeführt. Der Leser hat die Wahl, Teile zu überspringen, die er bereits versteht, aber um auf der sicheren Seite zu sein, sollte er versuchen, die Probleme solcher Abschnitte zu lösen. Wenn sie zu einfach sind, kann er die Probleme überspringen. Wenn sie zu schwierig sind, dann sollte er versuchen, die Lösungen zu verstehen oder zu früheren Erklärungen zurückkehren.

Mathematik und Geometrie sollten kein Alptraum sein oder bleiben, wie sie es heute für viele Menschen sind. Sie sollten viel mehr Spaß dabei haben. Sie sind auch integraler Bestandteil einer umfassenden humanistischen Ausbildung.

Abb. 0.2 Graphische Ornamente

Dazu gehört auch die Arbeit mit Programmsystemen, die sich mit Geometrie befassen. Viele dieser Programme sind verfügbar, von einfachen Zeichnungssystemen bis hin zu hoch entwickelten Systemen für das Bauwesen (siehe Abb. 0.3), den Maschinenbau, u.a. Wir versuchen, nur kleinere Systeme zu verwenden, die kostenlos über das Internet genutzt werden können. Die entsprechenden Hinweise finden Sie im Text. Die Berufsausbildung in Geometrie ist der letzte Schritt und sollte in den Händen von Spezialisten der jeweiligen Fachgebiete liegen.

Abb. 0.3 Eine künstlerisch gestaltete Wendeltreppe

Wir danken Herrn Jürgen Weiß vom unabhängigen Wissenschaftsverlag „Edition am Gutenbergplatz Leipzig“ für die ausgezeichnete Zusammenarbeit bei der Entstehung dieses Buches.

Chemnitz, Januar 2020
Christian Posthoff, Bernd Steinbach

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **9**

2 Grundlegende geometrische Konzepte **11**
2.1 Elementare Strukturen in der Ebene 11
2.2 Dreidimensionale Körper 22

3 Elemente **41**
3.1 Linien 41
3.2 Winkel 46
3.3 Dreiecke 54
3.4 Der Kreis 65
3.5 Vierecke 79
3.6 Polygone 90

Stichwortverzeichnis **99**