

Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Margareta I. Bittner
aus Zellingen am Main

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. F.G. Kollmann
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann
Tag der Einreichung:	07.12.1999
Tag der mündlichen Prüfung:	08.02.2000

Darmstadt 2000
D 17

Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und
Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt

Band 3/2000

Margareta Bittner

**Numerische und experimentelle Untersuchungen
zur Abkopplung von Körperschall
mittels Gummilagerelementen**

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag
Aachen 2000

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Bittner, Margareta:

Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen / Margareta Bittner. - Als Ms. gedr. - Aachen : Shaker, 2000

(Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt ; Bd. 2000,3)
Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2000

ISBN 3-8265-7441-9

Copyright Shaker Verlag 2000

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISBN 3-8265-7441-9

ISSN 1435-4292

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Engineering
is the art of moulding materials we do not wholly understand,
into shapes we cannot precisely analyse,
so as to withstand forces we cannot really assess,
in such a way that the community at large has no reason
to suspect the extent of our ignorance

Anonymous

Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die systematische Untersuchung der Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen im akustischen Frequenzbereich. In einem theoretischen Teil wird die exakte Lösung des querschwingenden Balkens für beliebige Anregungen mit dem Übertragungsmatrizenverfahren hergeleitet. Im Hauptteil der Arbeit werden numerische Berechnungen mit der Finite-Elemente-Methode durchgeführt. Hierbei erfolgt die Anregung in axialer Richtung. Das Aufbringen der statischen Vorlast auf die Gummilager wird mit einem nichtlinear elastischen Materialmodell beschrieben. Für die daran anschließende Dynamikrechnung mit zeitlich harmonischer Belastung wird ein linear viskoelastisches Materialmodell mit frequenzabhängigen Werkstoffparametern eingesetzt. Die Werkstoffparameter werden von einem Industrieunternehmen zur Verfügung gestellt. Die experimentelle Überprüfung der Materialmodellierung geschieht durch Messungen an einem Prüfstand, der in Anlehnung an DIN ISO 10 846 erstellt wurde. Die numerischen Untersuchungen gliedern sich in Berechnungen von einzelnen Lagern und Berechnungen von Gesamtstrukturen. Für die Betrachtungen an einem einzelnen Lager wird ein zylindrisches Lager gewählt, das durch eine als starr angenommene Masse belastet wird. Der Einfluß der Materialparameter Härte und Dämpfung, der statischen Vorlast und der Baugröße der Lager auf die dynamische Steifigkeit und das Durchgangsdämmmaß wird dargelegt. Als gelagerte Strukturen werden rechteckige Stahlplatten unterschiedlicher Abmessungen berechnet, die sich an vier Ecken über Gummilager auf dem als starr modellierten Untergrund abstützen. Die Platten werden nicht als starr angenommen. Hier interessieren die Wechselwirkungen zwischen den gelagerten Strukturen und den Lagern.

Abstract

In this thesis the sound isolation behaviour of rubber mounts is investigated in the acoustical frequency range. The theoretical part of the work deals with the exact solution of a beam vibrating in the lateral direction, the excitation being arbitrary. The solution is gained with the help of transfer matrices. The main part is concerned with numerical calculations using the finite element method. The mounts are excited in axial direction. The static preload is described by a nonlinear elastic material model. For dealing with the dynamic behaviour under a harmonic excitation, a linear viscoelastic model with frequency-dependent parameters is used. The material parameters are supplied by a manufacturer of rubber mounts. For examining the the material model by experiment a measurement apparatus has been set up based on ISO/FDIS 10846. The numerical part of the thesis can be divided into two parts, namely investigations on single mounts and investigations on supported structures. First, single cylindrical rubber mounts loaded by a rigid mass are calculated. The influence of different loss angles, rubber hardnesses, static preloads and geometric shapes on the dynamic stiffness and the transmission loss is investigated. Second, supported structures, namely rectangular plates of different sizes, are calculated. The plates consist of steel and are mounted on rubber mounts at each corner, the mounts being placed on a rigid foundation. The plates are not regarded to be rigid. The backeffects of mounting onto the supported structures are investigated.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet 'Maschinenelemente und Maschinenakustik' der Technischen Universität Darmstadt.

