

Arne von Eitzen

## Ein Beitrag zur Berechnung der Lebensdauer von Rollbalgluftfedern

# Ein Beitrag zur Berechnung der Lebensdauer von Rollbalgluftfedern

Vom Promotionsausschuss der  
Technischen Universität Hamburg  
zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur (Dr.-Ing)

genehmigte Dissertation

von

Arne Johannes von Eitzen

aus

Buxtehude

2019

**Gutachter:** Prof. Dr.-Ing. Uwe Weltin  
Prof. Dr.-Ing. habil. Bodo Fiedler  
Prof. Dr. E. h. Dr.-Ing. habil. Josef Schlattmann

**Tag der mündlichen Prüfung:** 11. März 2019

Berichte aus der Werkstofftechnik

**Arne Johannes von Eitzen**

**Ein Beitrag zur Berechnung der Lebensdauer  
von Rollbalgluftfedern**

Shaker Verlag  
Düren 2019

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Hamburg, Techn. Univ., Diss., 2019

Copyright Shaker Verlag 2019

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-6806-1

ISSN 0945-1056

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Zuverlässigkeitstechnik der Technischen Universität Hamburg im Rahmen des von der Deutschen Forschungsgemeinschaft geförderten Forschungsprojektes „Numerische und experimentelle Lebensdauervorhersagen für multiaxial belastete Luftfedersysteme“ WE 4047/1-1 und WE 4047/1-2.

Ich danke Herrn Prof. Dr.-Ing. Uwe Weltin für die wissenschaftliche Betreuung der Arbeit, für das mir entgegengebrachte Vertrauen und für die fachlichen Diskussionen.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Bodo Fiedler für die Übernahme des Korreferats.

Herrn Prof. Dr. E. h. Dr.-Ing. habil. Josef Schlattmann danke ich für den Vorsitz des Promotionsverfahrens.

Ich danke Dr.-Ing. Uwe Weltin im Besonderen für die Freiheiten während meiner Tätigkeit und die stete Unterstützung bei der Durchführung des Promotionsverfahrens.

Für die Unterstützung während der Arbeit möchte ich den Mitarbeitern Dr.-Ing. Thorsten Brüger, Michael Metzger, Felix Hohmann und Dr. Ing. Kai Förster der Vibracoustic AG & Co. KG, die sehr zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat, danken.

Mein großer Dank gilt den Mitarbeitern des Institutes für Zuverlässigkeitstechnik. Hierbei haben Dr.-Ing. Martin Flamm, Thomas Steinweger und Dr.-Ing. Eric Groß durch die zahlreichen fachlichen Diskussionen sowie das zeitaufwendige Korrekturlesen entscheidend zu der Arbeit beigetragen. Ich möchte Ihnen an dieser Stelle meinen herzlichen Dank aussprechen. Dr. Ing. Martin Gomse danke ich für die Hilfeleistungen bei der Versuchsdurchführung und Prüfstandsbetreuung. Für die Unterstützung während meiner Tätigkeit und die motivierenden Gespräche möchte ich Marina Kirstein herzlich danken.

Nicht zuletzt möchte ich meinen Eltern und meiner Frau Katharina für die Geduld und das mir entgegengebrachte Verständnis danken.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der rechnerischen Lebensdauerprognose von Rollballluftfedern auf Basis von Finite-Elemente-Analysen. Zur Parametrierung der Modelle wurde eine Faden-Elastomer-Verbundprobe entworfen, um die Lebensdauer von Kreuzlagenbälgen unter Verwendung des örtlichen Konzeptes der Betriebsfestigkeit vorherzusagen. Die Arbeit richtet sich an Ingenieure aus dem Bereich der Luftfedern mit Bezug auf numerische Analysen sowie aus dem Bereich der Werkstoffermüdung weicher Komposite.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>V</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>3 Grundlagen und Stand der Forschung</b>	<b>5</b>
3.1 Luftfedern . . . . .	5
3.2 Rollbalg . . . . .	9
3.2.1 Elastomerwerkstoffe . . . . .	12
3.2.2 Faden . . . . .	14
3.2.3 Faden-Elastomer-Verbund . . . . .	16
3.3 Betriebsfestigkeit von Rollbalgluftfedern . . . . .	17
3.3.1 Rissfortschrittskonzept . . . . .	18
3.3.2 Rissinitiierungskonzept . . . . .	20
3.3.3 Multiaxiale Beanspruchung . . . . .	23
3.3.4 Rechnerische Lebensdaueranalysen von Luftfedern . . . . .	26
<b>4 Grundlagen der Kontinuumsmechanik und der FEM</b>	<b>27</b>
4.1 Kontinuumsmechanische Grundgleichungen . . . . .	27
4.1.1 Kinematik und Konfiguration . . . . .	27
4.1.2 Deformationsgradient . . . . .	29
4.1.3 Verzerrungsmaße . . . . .	31
4.1.4 Spannungsmaße . . . . .	31
4.1.5 Bilanzgleichungen . . . . .	32
4.2 Konstitutive Modelle . . . . .	34
4.2.1 Hyperelastisches Materialverhalten . . . . .	34
4.2.2 Materialmodelle für Elastomerwerkstoffe . . . . .	36
4.2.3 Transversal isotropes Materialmodell . . . . .	38
4.3 Diskretisierung im Raum . . . . .	38
4.3.1 Schwache Form des Gleichgewichts . . . . .	39
4.3.2 Finite-Elemente-Methode . . . . .	40
4.4 Modellierung von Faden-Elastomer-Verbundstrukturen mit Rebar-Elementen . . . . .	45
<b>5 Numerische Schadensanalyse eines Rollbalges</b>	<b>49</b>
5.1 Betriebslastenermittlung an einem Rollbalg . . . . .	49
5.2 Zweiskalenanalyse einer Luftfeder . . . . .	50
5.2.1 Globales Modell . . . . .	50

