

Tim Brepols

Theory and numerics of
gradient-extended damage
coupled with plasticity

Theory and numerics of gradient-extended damage coupled with plasticity

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen
der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Tim Brepols

Berichter*innen: Prof. Dr.-Ing. Stefanie Reese
Prof. Dr.-Ing. Samuel Forest

Tag der mündlichen Prüfung: 12. November 2018

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Applied Mechanics – RWTH Aachen University
Editor: Prof. Dr.-Ing. Stefanie Reese

Volume 6

Tim Brepols

**Theory and numerics of gradient-extended damage
coupled with plasticity**

Shaker Verlag
Aachen 2019

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2018)

Copyright Shaker Verlag 2019

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-6512-1

ISSN 2363-488X

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Für meine Familie

Acknowledgements

The present cumulative dissertation is the result of my activities as a research assistant at the Institute of Applied Mechanics (IFAM) at the RWTH Aachen University. At this point, I would like to express my gratitude to all the people who assisted me and have, in one way or the other, contributed to the successful completion of this thesis. The English-speaking reader may forgive me my decision to write the following personal acknowledgements in German.

Mein Dank gilt in allererster Linie der Betreuerin meiner Doktorarbeit, Frau Prof. Dr.-Ing. Stefanie Reese, die mir nach meinem Studium eine Stelle als wissenschaftlicher Mitarbeiter am IFAM angeboten und somit die Grundlage für meine Forschungsarbeit gelegt hat. Ihre kontinuierliche Unterstützung während dieser Zeit und die vielen interessanten fachlichen Diskussionen, die ich mit ihr führen konnte, haben einen entscheidenden Teil dazu beigetragen, wissenschaftlich gesehen das Beste aus meiner Arbeit und mir selbst herauszuholen. Weiterhin gilt mein Dank Herrn Prof. Dr.-Ing. Samuel Forest, der sich einverstanden erklärt hat, als Zweitgutachter dieser Dissertation zu fungieren und den mühsamen Weg von Paris nach Aachen und zurück am Tag meiner Doktorprüfung auf sich zu nehmen (Merci, Samuel!). Das weiß ich äußerst zu schätzen. Außerdem möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. Benno Hoffmeister recht herzlich dafür danken, dass er den Vorsitz der Promotionskommission übernommen hat.

Einen speziellen Dank möchte ich auch den weiteren Koautoren meiner Veröffentlichungen aussprechen, Herrn Dr.-Ing. Ivaylo Vladimirov sowie Herrn Prof. Dr.-Ing. Stephan Wulfinghoff, die mich zu ihrer Zeit am Institut bei der alltäglichen Arbeit und Forschung wunderbar unterstützt haben und zu jeder Zeit mit klugem Rat zur Seite standen. Von Ihnen habe ich unheimlich viel lernen können und ohne ihre wertvollen Ideen, Tipps und konstruktive Kritik hätte meine Forschungsarbeit sicher niemals die heute vorhandene Qualität erreichen können.

Des Weiteren gilt mein Dank allen aktuellen und ehemaligen wissenschaftlichen als auch nicht-wissenschaftlichen Kolleginnen und Kollegen am IFAM, die das tägliche Arbeiten für mich zu einer wahren Freude gemacht haben. Ganz bewusst vermeide ich hier den Versuch der Aufzählung der entsprechenden Personen, um nicht in die Gefahr zu geraten, irgendjemanden dabei aus Versehen zu vergessen. Die Arbeitsatmosphäre habe ich stets als äußerst positiv und respektvoll empfunden. So standen die Bürotüren bei Fragen und Problemen bei jedem und für jeden immer offen, was ich für etwas sehr Besonderes halte. Auch der Spaß kam nie zu kurz. Insgesamt bin ich froh sagen zu können, dass sich durch die Arbeit am IFAM auch sehr gute private Freundschaften für mich ergeben haben, die ich nicht mehr missen möchte.

Große Dankbarkeit empfinde ich gegenüber meinen Eltern, Sabine und Norbert, die es mir ermöglicht haben, mich frei zu entfalten, meinen Interessen nachzugehen und an der RWTH

Aachen zu studieren. Ferner danke ich meinen beiden Geschwistern, Daniela und Lars, sowie ihren Familien (das sind Wolfgang, Joona, Ella und Luk sowie Nina, Mara und Noemi), meiner Schwiegermutter, Gisela, sowie dem Rest meiner Familie. Es sind die Menschen, auf die ich stets zählen kann.