Dem Leiter des Fachgebiets, Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h F. G. Kollmann, danke ich für die Übertragung und Betreuung der Arbeit, für wertvolle Hinweise und Ratschläge und für die Bereitstellung der für die Arbeit notwendigen Hard- und Software und der mektechnischen Einrichtungen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Mein Dank gilt auch den Kolleginnen und Kollegen, deren kollegiales Verhalten zum guten Arbeitsklima am Fachgebiet beigetragen hat. Herzlich verbunden bin ich den Herren Dr.-Ing. D. Giljohann und Dr.-Ing. F. Hibinger für die Unterstützung in der Anfangsphase meiner Arbeit. Herrn Dr.-Ing. Storm danke ich für die Hilfe und die wertvollen Ratschläge bei der Durchführung der Messungen. Den Herren L. Hinkel und L. Gunkel gilt mein Dank für die tatkräftige Mithilfe beim Aufbau des Federprüfstands, Herrn Schmitt danke ich für die uneigennützig Unterstützung bei der mektechnischen Seite meiner Arbeit. Mein Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. K. Matthey für die Durchführung von Messungen der statischen Federkennlinien.

Den Herren Th. Blum, Ch. Stahl, G. Kuipers, Frau St. Feih und Herrn J. Hartmann danke ich für ihre Beiträge im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten. Darüberhinaus danke ich Herrn Dipl.-Ing. J. Bös, Dr.-Ing. habil. C. Sansour, Dipl.-Ing. M. Stein und Dr.-Ing. R. Storm für die Durchsicht verschiedener Manuskriptteile meiner Arbeit.

Herrn Dipl.-Ing. P. Hinsch von der Firma PHOENIX danke ich für die Bereitstellung von Meßdaten und viele wertvolle Hinweise und Anregungen, Herrn Dipl.-Ing. P. Hofmann von der Firma Müller BBM bin ich zu besonderem Dank verpflichtet für viele Ratschläge bezüglich des Aufbaus des Federprüfstands und der Firma GERB danke ich für die Bereitstellung von Silikonöl für den Prüfstand.

Für die Unterstützung beim Tagesgeschäft möchte ich den Damen des Sekretariats meinen herzlichen Dank aussprechen.

Dem 'Hessischen Ministerium für Bildung und Kunst' und der Vereinigung der 'Freunde der TU Darmstadt' gilt mein besonderer Dank für die Gewährung eines Stipendiums, wodurch das Entstehen der vorliegenden Arbeit ermöglicht wurde.

Zu tiefstem Dank bin ich meinen Eltern verpflichtet, die mir das Studium ermöglicht und somit die Grundlage für diese Arbeit gelegt haben.

Darmstadt, im Dezember 1999

Margareta Bittner

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Forschung	2
1.3	Ziele der Arbeit	3
2	Grundlagen der Kontinuumsmechanik	5
2.1	Kinematik	5
2.1.1	Deformation	5
2.1.2	Verzerrung	8
2.1.3	Verzerrungsgeschwindigkeit	9
2.2	Spannungstensoren	10
2.3	Bilanzgleichungen	12
2.3.1	Massenerhaltung	12
2.3.2	Impuls- und Drehimpulserhaltung	13
2.3.3	Gleichgewichtsbedingungen	13
2.3.4	Mechanische Energiebilanz	14
2.4	Materialgleichungen	15
2.4.1	Hyperelastisches Materialverhalten	15
2.4.1.1	Allgemeine Darstellung	15
2.4.1.2	Konstitutive Beziehungen	16
2.4.1.3	Einige Verzerrungsenergiefunktionen	17
2.4.2	Viskoelastisches Materialverhalten	17
2.4.2.1	Viskoelastizität bei zeitlich beliebiger Belastung	18

