Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Margareta I. Bittner
aus Zellingen am Main

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. F.G. Kollmann
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann
Tag der Einreichung:	07.12.1999
Tag der mündlichen Prüfung:	08.02.2000

Darmstadt 2000
D 17

Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt

Band 3/2000

Margareta Bittner

Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag
Aachen 2000

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Bittner, Margareta:
Numerische und experimentelle Untersuchungen zur Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen / Margareta Bittner. - Als Ms. gedr. - Aachen : Shaker, 2000
(Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt ; Bd. 2000,3)
Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2000
ISBN 3-8265-7441-9

ISBN 3-8265-7441-9
ISSN 1435-4292

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Engineering
is the art of moulding materials we do not wholly understand,
into shapes we cannot precisely analyse,
so as to withstand forces we cannot really assess,
in such a way that the community at large has no reason
to suspect the extent of our ignorance

Anonymous

Zusammenfassung

Ziel der vorliegenden Arbeit ist die systematische Untersuchung der Abkopplung von Körperschall mittels Gummilagerelementen im akustischen Frequenzbereich. In einem theoretischen Teil wird die exakte Lösung des querschwingenden Balkens für beliebige Anregungen mit dem Übertragungsmatrizenverfahren hergeleitet. Im Hauptteil der Arbeit werden numerische Berechnungen mit der Finite-Elemente-Methode durchgeführt. Hierbei erfolgt die Anregung in axialer Richtung. Das Aufbringen der statischen Vorlast auf die Gummilager wird mit einem nichtlinear elastischen Materialmodell beschrieben. Für die daran anschließende Dynamikrechnung mit zeitlich harmonischer Belastung wird ein linear viskoelastisches Materialmodell mit frequenzabhängigen Werkstoffparametern eingesetzt. Die Werkstoffparameter werden von einem Industrieunternehmen zur Verfügung gestellt. Die experimentelle Überprüfung der Materialmodellierung geschieht durch Messungen an einem Prüfstand, der in Anlehnung an DIN ISO 10 846 erstellt wurde. Die numerischen Untersuchungen gliedern sich in Berechnungen von einzelnen Lagern und Berechnungen von Gesamtstrukturen. Für die Betrachtungen an einem einzelnen Lager wird ein zylindrisches Lager gewählt, das durch eine als starr angenommene Masse belastet wird. Der Einfluß der Materialparameter Härte und Dämpfung, der statischen Vorlast und der Baugröße der Lager auf die dynamische Steifigkeit und das Durchgangsdämmaß wird dargelegt. Als gelagerte Strukturen werden rechteckige Stahlplatten unterschiedlicher Abmessungen berechnet, die sich an vier Ecken über Gummilager auf dem als starr modellierten Untergrund abstützen. Die Platten werden nicht als starr angenommen. Hier interessieren die Wechselwirkungen zwischen den gelagerten Strukturen und den Lagern.

Abstract

In this thesis the sound isolation behaviour of rubber mounts is investigated in the acoustical frequency range. The theoretical part of the work deals with the exact solution of a beam vibrating in the lateral direction, the excitation being arbitrary. The solution is gained with the help of transfer matrices. The main part is concerned with numerical calculations using the finite element method. The mounts are excited in axial direction. The static preload is described by a nonlinear elastic material model. For dealing with the dynamic behaviour under a harmonic excitation, a linear viscoelastic model with frequency-dependent parameters is used. The material parameters are supplied by a manufacturerer of rubber mounts. For examining the the material model by experiment a measurement apparatus has been set up based on ISO/FDIS 10846. The numerical part of the thesis can be divided into two parts, namely investigations on single mounts and investigations on supported structures. First, single cylindrical rubber mounts loaded by a rigid mass are calculated. The influence of different loss angles, rubber hardnesses, static preloads and geometric shapes on the dynamic stiffness and the transmission loss is investigated. Second, supported structures, namely rectangular plates of different sizes, are calculated. The plates consist of steel and are mounted on rubber mounts at each corner, the mounts being placed on a rigid foundation. The plates are not regarded to be rigid. The backeffects of mounting onto the supported structures are investigated.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Fachgebiet 'Maschinenelemente und Maschinenakustik' der Technischen Universität Darmstadt.

Dem Leiter des Fachgebiets, Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h F. G. Kollmann, danke ich für die Übertragung und Betreuung der Arbeit, für wertvolle Hinweise und Ratschläge und für die Bereitstellung der für die Arbeit notwendigen Hard- und Software und der meßtechnischen Einrichtungen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann danke ich für die Übernahme des Korreferats.