Der größte Dank von allen gebührt schließlich dem wichtigsten Menschen in meinem Leben, meiner wundervollen Frau, Jennifer, die ich über alles liebe, die immer an mich glaubt und an meiner Seite steht, um mich mit voller Kraft und nie enden wollendem Optimismus zu unterstützen.

Aachen, 2018

Tim Brepols

Summary

Numerical simulations for predicting damage and failure of materials and structures are of fundamental importance in many engineering disciplines, since they usually reduce the number of costly and time-consuming practical experiments and allow for deeper insights into processes that would otherwise not or only hardly be possible. The significance of such simulations depends to a large extent on the quality of the applied material models which are themselves constantly being further developed to take more and more phenomena and effects into account that occur in real materials. In this context, the coupled modeling of the complex material phenomena ‘damage’ and ‘plasticity’ can be mentioned as a challenging and practically relevant subject the scientific literature has been dealing with for quite some time already. There is still a pressing need for further research in this scientific field.

The present cumulative dissertation aims at making a valuable contribution in this regard. It essentially represents a compilation of several published works of the author (and his coauthors) related to the topic. The overall goal is the development and investigation of novel gradient-extended damage-plasticity material models, both for the geometrically linear and nonlinear regime, which are based on a so-called ‘two-surface’ approach. The latter means that damage and plasticity are modeled as truly distinct (but coupled) dissipative mechanisms by taking separate damage loading and plastic yield criteria as well as loading / unloading conditions into consideration, respectively. Nonlinear Armstrong-Frederick kinematic hardening, nonlinear Voce isotropic hardening and nonlinear damage hardening are also accounted for by the models that can quite flexibly be adapted to various situations in which the considered real material shows either a (quasi-)brittle-type, ductile-type or possibly a mixed-type damaging behavior. The gradient-extension of damage (based on a micromorphic approach) is used to avoid pathological mesh sensitivity issues in finite element simulations that otherwise typically occur when using conventional models involving material softening behavior.

After an introductory part with a literature overview and a more detailed clarification of the research-relevant questions, the thesis begins with two works that are concerned with a numerical comparison of two different and competing kind of formulations for large deformation plasticity: hypo- and hyperelastic-based plasticity formulations that rely upon an additive decomposition of the rate of deformation tensor or a multiplicative split of the deformation gradient. At this point, no damage is being considered, yet. The main purpose for the thesis is to clarify whether one of the two formulations should generally be preferred when it later comes to an extension of the geometrically linear gradient-enhanced damage-plasticity model to large deformations. Various simulations with single finite elements finally reveal

that the results, which are obtained using the respective modeling approaches, can indeed significantly differ from each other under extreme conditions and that an incautious use of hypoelastic-based plasticity formulations can even lead to physically implausible model behavior. However, in more application-oriented structural simulations these problems are nearly insignificant and the results show a good agreement which suggests that, in principal, both formulations are well-suited for the development of new material models involving large plastic deformations.

Afterwards, two works are presented that deal with the theory and numerics of two slightly different two-surface gradient-extended damage-plasticity models for the geometrically linear regime. Among other things, the following topics are discussed: the application of the micro-morphic approach to achieve the gradient-extension of the models, the derivation of the strong and weak form of the underlying boundary value problem, the thermodynamically consistent derivation of the evolution equations, the models' implementation into finite element codes, the algorithmic handling of the discretized equations at the integration point level and the computation of the consistent tangent operators which are necessary to retain a quadratic rate of convergence of the Newton scheme at the global finite element level. The results of numerous structural simulations demonstrate the good practical performance and mesh regularizing properties of the models in finite element simulations involving material softening.

In the last part of the thesis, the model formulation is extended for its application to geometrically nonlinear problems. For this, a hyperelastic-based plasticity framework is used which relies upon an additional multiplicative split of the plastic part of the deformation gradient in order to allow for the modeling of nonlinear Armstrong-Frederick kinematic hardening at large deformations and which utilizes exclusively symmetric internal variables. Besides the theory, also many numerically relevant topics are discussed, such as a suitable time integration scheme for the evolution equations that preserves both the plastic incompressibility and symmetry of the tensorial internal variables, or the implementation of the model formulation into finite element codes. Finally, the functionality of the geometrically nonlinear model is exemplified by a structural finite element simulation.