2.4.2.2	Viskoelastizität bei zeitlich harmonischer Belastung	19
2.5	Variationsformulierung	20
2.5.1	Prinzip der Virtuellen Leistung	21
2.5.1.1	Allgemeine Darstellung	21
2.5.1.2	Anwendung auf hyperelastisches Materialverhalten	22
2.5.2	Linearisierung	23
2.5.2.1	Allgemeine Darstellung	23
2.5.2.2	Anwendung auf hyperelastisches Materialverhalten	24
2.5.2.3	Erweiterung auf linear viskoelastisches Materialverhalten	25
3	Materialbeschreibung	29
3.1	Eigenschaften des Werkstoffs Gummi	29
3.1.1	Allgemeine Beschreibung	29
3.1.1.1	Abhängigkeit von der Temperatur	30
3.1.1.2	Abhängigkeit von der Frequenz	31
3.1.1.3	Abhängigkeit von der Amplitude einer zeitlich veränderlichen Belastung	32
3.1.1.4	Abhängigkeit vom Betrag einer zeitlich konstanten Belastung	34
3.1.1.5	Abhängigkeit von Umwelteinflüssen	34
3.1.2	Beschreibung der verwendeten Gummimischungen	35
3.2	Modellierung des Werkstoffs Gummi	37
3.2.1	Materialbeschreibung bei konstanter Belastung	38
3.2.2	Materialbeschreibung bei zeitlich harmonischer Belastung	38
4	Untersuchungen an einzelnen Gummilagern	44
4.1	Grundlegende Begriffe	44
4.2	Exakte Lösungen	46
4.2.1	Der Schwinger mit einem Freiheitsgrad	46
4.2.2	Der längsschwingende Stab	48
4.2.3	Der querschwingende Balken	50

4.2.3.1	Die Balkentheorie nach Euler-Bernoulli	51
4.2.3.2	Die Balkentheorie nach Timoshenko	53
4.2.4	Zusammenfassung und Evaluation der Anwendung exakter Lösungen	58
4.3	Numerische Berechnungen	59
4.3.1	Modellbildung	59
4.3.1.1	Geometrie der untersuchten Lager	59
4.3.1.2	FE-Modellierung	61
4.3.2	Berechnungen bei zeitlich konstanter Last	63
4.3.3	Berechnungen bei zeitlich harmonischer Last	64
4.3.3.1	Allgemeine Beschreibung	64
4.3.3.2	Variation der Dämpfung	66
4.3.3.3	Variation der Shore-Härte	68
4.3.3.4	Variation der statischen Vorlast	68
4.3.3.5	Variation der Baugröße	71
4.3.4	Zusammenfassung	73
4.4	Experimentelle Untersuchungen	74
4.4.1	Aufbau des Prüfstands	75
4.4.2	Ergebnisse	79
4.4.2.1	Nachweis der Anwendbarkeit des Meßverfahrens	80
4.4.2.2	Dynamische Steifigkeiten	82
4.4.3	Zusammenfassung	86
5	Untersuchungen gelagerter Strukturen	88
5.1	Grundlegende Begriffe	88
5.2	Modellbildung	89
5.2.1	Geometrie der untersuchten Strukturen	89
5.2.2	FE-Modellierung	89
5.3	Berechnungen bei zeitlich harmonischer Last	91
5.3.1	Einfluß der Lagerung	91
5.3.2	Einfluß der Lagerhärte	92

5.4 Zusammenfassung	95
6 Zusammenfassung und Ausblick	96
6.1 Zusammenfassung	96
6.2 Ausblick	97
A Tensorrechnung	99
B Der Satz von Gauß	100
C Der linke Cauchy-Green Verzerrungstensor	101
D Herleitung der Zeitableitung des Spannungstensors	105
E Viskoelastizität im Frequenzbereich	110