5.2.2	Lokales Modell . . . . .	51
5.3	Rissinitiierungskonzept . . . . .	54
5.3.1	Schadensparameter . . . . .	55
5.4	Rissfortschrittskonzept . . . . .	58
5.4.1	Cracking Energy Density . . . . .	59
5.5	Temperatureinfluss mittels Arrhenius-Ansatz . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Faden-Elastomer-Proben</b>	<b>63</b>
6.1	Entwurf einer Faden-Elastomer-Probe für Rollballgluftfedern . . . . .	64
6.2	Herstellung der Faden-Elastomer-Probe . . . . .	65
6.3	Versuchsaufbau . . . . .	67
<b>7</b>	<b>Lebensdauervorhersage eines Rollbalges</b>	<b>71</b>
7.1	Deformation der Faden-Elastomer-Probe . . . . .	71
7.1.1	Vorversuche zur Versuchsplanung der FEP . . . . .	72
7.2	Wöhlerversuche an der Faden-Elastomer-Probe . . . . .	74
7.2.1	Ausfallverhalten . . . . .	75
7.2.2	Rissanalyse der Faden-Elastomer-Probe . . . . .	77
7.3	Lokale Beanspruchung der Faden-Elastomer-Probe . . . . .	79
7.3.1	Schadensparameter-Wöhlerlinien . . . . .	82
7.4	Parameter des Rissfortschritts . . . . .	84
7.5	Lebensdauerversuche an Rollbälgen . . . . .	85
7.5.1	Versuchsaufbau . . . . .	86
7.5.2	Datenaufbereitung . . . . .	88
7.6	Lebensdauerberechnung auf Basis der lokalen Beanspruchung in der Rollfalte . . . . .	89
7.6.1	Modellerstellung . . . . .	89
7.6.2	Auswertung der lokalen Beanspruchung . . . . .	90
7.7	Vergleich experimenteller und berechneter Lebensdauern . . . . .	92
7.7.1	Vorhersage der Rissinitiierungsebene . . . . .	92
7.7.2	Einfluss der Umgebungstemperatur . . . . .	94
7.7.3	Einfluss des Innendrucks . . . . .	98
7.7.4	Einfluss des Abrollkolbendurchmessers . . . . .	99
7.7.5	Vergleich zur Lebensdaueranalyse auf Basis von S2-Stäben . . . . .	101
<b>8</b>	<b>Diskussion</b>	<b>103</b>
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Anhang</b>	<b>113</b>
A.1	Vulkanisationsform der FEP . . . . .	113
A.2	Schadensparameter der FEP . . . . .	115
A.3	Experimentell ermittelte Lastwechselzahlen eines Rollbalges . . . . .	116
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>119</b>

# Symbolverzeichnis

Die wichtigsten verwendeten Symbole und Abkürzungen sind hier zusammengefasst. Für die kontinuumsmechanische Beschreibung werden soweit möglich große Buchstaben für Größen mit Bezug auf die Ausgangskonfiguration und kleine Buchstaben für Größen mit Bezug auf die Momentankonfiguration verwendet. Bei mehrfacher Verwendung ist die Definition in den zugehörigen Kapiteln zu beachten.