Zusammenfassung

Numerische Simulationen zur Vorhersage der Schädigung und des Versagens von Werkstoffen und Strukturen sind in vielen Ingenieurdisziplinen von grundlegender Bedeutung, da sie oftmals die Zahl kosten- und zeitintensiver Experimente reduzieren können und tiefgehendere Einblicke in Prozesse erlauben, die ansonsten nicht oder nur schwer möglich wären. Die Aussagekraft solcher Simulationen hängt dabei wesentlich von der Güte der verwendeten Materialmodelle ab, die selbst ständig weiterentwickelt werden, um immer mehr Phänomenen und Effekten, die in realen Werkstoffen auftreten, Rechnung zu tragen. In diesem Zusammenhang sei beispielsweise die gekoppelte Modellierung der komplexen Materialphänomene „Schädigung“ und „Plastizität“ als ein anspruchsvolles und praxisrelevantes Thema genannt, mit dem sich die wissenschaftliche Literatur seit geraumer Zeit beschäftigt. Hier besteht auch weiterhin dringender Forschungsbedarf.

Die vorliegende kumulative Dissertation möchte dazu einen wertvollen Beitrag leisten. Sie repräsentiert im Wesentlichen eine Zusammenstellung mehrerer bereits veröffentlichter Arbeiten des Autors (und seiner Koautoren) zum Themengebiet. Das übergeordnete Ziel ist die Entwicklung und Untersuchung neuartiger gradientenerweiterter Schädigungs-Plastizitätsmodelle, sowohl im Rahmen einer geometrisch linearen als auch nichtlinearen Theorie, die auf einem sogenannten „Zwei-Flächen“-Ansatz basieren. Hierbei werden Schädigung und Plastizität jeweils als eigenständige (aber gekoppelte) dissipative Mechanismen aufgefasst und mittels separater Schädigungs- und Fließflächen sowie Be- und Entlastungsbedingungen modelliert. Zudem werden nichtlineare kinematische Armstrong-Frederick Verfestigung, nichtlineare isotrope Voce Verfestigung und nichtlineare Schädigungsverfestigung durch die Modelle berücksichtigt, die sehr flexibel an verschiedene Gegebenheiten angepasst werden können, in denen der betrachtete reale Werkstoff entweder ein (quasi-)sprödes, duktiles oder möglicherweise gemischtes Schädigungsverhalten aufweist. Die Gradientenerweiterung der Schädigung (basierend auf einem mikromorphen Ansatz) wird dazu genutzt, pathologische Netzabhängigkeitsprobleme in Finite-Elemente-Simulationen zu vermeiden, die sonst üblicherweise beim Einsatz von konventionellen Modellen mit Materialerweichungsverhalten auftreten.

Nach einem Einleitungsteil mit einem Literaturüberblick und einer detaillierteren Klärung der forschungsrelevanten Fragen, beginnt die Dissertation mit zwei Arbeiten, die sich beide mit einem numerischen Vergleich zweier unterschiedlicher, konkurrierender Formulierungen für Plastizität bei großen Verformungen befassen: hypo- und hyperelastische Plastizitätsformulierungen, die auf einer additiven Zerlegung des Deformationsgeschwindigkeitstensors bzw. einer multiplikativen Zerlegung des Deformationsgradienten basieren. Hierbei wird zu-

nächst noch keine Schädigung betrachtet. Der Hauptzweck für die Dissertation besteht darin, zu klären, ob eine der beiden Formulierungen grundsätzlich bevorzugt werden sollte, wenn das geometrisch lineare gradientenerweiterte Schädigungs-Plastizitätsmodell zu einem späteren Zeitpunkt auf große Deformationen erweitert wird. Verschiedene Simulationen mit einzelnen finiten Elementen zeigen schließlich, dass sich die Ergebnisse, die mit beiden Modellierungsansätzen erzielt werden, im Extremfall deutlich voneinander unterscheiden können und dass ein unsachgemäßer Einsatz hypoelastischer Plastizitätsformulierungen sogar nicht-physikalisches Modellverhalten hervorrufen kann. In anwendungsorientierteren Strukturrechnungen sind diese Probleme jedoch nahezu unbedeutend und die Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung, was darauf hindeutet, dass prinzipiell beide Formulierungen für die Entwicklung neuer Materialmodelle zur Beschreibung großer plastischer Verformungen geeignet sind.