Abbildungsverzeichnis

2.1	Darstellung der Abbildung	6
2.2	Finite Elemente-Formulierung	23
3.1	Temperaturabhängigkeit des komplexen Moduls	30
3.2	Frequenzabhängigkeit des komplexen Moduls	31
3.3	Amplitudenabhängigkeit des komplexen Moduls	33
3.4	Molekularer Aufbau eines gefüllten Gummiwerkstoffs	33
3.5	Einfluß des Füllstoffgehalts auf den Betrag und den Verlustwinkel des komplexen Schubmoduls	34
3.6	Amplitudenabhängigkeit des Betrags des komplexen Schubmoduls	36
3.7	Amplitudenabhängigkeit des Verlustwinkels des komplexen Schubmoduls	36
3.8	Belastungsschema a.) unbelasteter Zustand; b.) statisch vordeformierter Zustand; c.) Betriebszustand mit zeitlich veränderlichen Kräften	38
3.9	Betrag des Schubmoduls: Mischung der Härte 50 Shore A	40
3.10	Verlustwinkel des Schubmoduls: Mischung der Härte 50 Shore A	40
3.11	Betrag des Schubmoduls: Mischung der Härte 60 Shore A	41
3.12	Verlustwinkel des Schubmoduls: Mischung der Härte 60 Shore A	41
3.13	Ausgleichskurven der Beträge des komplexen Schubmoduls	43
3.14	Ausgleichskurven der Verlustwinkel des komplexen Schubmoduls	43
4.1	Schematische Darstellung eines belasteten Lagers	45
4.2	Verschiedene analytische Modelle: a.) Schwinger mit einem Freiheitsgrad b.) Längsschwingender Stab c.) Querschwingender Balken	46
4.3	Durchgangsdämmmaß des Schwingers mit einem Freiheitsgrad	48

4.4	Durchgangsdämmmaß des längsschwingenden Stabes bei Variation des Massenverhältnisses M/m ($\eta = 0$)	50
4.5	Transfersteifigkeit des längsschwingenden Stabes ($\eta = 0$)	51
4.6	Vergleich des Durchgangsdämmmaßes des querschwingenden Balkens nach Timoshenko und nach Euler-Bernoulli ($\eta = 0, M/m = 100$)	56
4.7	Durchgangsdämmmaß des querschwingenden Balkens nach Timoshenko bei Variation des Massenverhältnisses M/m ($\eta = 0$)	57
4.8	Durchgangsdämmmaß des querschwingenden Balkens nach Timoshenko bei Variation des Verlustfaktors η ($M/m = 100$)	57
4.9	Geometrische Abmessungen des zylindrischen Lagers	59
4.10	Schema der Lager unterschiedlicher Baugröße	60
4.11	FE-Netz des zylindrischen Lagers	61
4.12	Auflösung der Welle	61
4.13	Verschiebung des Lagereingangs bei Lagern unterschiedlicher Mischungen	63
4.14	Verschiebung des Lagereingangs bei Lagern unterschiedlicher Baugröße	64
4.15	Schematische Darstellung der Steifigkeit und des Durchgangsdämmmaßes bei einem dreidimensionalen Lager	65
4.16	Variation der Dämpfung: Transfersteifigkeit k_{21} der 60 Shore A-Mischung ($M/m = 10$)	67
4.17	Variation der Dämpfung: Durchgangsdämmmaß L_{DF} der 60 Shore A-Mischung ($M/m = 10$)	67
4.18	Variation der Shore-Härte: Transfersteifigkeit k_{21} ($M/m = 10$)	69
4.19	Variation der Shore-Härte: Durchgangsdämmmaß L_{DF} ($M/m = 10$)	69
4.20	Variation der statischen Vorlast: Transfersteifigkeit k_{21} der 60 Shore A-Mischung	70
4.21	Variation der statischen Vorlast: Durchgangsdämmmaß L_{DF} der 60 Shore A-Mischung	70
4.22	Variation des Lagerdurchmessers: Durchgangsdämmmaß L_{DF} ($M/m = 494$)	72
4.23	Variation der Lagerhöhe: Durchgangsdämmmaß L_{DF} ($M/m = 494$)	72
4.24	Blockdiagramm des Quelle-Isolator-Empfängersystems	75
4.25	Außenaufbau des Prüfstands	76
4.26	Innenaufbau des Prüfstands	76
4.27	Fotografie des Prüfstands	77