## Lateinische Symbole

<b>Symbol</b>	<b>Definition</b>
$b$	Formparameter der Weibullverteilung
$c$	Risslänge
$c_0$	Anfangsrisslänge
$d_a$	Außendurchmesser der Rollfalte
$d_f$	Fadendurchmesser
$d_i$	Abrollkolbenurchmesser bzw. Innendurchmesser der Rollfalte
$h_{cl}$	Dicke einer Rebarschicht
$k$	Parameter der Wöhlerlinie oder Parameter des Rissfortschritts
$k_{1,2}$	Parameter der HGO-Materialformulierung
$m$	Masse
$p$	hydrostatischer Druck
$p_i$	Innendruck der Luftfeder
$r$	Reaktionsrate
$r_{eff}$	effektiver Radius
$s_{Feder}$	Federweg
$s_{Rollfalte}$	Weg der Rollfalte
$t$	Zeit
$t_i$	Schichtdicke der Innenlage
$t_d$	Schichtdicke der Decklage
$t_z$	Schichtdicke der Zwischenlage
$x_A$	räumliche Koordinaten
$A, a$	Fläche
$A_{eff}$	effektive Fläche
$A_{sl}$	Querschnittsfläche eines Rebarfadens
$B$	Parameter des Rissfortschritts
$\mathfrak{B}$	Körper
$C$	Materialparameter mit entsprechenden Indizes
$D$	Schadenssumme sowie Einzelschädigung mit Index
$E_A$	Aktivierungsenergie
$E_f$	Elastizitätsmodul der Faser

$E_m$	Elastizitätsmodul der Matrix
$\mathbb{E}^3$	euklidischer Raum
$F$	Kraft
$F_s$	Position eines Gaußpunktes
$G$	Energiefreisetzungsrate
$I_C, II_C, III_C$	Invarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors
$\hat{I}_C, \hat{II}_C, \hat{III}_C$	deviatorische Invarianten des rechten Cauchy-Green-Tensors
$I_{4,5}$	Pseudoinvariante
$J$	Jacobi-Determinante
$N$	Lastwechsel oder Anzahl mit Index
$N_I$	Ansatzfunktion von Knoten I
$P_a$	Schadensparameter oder Ausfallwahrscheinlichkeit
$P_0$	Parameter der Wöhlerlinie
$R$	Verhältnis aus unterem und oberem Wert eines Schwingenspiels
$R_g$	allgemeine Gaskonstante
$T$	Tearing Energy oder charakteristische Lebensdauer
$V, v$	Volumen
$W$	Formänderungsenergiedichte oder Verzerrungsenergiefunktion
$W_c$	Cracking Energy Density
$W_s$	Wichtungsfaktoren der Gauß-Integration
$X_A$	materielle Koordinaten

## Griechische Symbole

Symbol	Definition
$\alpha_a$	Fadenwinkel der Außenlage
$\alpha_i$	Fadenwinkel der Innenlage
$\beta$	Parameter des Rissfortschritts
$\gamma$	Winkel zw. Fadenachse und Rissebene
$\delta$	Verschiebung mit entsprechenden Indizes
$\epsilon$	Dehnung
$\vartheta$	Temperatur
$\eta$	Entropie
$\kappa$	Strafparameter
$\lambda$	Verzerrung bzw. Streckung
$\lambda_i$	Hauptstreckung
$\xi, \eta, \zeta$	isoparametrische Koordinaten
$\rho$	Dichte
$\sigma$	Cauchy-Spannung
$\sigma_{max}$	Cauchy-Hauptnormalspannung oder Cauchy-Schadensparameter
$\Psi$	Helmholtz-Energie, Potenzial
$\Gamma$	Elementoberfläche
$\Sigma^*$	minimaler Eigenwert des schädigenden Anteils des Eshelby-Spannungstensors bzw. Eshelby-Schadensparameter
$\Omega_e$	finites Element