Mein Dank gilt auch den Kolleginnen und Kollegen, deren kollegiales Verhalten zum guten Arbeitsklima am Fachgebiet beigetragen hat. Herzlich verbunden bin ich den Herren Dr.-Ing. D. Giljohann und Dr.-Ing. F. Hibinger für die Unterstützung in der Anfangsphase meiner Arbeit. Herrn Dr.-Ing. Storm danke ich für die Hilfe und die wertvollen Ratschläge bei der Durchführung der Messungen. Den Herren L. Hinkel und L. Gunkel gilt mein Dank für die tatkräftige Mithilfe beim Aufbau des Federprüfstands, Herrn Schmitt danke ich für die uneigennützige Unterstützung bei der meßtechnischen Seite meiner Arbeit. Mein Dank gilt auch Herrn Dipl.-Ing. K. Mattey für die Durchführung von Messungen der statischen Federkennlinien.

Den Herren Th. Blum, Ch. Stahl, G. Kuipers, Frau St. Feih und Herrn J. Hartmann danke ich für ihre Beiträge im Rahmen von Studien- und Diplomarbeiten. Darüberhinaus danke ich Herrn Dipl.-Ing. J. Bös, Dr.-Ing. habil. C. Sansour, Dipl.-Ing. M. Stein und Dr.-Ing. R. Storm für die Durchsicht verschiedener Manuskriptteile meiner Arbeit.

Herrn Dipl.-Ing. P. Hinsch von der Firma PHOENIX danke ich für die Bereitstellung von Meßdaten und viele wertvolle Hinweise und Anregungen, Herrn Dipl.-Ing. P. Hofmann von der Firma Müller BBM bin ich zu besonderem Dank verpflichtet für viele Ratschläge bezüglich des Aufbaus des Federprüfstands und der Firma GERB danke ich für die Bereitstellung von Silikonöl für den Prüfstand.

Für die Unterstützung beim Tagesgeschäft möchte ich den Damen des Sektretariats meinen herzlichen Dank aussprechen.

Dem 'Hessischen Ministerium für Bildung und Kunst' und der Vereinigung der 'Freunde der TU Darmstadt' gilt mein besonderer Dank für die Gewährung eines Stipendiums, wodurch das Entstehen der vorliegenden Arbeit ermöglicht wurde.

Zu tiefstem Dank bin ich meinen Eltern verpflichtet, die mir das Studium ermöglicht und somit die Grundlage für diese Arbeit gelegt haben.

Darmstadt, im Dezember 1999 Margareta Bittner

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Formelzeichen und Symbole

Hier nicht aufgeführte Zeichen treten nur einmal auf und sind an der entsprechenden Stelle erklärt. Ganz allgemein gilt, daß Vektoren mit fetten, kursiven und Tensoren mit fetten, nichtkursiven Buchstaben bezeichnet sind; vierstufige Tensoren werden durch kalligraphische Buchstaben benannt. Ausnahme hierzu ist das Gebiet $\mathcal{B}$. Wie in der Literatur üblich werden Tensoren in der materiellen Darstellung mit großen Buchstaben gekennzeichnet, Tensoren in der räumlichen Darstellung mit kleinen Buchstaben.
Das Skalarprodukt aus den Tensoren 2. Stufe $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ wird dargestellt als $\mathbf{A} : \mathbf{B}$, die lineare Abbildung des Tensors $\mathbf{B}$ auf $\mathbf{A}$ lautet $\mathbf{A}\,\mathbf{B}$ und das dyadische Produkt zweier Tensoren 2. Stufe $\mathbf{A}$ und $\mathbf{B}$ wird mit $\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}$ bezeichnet. Für Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ lautet das Skalarprodukt $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b}$. Die lineare Abbildung des Vektors $\boldsymbol{a}$ durch den Tensor $\mathbf{A}$ wird dargestellt als $\mathbf{A}\,\boldsymbol{a}$. Das dyadische Produkt der Vektoren $\boldsymbol{a}$ und $\boldsymbol{b}$ wird mit $\boldsymbol{a} \otimes \boldsymbol{b}$ bezeichnet, ihr Kreuzprodukt mit $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$.
Komplexe Zahlen sind unterstrichen, konjugiert komplexe Zahlen werden mit einem * gekennzeichnet.