4.28	Fotografie des Innenaufbaus des Prüfstands	78
4.29	Meßkette zur Bestimmung der Transfersteifigkeit von Gummilagern	79
4.30	Quotient der Kräfte vor dem Lager	81
4.31	Quotient der Kräfte hinter dem Lager	81
4.32	Quotient der Verschiebungen	82
4.33	Vergleich der Transfersteifigkeit k_{21}	83
4.34	Statische Kennlinie des Lagers $L50 \times 45$ der Shore-Härte 45 Shore A	85
5.1	Rechteckige Stahlplatte mit Lastangriffspunkt	90
5.2	FE-Modell einer auf Gummiementen gelagerten Platte ohne Darstellung der Lager	90
5.3	Vergleich des Körperschallmaßes der Platte Nr. 3 mit elastischer und starrer Lagerung	91
5.4	Vergleich des Körperschallmaßes der Platte Nr. 1 mit elastischer und starrer Lagerung	93
5.5	Vergleich des Körperschallmaßes der Platte Nr. 2 mit elastischer und starrer Lagerung	93
5.6	Vergleich des Körperschallmaßes der Platte Nr. 3 mit Lagern der Härte 50 Shore A und 60 Shore A	94
5.7	Vergleich des Körperschallmaßes der Platte Nr. 3 mit Lagern der Härte 50 Shore A und 60 Shore A: 0 bis 1000 Hz	94

Tabellenverzeichnis

3.1	Zusammensetzung der untersuchten Gummi-Mischungen	35
3.2	Mooney-Rivlin-Konstanten der untersuchten Gummi-Mischungen	39
3.3	Meßwerte des komplexen Schubmoduls für die Frequenz 500 Hz	42
4.1	Variation des Durchmessers und der Höhe der Lager	60
4.2	Diskretisierung der Stahlflansche der Lager	62
4.3	Diskretisierung der Gummikörper der Lager	62
4.4	Abschätzung der Lagerresonanzfrequenzen für das Lager $L50 \times 45$ der Mischung 60 Shore A	68
4.5	Kennzeichen des Plateaus	73
4.6	Abschätzung der Lagerresonanzfrequenzen für das Lager $L50 \times 45$ der Mischung 45 Shore A	84
5.1	Geometrische Abmessungen des Lagers $L25 \times 20$	89
5.2	Geometrische Abmessungen der Platten	89
5.3	Vergleich des Verhältnisses aus Plattengröße und Lagergröße	92

Formelzeichen und Symbole

Hier nicht aufgeführte Zeichen treten nur einmal auf und sind an der entsprechenden Stelle erklärt. Ganz allgemein gilt, daß Vektoren mit fetten, kursiven und Tensoren mit fetten, nichtkursiven Buchstaben bezeichnet sind; vierstufige Tensoren werden durch kalligraphische Buchstaben benannt. Ausnahme hierzu ist das Gebiet \mathcal{B} . Wie in der Literatur üblich werden Tensoren in der materiellen Darstellung mit großen Buchstaben gekennzeichnet, Tensoren in der räumlichen Darstellung mit kleinen Buchstaben.

Das Skalarprodukt aus den Tensoren 2. Stufe \mathbf{A} und \mathbf{B} wird dargestellt als $\mathbf{A} : \mathbf{B}$, die lineare Abbildung des Tensors \mathbf{B} auf \mathbf{A} lautet $\mathbf{A} \mathbf{B}$ und das dyadische Produkt zweier Tensoren 2. Stufe \mathbf{A} und \mathbf{B} wird mit $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ bezeichnet. Für Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b} lautet das Skalarprodukt $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$. Die lineare Abbildung des Vektors \mathbf{a} durch den Tensor \mathbf{A} wird dargestellt als $\mathbf{A} \mathbf{a}$. Das dyadische Produkt der Vektoren \mathbf{a} und \mathbf{b} wird mit $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ bezeichnet, ihr Kreuzprodukt mit $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.

Komplexe Zahlen sind unterstrichen, konjugiert komplexe Zahlen werden mit einem * gekennzeichnet.