Anschließend werden zwei Arbeiten präsentiert, die sich mit der Theorie und Numerik zweier leicht unterschiedlicher gradientenerweiterter Schädigungs-Plastizitätsmodelle für den geometrisch linearen Fall befassen und welche beide auf dem oben genannten Zwei-Flächen-Ansatz basieren. Unter anderem werden folgende Themen besprochen: die Anwendung des mikromorphen Ansatzes zur Realisierung der Gradientenerweiterung der Modelle, die Ableitung der starken und schwachen Form des zugrundeliegenden Randwertproblems, die thermodynamisch konsistente Herleitung der Evolutionsgleichungen, die Implementierung der Modelle in Finite-Elemente-Codes, die algorithmische Behandlung der diskretisierten Gleichungen auf Integrationspunktebene sowie die Berechnung der konsistenten Tangentenoperatoren zur Gewährleistung der quadratischen Konvergenz des Newton-Verfahrens auf globaler Finite-Elemente-Ebene. Die Ergebnisse zahlreicher Strukturrechnungen belegen schließlich die gute Praxistauglichkeit und netzregularisierenden Eigenschaften der Modelle in Finite-Elemente-Simulationen, in denen Materialerweichungsverhalten auftritt.

Im letzten Teil der Dissertation wird die Modellformulierung erweitert, um sie auf geometrisch nichtlineare Problemstellungen anwendbar zu machen. Hierzu wird ein hyperelastisches Plastizitätsmodell als „Gerüst“ verwendet, das eine zusätzliche multiplikative Zerlegung des plastischen Anteils des Deformationsgradienten zur Abbildung nichtlinearer kinematischer Armstrong-Frederick Verfestigung bei großen Verformungen nutzt und das von ausschließlich symmetrischen inneren Variablen Gebrauch macht. Neben der Theorie werden auch viele numerisch relevante Themen besprochen, wie z. B. ein geeignetes Zeitintegrationsschema für die Evolutionsgleichungen, das sowohl die plastische Inkompressibilität als auch die Symmetrie der tensoriellen inneren Variablen bewahrt, oder auch die Implementierung der Modellformulierung in Finite-Elemente-Codes. Schließlich wird die Funktionalität des geometrisch nichtlinearen Modells anhand einer Finite-Elemente-Strukturrechnung beispielhaft illustriert.

Contents

1	Introduction	1
1.1	Motivation and research-relevant questions	1
1.2	State-of-the-art in the continuum mechanical modeling of combined damage and plasticity	4
1.3	Outline of the dissertation	10
2	Article 1:	
	Comparison of hyper- and hypoelastic-based formulations of elastoplasticity with applications to metal forming	13
2.1	Abstract	14
2.2	Introduction	14
2.3	Hypoelastic-based constitutive model	15
2.3.1	Objective stress rates	15
2.3.2	Additive split of the rate of deformation tensor and stress-strain relationship	16
2.3.3	Yield criterion, flow rule and hardening laws	16
2.3.4	Self-consistent Eulerian model	17
2.4	Hyperelastic-based constitutive model	18
2.4.1	Multiplicative split of the deformation gradient	18
2.4.2	Constitutive relationships	18
2.4.3	Yield criterion, flow rule and hardening laws	19
2.5	Results and discussion	20
2.5.1	Elliptical closed path deformation of a single element	20
2.5.2	Cylindrical cup drawing	22
2.6	Conclusions	24

3 Article 2:

Numerical comparison of isotropic hypo- and hyperelastic-based plasticity models with application to industrial forming processes	25
3.1 Abstract	26
3.2 Introduction	26
3.3 Hypoelastic-based plasticity model	29
3.3.1 Objective corotational rates	29
3.3.2 Additive split of rate of deformation and hypoelastic constitutive law	30
3.3.3 Yield criterion, flow rule and hardening laws	31
3.3.4 Elastic dissipation issue and self-consistent Eulerian model	32
3.3.5 Algorithmic implementation	33
3.3.6 Hypoelastic-based plasticity in ABAQUS / Standard	39
3.4 Hyperelastic-based plasticity model	40
3.4.1 Multiplicative split of the deformation gradient	40
3.4.2 Constitutive relationships and thermodynamical consistency	41
3.4.3 Algorithmic implementation	44
3.5 Numerical examples	47
3.5.1 Adjustment of material parameters	47
3.5.2 Comparison of objective rates in hypoelastic-based models	48
3.5.3 Comparison of incrementally objective algorithms for hypoelastic-based models	53
3.5.4 Comparison of ABAQUS / Standard built-in elastoplastic model with self-implemented hypoelastic-based plasticity model	59
3.5.5 Comparison of hypo- and hyperelastic-based plasticity models with application to industrial forming processes	61
3.6 Conclusions	72
3.7 Appendix	73