Kleinbuchstaben	**Bedeutung**	**Einheit**
$\mathrm{d}a$	Flächenelement in der Momentankonfiguration	m^{-2}
$\mathrm{d}\boldsymbol{a}$	Orientiertes Flächenelement in der Momentankonfiguration	m^{-2}
$\mathbf{b}$	Linker Cauchy-Green Verzerrungstensor	-
$\overline{\mathbf{b}}$	Um den Volumenanteil bereinigter linker Cauchy-Green Verzerrungstensor	-
$\boldsymbol{b}_{\mathrm{v}}$	Vektor der Volumenkräfte	$\mathrm{N\,kg^{-1}}$
$\mathbf{d}$	Räumlicher Streckgeschwindigkeitstensor	s^{-1}
d^{vol}	Volumenanteil des räumlichen Streckgeschwindigkeitstensors	s^{-1}
$\mathbf{d}^{\mathrm{dev}}$	Deviator des räumlichen Streckgeschwindigkeitstensors	s^{-1}
$\boldsymbol{d}^{\mathrm{dev}}$	Deviator des räumlichen Streckgeschwindigkeitstensors, dargestellt als Vektor	s^{-1}
$\mathbf{e}$	Euler-Almansischer Verzerrungstensor	-
$\mathbf{l}$	Räumlicher Geschwindigkeitsgradient	s^{-1}
m	Eigenmasse eines Gummilagers	kg
$\boldsymbol{n}$	Räumlicher Normalenvektor	-
p	Hydrostatischer Druck, Volumenanteil des Cauchyschen Spannungstensors	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
t	Zeit	s
$\boldsymbol{t}$	Räumlicher Spannungstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\boldsymbol{u}$	Vektor der Verschiebungen	m
v	Volumen des Körpers in der Momentankonfiguration	m^3

$\mathrm{d}v$	Volumenelement in der Momentankonfiguration	m^3
$\mathrm{d}\boldsymbol{v}$	Orientiertes Volumenelement in der Momentankonfiguration	m^3
$\mathbf{w}$	Spintensor	s^{-1}
$\boldsymbol{x}$	Ortsvektor in der Momentankonfiguration	m
$\mathrm{d}\boldsymbol{x}$	Wegelement in der Momentankonfiguration	m

Großbuchstaben	**Bedeutung**	**Einheit**
A	Fläche in der Referenzkonfiguration	m^2
$\mathrm{d}A$	Flächenelement in der Referenzkonfiguration	m^2
$\mathrm{d}\boldsymbol{A}$	Orientiertes Flächenelement in der Referenzkonfiguration	m^2
B	Materieller Körper	
$\mathbf{C}$	Rechter Cauchy-Green Verzerrungstensor	-
$\mathbf{C}^{\mathrm{dev}}$	Tangentenoperator bezogen auf die deviatorischen Anteile, dargestellt als Matrix 2. Stufe (in der Momentankonfiguration)	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
C_{ij}	Materialkonstanten für das Materialmodell nach Mooney-Rivlin	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
D_i	Materialkonstante für das Materialmodell nach Mooney-Rivlin	$\mathrm{m\,N}^{-2}$
$\mathbf{E}$	Green-Lagrangescher Verzerrungstensor	-
$\underline{E}$	Komplexer Elastizitätsmodul	
E_{S}	Speichermodul	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
E_{V}	Verlustmodul	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
$\underline{\mathbf{F}}$	Um den Volumenanteil bereinigter Deformationsgradient	-
$\mathbf{F}$	Deformationsgradient	-
$\underline{G}$	Komplexer Schubmodul	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
G_{V}	Speichermodul	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
G_{S}	Verlustmodul	$\mathrm{N\,m}^{-1}$
$\boldsymbol{I}$	Impuls	$\mathrm{kg\,m\,s}^{-2}$
I_1	1. Invariante des linken und des rechten Cauchy-Green-Tensors	-
I_2	2. Invariante des linken und des rechten Cauchy-Green-Tensors	-
I_3	3. Invariante des linken und des rechten Cauchy-Green-Tensors	-
$\overline{I_1}$	1. Invariante des um den Volumenanteil bereinigten linken Cauchy-Green-Tensors	-
$\overline{I_2}$	2. Invariante des um den Volumenanteil bereinigten linken Cauchy-Green-Tensors	-
J	Determinante des Deformationsgradienten	-
K	Kompressionsmodul	$\mathrm{N\,m}^{-2}$
$\mathbf{L}$	Materieller Geschwindigkeitsgradient	s^{-1}

$\boldsymbol{L}$	Drehimpuls	$\mathrm{kg\,m^2\,s^{-1}}$
$\boldsymbol{N}$	Materieller Normalenvektor	-
P	Spannungsleistung	$\mathrm{N\,m^{-1}}$
$\mathbf{P}$	1. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathbf{Q}$	Tangentenoperator bezogen auf die volumetrischen Anteile	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\boldsymbol{q}$	Tangentenoperator bezogen auf die volumetrischen Anteile, dargestellt als Vektor (in der Momentankonfiguration)	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathbf{S}$	2. Piola-Kirchhoffscher Spannungstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathbf{R}$	Drehtensor	-
$\mathbf{T}$	Materieller Spannungstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
U	Verzerrungsenergiefunktion	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathbf{U}$	Rechts-Streck-Tensor	-
V	Volumen des Körpers in der Referenzkonfiguration	$\mathrm{m^3}$
$\mathbf{V}$	Links-Streck-Tensor	-
$\mathrm{d}V$	Volumenelement in der Referenzkonfiguration	$\mathrm{m^3}$
$\mathrm{d}\boldsymbol{V}$	Orientiertes Volumenelement in der Referenzkonfiguration	$\mathrm{m^3}$
$\boldsymbol{X}$	Ortsvektor in der Referenzkonfiguration	m
$\mathrm{d}\boldsymbol{X}$	Wegelement in der Referenzkonfiguration	m