Kleinbuchstaben	Bedeutung	Einheit
da	Flächenelement in der Momentankonfiguration	m^{-2}
$d\mathbf{a}$	Orientiertes Flächenelement in der Momentankonfiguration	m^{-2}
\mathbf{b}	Linker Cauchy-Green Verzerrungstensor	-
$\overline{\mathbf{b}}$	Um den Volumenanteil bereinigter linker Cauchy-Green Verzerrungstensor	-
\mathbf{b}_v	Vektor der Volumenkräfte	N kg^{-1}
\mathbf{d}	Räumlicher Streckgeschwindigkeitstensor	s^{-1}
d^{vol}	Volumenanteil des räumlichen Streckgeschwindigkeitstensors	s^{-1}
\mathbf{d}^{dev}	Deviator des räumlichen Streckgeschwindigkeitstensors	s^{-1}
\mathbf{d}^{dev}	Deviator des räumlichen Streckgeschwindigkeitstensors, dargestellt als Vektor	s^{-1}
\mathbf{e}	Euler-Almansischer Verzerrungstensor	-
\mathbf{l}	Räumlicher Geschwindigkeitsgradient	s^{-1}
m	Eigenmasse eines Gummilagers	kg
\mathbf{n}	Räumlicher Normalenvektor	-
p	Hydrostatischer Druck, Volumenanteil des Cauchyschen Spannungstensors	N m^{-2}
t	Zeit	s
\mathbf{t}	Räumlicher Spannungstensor	N m^{-2}
\mathbf{u}	Vektor der Verschiebungen	m
v	Volumen des Körpers in der Momentankonfiguration	m^3

dv	Volumenelement in der Momentankonfiguration	m^3
$d\mathbf{v}$	Orientiertes Volumenelement in der Momentankonfiguration	m^3
\mathbf{w}	Spintensor	s^{-1}
\mathbf{x}	Ortsvektor in der Momentankonfiguration	m
$d\mathbf{x}$	Wegelement in der Momentankonfiguration	m
Großbuchstaben	Bedeutung	Einheit
A	Fläche in der Referenzkonfiguration	m^2
dA	Flächenelement in der Referenzkonfiguration	m^2
$d\mathbf{A}$	Orientiertes Flächenelement in der Referenzkonfiguration	m^2
B	Materieller Körper	
\mathbf{C}	Rechter Cauchy-Green Verzerrungstensor	-
\mathbf{C}^{dev}	Tangentenoperator bezogen auf die deviatorischen Anteile, dargestellt als Matrix 2. Stufe (in der Momentankonfiguration)	$N m^{-2}$
C_{ij}	Materialkonstanten für das Materialmodell nach Mooney-Rivlin	$N m^{-2}$
D_i	Materialkonstante für das Materialmodell nach Mooney-Rivlin	$m N^{-2}$
\mathbf{E}	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor	-
\underline{E}	Komplexer Elastizitätsmodul	
E_S	Speichermodul	$N m^{-2}$
E_V	Verlustmodul	$N m^{-2}$
\underline{F}	Um den Volumenanteil bereinigter Deformationsgradient	-
\mathbf{F}	Deformationsgradient	-
\underline{G}	Komplexer Schubmodul	$N m^{-2}$
G_V	Speichermodul	$N m^{-2}$
G_S	Verlustmodul	$N m^{-1}$
\mathbf{I}	Impuls	$kg m s^{-2}$
I_1	1. Invariante des linken und des rechten Cauchy-Green-Tensors	-
I_2	2. Invariante des linken und des rechten Cauchy-Green-Tensors	-
I_3	3. Invariante des linken und des rechten Cauchy-Green-Tensors	-
$\overline{I_1}$	1. Invariante des um den Volumenanteil bereinigten linken Cauchy-Green-Tensors	-
$\overline{I_2}$	2. Invariante des um den Volumenanteil bereinigten linken Cauchy-Green-Tensors	-
J	Determinante des Deformationsgradienten	-
K	Kompressionsmodul	$N m^{-2}$
\mathbf{L}	Materieller Geschwindigkeitsgradient	s^{-1}