---

# Tensoren, Matrizen und Vektoren

Symbol	Definition
$\mathbf{a}_0$	Richtungsvektor der transversal isotropen Materialformulierung
$\mathbf{b}$	linker Cauchy-Green-Tensor
$\mathbf{e}$	Euler-Almansi-Verzerrungstensor
$\mathbf{e}_A$	Basisvektoren der räumlichen Koordinaten
$\mathbf{f}$	Volumenkräfte
$\mathbf{n}$	Normalenvektor oder Eigenvektor in der Momentankonfiguration
$\vec{r}$	Normalenvektor der Rissebene
$\mathbf{t}$	Cauchy-Spannungsvektor
$\mathbf{t}_n$	Normalspannungsvektor
$\mathbf{t}_t$	Schubspannungsvektor
$\mathbf{u}$	Verschiebungsvektor
$\mathbf{v}$	Geschwindigkeitsvektor
$\mathbf{x}$	Ort eines Partikels (Momentankonfiguration)
$\mathbf{B}_I$	Verzerrungsinterpolationsmatrix von Knoten I
$\mathbf{C}$	rechter Cauchy-Green-Tensor
$\mathbf{D}$	Materialmatrix
$\mathbf{E}$	Green-Lagrange-Verzerrungstensor
$\mathbf{E}_A$	Basisvektoren der materiellen Koordinaten
$\mathbf{F}$	Deformationsgradient
$\mathbf{I}$	Einheitstensor
$\mathbf{J}$	Drallvektor
$\mathbf{K}_e$	Elementsteifigkeitsmatrix
$\mathbf{K}_T$	tangentiale Steifigkeitsmatrix
$\mathbf{L}$	Impulsvektor
$\mathbf{N}$	Normalenvektor oder Eigenvektor in Ausgangskordinaten
$\mathbf{P}$	1. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
$\mathbf{R}$	Rotationstensor, Vektor der Rissebene und Residuenvektor
$\mathbf{S}$	2. Piola-Kirchhoff-Spannungstensor
$\mathbf{U}$	rechter Strecktensor
$\mathbf{V}$	linker Strecktensor oder Eigenvektor des Eshelby-Schadensparameters
$\mathbf{X}$	Ort eines Partikels (Ausgangskonfiguration)
$\mathbb{C}$	Elastizitätstensor
$\vec{\epsilon}$	Dehnungsvektor
$\vec{\sigma}$	Spannungsvektor
$\boldsymbol{\sigma}$	Cauchy-Spannungstensor
$\eta$	Testfunktion (virtuelle Verschiebung)
$\xi$	isoparametrische Koordinaten
$\chi$	Konfiguration
$\boldsymbol{\psi}$	Ortsvektor
$\boldsymbol{\Sigma}$	Eshelby-Spannungstensor
$\Theta$	materielle Kraft

## Mathematische Operatoren

Operator	Name
$\otimes$	dyadisches Produkt
$\det(\bullet)$	Determinante
div	Divergenz mit Bezug auf Momentankoordinaten
$D(\bullet)$	Richtungsableitung
Div	Divergenz mit Bezug auf Ausgangskoordinaten
grad	Gradient mit Bezug auf Momentankoordinaten
Grad	Gradient mit Bezug auf Ausgangskoordinaten
$\nabla$	Nabla Operator
$\times$	Kreuzprodukt
:	doppeltes Skalarprodukt

## Indizes

0	Bezug auf Ausgangskonfiguration
$F_s$	Rebarschicht
$e$	Element
$G$	global
$i, j$	Laufindizes
$iso$	isochorer Anteil oder isoparametrisches Element
$kno$	Knoten
$l$	lokal
$sig$	Signal
$E_f$	Rebarfaden
$t$	Bezug auf Momentankonfiguration
$ti$	transversal isotrop
$vol$	volumetrischer Anteil
$I$	Knoten

## Abkürzungen

AM	Ausfallmechanismus
CED	Cracking Energy Density
CR	Chloroprenkautschuk
DFG	Deutsche Forschungsgemeinschaft
DLO	Diffusion Limited Oxidation
EPDM	Ethylen-Propylen-Kautschuk
FE	Finite-Elemente
FEA	Finite-Elemente-Analyse
FEM	Finite-Elemente-Methode
FEP	Faden-Elastomer-Probe
HGO	Holzapfel-Gassner-Ogden
MID	Modellindex
MW	Mittelwert
NR	Naturkautschuk

---

PKW	Personenkraftwagen
RFL	Resorcin-Formaldehyd-Latex
SEN	Single Edge Notch
STW	Standardabweichung
TFA	Tear Fatigue Analyzer
$\mu$ CT	Computertomograph

## Spezielle Zeichen

(1.1)	Zahlen in runden Klammern stehen für Formelnummern. Die erste Zahl verweist auf das Kapitel.
$\vec{\cdot}$	Vektoren sind in Fettdruck oder mit einem Pfeil versehen.
<b>A</b>	Tensoren und Matrizen sind in Fettdruck dargestellt.
$\bar{\cdot}$	Größen mit einem horizontalen Strich sind Knotenwerte.
$\tilde{\cdot}$	Größen mit einer Tilde sind an der Gleichgewichts- position auszuwerten.
$\mathbf{A}^T$	Transponierte der Matrix <b>A</b>
$\mathbf{A}^{-1}$	inverse Matrix der Matrix <b>A</b>