griech. Buchstaben	**Bedeutung**	**Einheit**
ϵ	Spezifische innere Energie	$\mathrm{m^2\,s^{-2}}$
$\boldsymbol{\epsilon}$	Infinitesimaler Verzerrungstensor	-
λ_i	Streckungen	-
ν	Querkontraktionszahl	-
Ω	Erregerkreisfrequenz	$\mathrm{s^{-1}}$
ψ	Freie Helmholtz-Energie	$\mathrm{m^2\,s^{-2}}$
ρ	Massendichte in der Momentankonfiguration	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
ρ_0	Massendichte in der Referenzkonfiguration	$\mathrm{kg\,m^{-3}}$
$\boldsymbol{\sigma}$	Cauchyscher Spannungstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{dev}}$	Deviator des Cauchyschen Spannungstensors	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\boldsymbol{\tau}$	Kirchhoffscher Spannungstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$

Sonstige	**Bedeutung**	**Einheit**
$\mathcal{A}$	Zwei-Punkt-Elastizitätstensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathcal{B}$	Konfiguration des Körpers B	-
$\mathcal{C}$	Räumlicher Materialtensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathcal{C}^{\mathrm{dev}}$	Tangentenoperator bezogen auf die deviatorischen Anteile	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathcal{L}$	Materieller Materialtensor	$\mathrm{N\,m^{-2}}$
$\mathcal{T}$	Tangentenoperator	$\mathrm{N\,m^{-2}}$

Operatoren	Bedeutung
Δ	Inkrement einer Größe
tr	Spur-Operator
det	Determinanten-Operator
div	Räumlicher Divergenz-Operator
Div	Materieller Divergenz-Operator
grad	Räumlicher Gradienten-Operator
Grad	Materieller Gradienten-Operator
$\Im\{\underline{z}\}$	Bildung des Imaginärteils der komplexen Zahl $\underline{z}$
$\Re\{\underline{z}\}$	Bildung des Realteils der komplexen Zahl $\underline{z}$
$\mathcal{F}\{x(t)\}$	Fouriertransformierte der Größe $x(t)$
$\dot{Y} = \frac{\partial}{\partial t}[Y]$	Ableitung der Größe Y nach der Zeit
$\frac{\partial}{\partial y}[Y]$	Erste partielle Ableitung der Größe Y nach der Größe y
$\check{Y}$	Fouriertransformierte der Größe Y
$\tilde{Y}$	Effektivwert der Größe Y

Pegel

Abstrahlmaß	$L_\sigma = 10 \log \frac{\sigma}{\sigma_0}$ dB
Flächenmaß	$L_\mathrm{S} = 10 \log \frac{S}{S_0}$ dB
Körperschallmaß	$L_{\mathrm{Sh}^2_\mathrm{Ü}} = 10 \log \frac{Sh^2}{Sh_0^2}$ dB
Schallintensitätspegel	$L_\mathrm{I} = 10 \log \frac{I}{I_0}$ dB
Schalleistungspegel	$L_\mathrm{P} = 10 \log \frac{P}{P_0}$ dB
Schalldruckpegel	$L_\mathrm{p} = 10 \log \left(\frac{p}{p_0}\right)^2$ dB
Kraftpegel	$L_\mathrm{F} = 10 \log \left(\frac{F}{F_0}\right)^2$ dB
Schnellepegel	$L_\mathrm{v} = 10 \log \left(\frac{v}{v_0}\right)^2$ dB

Bezugswerte

Abstrahlgrad	$\sigma_0 = 1$
Fläche	$S_0 = 1\,\mathrm{m}^2$
mittlere quadratische Übertragungsadmittanz	$h_0^2 = 2.5 \cdot 10^{-15}\,\mathrm{m^2 s^{-2}\,N^{-2}}$
Leistung	$P_0 = 1 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{W}$
Druck	$p_0 = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{Pa}$
Kraft	$F_0 = 1 \cdot \mathrm{N}$
Schnelle	$v_0 = 5 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{ms^{-1}}$

Abkürzungen

FEM	**F**inite-**E**lemente-**M**ethode
BEM	**B**oundary-**E**lemente-**M**ethode, Randelementemethode