4 Article 3:

Gradient-extended ‘two-surface’ damage-plasticity: micromorphic formulation and numerical aspects	77
4.1 Abstract	78
4.2 Introduction	78
4.2.1 Modeling of damage and fracture	78
4.2.2 Aim and scope of the present work	81

4.2.3	Notational conventions	83
4.3	Constitutive modeling	83
4.3.1	Gradient-extension based on the micromorphic approach	83
4.3.2	Energy equivalence and effective variables	85
4.3.3	State potential in terms of the Helmholtz free energy	87
4.3.4	Derivation of state relations based on the Clausius-Duhem inequality	89
4.3.5	Two-surface damage-plasticity formulation	90
4.3.6	Weak form of the problem and its linearization	94
4.4	Algorithmic implementation	95
4.4.1	Finite element discretization of global equations	95
4.4.2	Backward Euler discretization of equations at the Gauss-point level	97
4.4.3	Possible solutions of the incremental problem	98
4.4.4	Algorithmic treatment at the Gauss-point level	100
4.4.5	Consistent tangent operators	104
4.5	Numerical examples	105
4.5.1	Influence of the damage parameters in the model	105
4.5.2	One-dimensional bar with imperfection under tension	109
4.5.3	Square specimen with circular hole	120
4.5.4	Single-edge notched specimen	125
4.5.5	Moderately notched specimen	129
4.5.6	Asymmetrically notched specimen	133
4.6	Conclusions	135
4.7	Appendix	139

5 Article 4:

A micromorphic damage-plasticity model to counteract mesh dependence in finite element simulations involving material softening		145
5.1	Abstract	146
5.2	Introduction	146
5.3	Constitutive theory	148
5.3.1	Micromorphic extension, strong and weak form of the problem	148
5.3.2	Kinematic assumptions and thermodynamic considerations	149
5.3.3	State potential in terms of the Helmholtz free energy	150
5.3.4	State relations and thermodynamic conjugate forces	151
5.3.5	Modeling of plasticity	153

5.3.6	Modeling of damage	154
5.4	Numerical and algorithmic aspects	155
5.4.1	Discretization of the evolution equations and remarks on the incremental problem	155
5.4.2	Enforcing stress constraints for 3D gradient-extended material models in finite elements	156
5.5	Numerical example	159
5.6	Conclusions	161

6 Article 5:

A ‘two-surface’ gradient-extended damage-plasticity model for large deformations		165
6.1	Abstract	166
6.2	Introduction	166
6.3	Constitutive modeling	173
6.3.1	Gradient-extended isotropic damage based on the micromorphic approach	173
6.3.2	Kinematics of finite deformation elastoplasticity with nonlinear kinematic hardening	175
6.3.3	State potential in terms of the Helmholtz free energy	176
6.3.4	State relations and thermodynamic conjugate forces derived from the Clausius-Duhem inequality	177
6.3.5	Yield function and plastic evolution equations	180
6.3.6	Damage loading function and damage evolution equations	181
6.3.7	Proof of the model’s thermodynamic consistency	182
6.3.8	Representation of the constitutive equations in the reference configuration	182
6.3.9	Particular choice of the Helmholtz free energy in the present study . .	185
6.3.10	Weak form of the problem and its linearization	187
6.4	Algorithmic implementation	189
6.4.1	Finite element discretization of the global equations	189
6.4.2	Implicit time integration of the evolution equations	192
6.4.3	Possible solutions of the incremental problem and algorithmic approach at the integration point level	195
6.4.4	Consistent tangent operators	196

6.5	Numerical examples	198
6.5.1	Integration point study: Investigation of the model's damage material parameters	198
6.5.2	Structural example: Tensile specimen with imperfection	200
6.6	Conclusions	208
6.7	Appendix	211
7	Conclusions and Outlook	227
	List of Figures	231
	List of Tables	235
	Bibliography	237