L	Drehimpuls	$\text{kg m}^2 \text{s}^{-1}$
N	Materieller Normalenvektor	-
P	Spannungsleistung	N m^{-1}
P	1. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor	N m^{-2}
Q	Tangentenoperator bezogen auf die volumetrischen Anteile	N m^{-2}
q	Tangentenoperator bezogen auf die volumetrischen Anteile, dargestellt als Vektor (in der Momentankonfiguration)	N m^{-2}
S	2. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor	N m^{-2}
R	Drehtensor	-
T	Materieller Spannungstensor	N m^{-2}
U	Verzerrungsenergiefunktion	N m^{-2}
U	Rechts-Streck-Tensor	-
V	Volumen des Körpers in der Referenzkonfiguration	m^3
V	Links-Streck-Tensor	-
dV	Volumenelement in der Referenzkonfiguration	m^3
dV	Orientiertes Volumenelement in der Referenzkonfiguration	m^3
X	Ortsvektor in der Referenzkonfiguration	m
dX	Wegelement in der Referenzkonfiguration	m

griech. Buchstaben	Bedeutung	Einheit
---------------------------	------------------	----------------

ϵ	Spezifische innere Energie	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
ϵ	Infinitesimaler Verzerrungstensor	-
λ_i	Streckungen	-
ν	Querkontraktionszahl	-
Ω	Erregerkreisfrequenz	s^{-1}
ψ	Freie Helmholtz-Energie	$\text{m}^2 \text{s}^{-2}$
ρ	Massendichte in der Momentankonfiguration	kg m^{-3}
ρ_0	Massendichte in der Referenzkonfiguration	kg m^{-3}
σ	Cauchyscher Spannungstensor	N m^{-2}
σ^{dev}	Deviator des Cauchyschen Spannungstensors	N m^{-2}
τ	Kirchhoffscher Spannungstensor	N m^{-2}

Sonstige	Bedeutung	Einheit
-----------------	------------------	----------------

A	Zwei-Punkt-Elastizitätstensor	N m^{-2}
B	Konfiguration des Körpers B	-
C	Räumlicher Materialtensor	N m^{-2}
C^{dev}	Tangentenoperator bezogen auf die deviatorischen Anteile	N m^{-2}
\mathcal{L}	Materieller Materialtensor	N m^{-2}
\mathcal{T}	Tangentenoperator	N m^{-2}

Operatoren

Δ	Inkrement einer Größe
tr	Spur-Operator
det	Determinanten-Operator
div	Räumlicher Divergenz-Operator
Div	Materieller Divergenz-Operator
grad	Räumlicher Gradienten-Operator
Grad	Materieller Gradienten-Operator
$\Im\{\underline{z}\}$	Bildung des Imaginärteils der komplexen Zahl \underline{z}
$\Re\{\underline{z}\}$	Bildung des Realteils der komplexen Zahl \underline{z}
$\mathcal{F}\{x(t)\}$	Fouriertransformierte der Größe $x(t)$
$\dot{Y} = \frac{\partial}{\partial t}[Y]$	Ableitung der Größe Y nach der Zeit
$\frac{\partial}{\partial y}[Y]$	Erste partielle Ableitung der Größe Y nach der Größe y
\check{Y}	Fouriertransformierte der Größe Y
\tilde{Y}	Effektivwert der Größe Y

Pegel

Abstrahlmaß	$L_\sigma = 10 \log \frac{\sigma}{\sigma_0}$ dB
Flächenmaß	$L_S = 10 \log \frac{S}{S_0}$ dB
Körperschallmaß	$L_{Sh_0^2} = 10 \log \frac{Sh_0^2}{S_0 h_0^2}$ dB
Schallintensitätspegel	$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$ dB
Schalleistungspegel	$L_P = 10 \log \frac{P}{P_0}$ dB
Schalldruckpegel	$L_p = 10 \log \left(\frac{p}{p_0} \right)^2$ dB
Kraftpegel	$L_F = 10 \log \left(\frac{F}{F_0} \right)^2$ dB
Schnellepegel	$L_v = 10 \log \left(\frac{v}{v_0} \right)^2$ dB

Bezugswerte

Abstrahlgrad	$\sigma_0 = 1$
Fläche	$S_0 = 1 \text{ m}^2$
mittlere quadratische Übertragungsadmittanz	$h_0^2 = 2.5 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ N}^{-2}$
Leistung	$P_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W}$
Druck	$p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$
Kraft	$F_0 = 1 \cdot \text{N}$
Schnelle	$v_0 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ ms}^{-1}$

Abkürzungen

FEM	Finite-Elemente-Methode
BEM	Boundary-Elemente-Methode, Randelementemethode