Iterative Partition-Based Moving-Horizon State Estimation

Iterative partitionierungsbasierte Zustandsschätzung auf bewegtem Horizont

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

René Schneider

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Wolfgang Marquardt
Professor Riccardo Scattolini

Tag der mündlichen Prüfung: 11. November 2016

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten
der Universitätsbibliothek online verfügbar.

Berichte aus der Verfahrenstechnik

René Schneider

Iterative Partition-Based Moving-Horizon State Estimation

Shaker Verlag
Aachen 2017

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2016)

Copyright Shaker Verlag 2017
All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-5099-8
ISSN 0945-1021

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter der Aachener Verfahrenstechnik am Lehrstuhl für Prozess- und Systemverfahrenstechnik der RWTH Aachen.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Professor Marquardt. Seine Begeisterung für die Forschung ist hochgradig ansteckend und motivierend. Zusammen mit seiner langjährigen Erfahrung und seinem unerschöpflichen Ideenreichtum hat dies maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Für seine anhaltende Unterstützung bin ich ihm sehr dankbar. Weiterhin danke ich Herrn Professor Scattolini für die Übernahme des Koreferats und Herrn Professor Schuppert für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes. Bedanken möchte ich mich zudem bei Herrn Professor Georgakis und Herrn Professor Herty für die gute Zusammenarbeit sowie bei Herrn Professor Mitsos und Cybernetica AS für ihre wertvolle Förderung.

Für die gute Atmosphäre am Lehrstuhl (und oft auch außerhalb davon) geht mein Dank an alle ehemaligen Kollegen. Der fachliche Austausch mit ihnen, speziell innerhalb der Optgroup und der EHK, hat mich oft voran gebracht. Ich danke daher insbesondere Alexandra, David, Fady, Ganzhou, Hatim, Holger, Inga, Ionut, Jarek, Jenny, Johannes, Kathrin, Lynn, Maxim, Nimet, Preet, Ralf, Reinout und Yannic.

Für die tolle gemeinsame Zeit und Zerstreuung außerhalb des Lehrstuhls gilt mein herzlicher Dank darüber hinaus dem Studienstiftungschor Köln, meinen charmanten Tanzpartnerinnen, meinen langjährigen Kumpels Michael und Michael, sowie natürlich allen STK04lern – meinen Studienfreunden aus Magdeburg.

Von Herzen dankbar bin ich meiner Familie, besonders meinen Eltern Jana und Uwe sowie meinen Geschwistern Antje und Christian, die immer für mich da sind. Mein besonderer Dank gebührt schließlich Sonja, die viel Verständnis für meine Arbeit gezeigt und mich stets liebevoll unterstützt hat.

Lausanne, im November 2016 *René Schneider*

Contents

1 Introduction **1**

1.1 Literature review 4

1.2 Contributions of this thesis 8

1.3 Structure of this thesis 9

2 Background on moving-horizon estimation **11**

2.1 Notation 11

2.2 The measurement-generating system 12

2.3 Distinction between observers and estimators 13

2.4 General idea of moving-horizon estimation 14

2.5 Centralized MHE formulations 15

2.5.1 Estimation models 15

2.5.2 Optimization problem formulations 16

2.5.3 Additional constraints 18

2.6 Selected stability results 19

2.6.1 Stability of R-CMHE 19

2.6.2 Stability of A-CMHE 24

2.7 Summary 30

3 A partition-based moving-horizon estimator based on R-CMHE **31**

3.1 System partitioning 32

3.2 Reformulation of R-CMHE 34

3.3 R-PMHE formulation and algorithm 37

3.4 Convergence of R-PMHE 40

3.5 Stability of R-PMHE 44

3.6 Summary 45

4 Partition-based moving-horizon estimators based on A-CMHE-I **47**

4.1 The algorithms 47

4.1.1 Model as equality constraint (A-PMHE-1) 48

4.1.2 Model substituted in objective function (A-PMHE-2) 51

4.2 Convergence and stability of constrained A-PMHE-2 53
4.2.1 Convergence 53
4.2.2 Stability for an infinite number of iterations 54
4.2.3 Stability for a finite number of iterations 55
4.3 Convergence and stability of unconstrained A-PMHE-2 56
4.3.1 Convergence 56
4.3.2 Stability for an infinite number of iterations 58
4.3.3 Stability for a finite number of iterations 59
4.4 Summary 62

5 Partition-based moving-horizon estimators with tunable convergence 63
5.1 The scaled gradient projection method 63
5.2 Generalizing A-PMHE: A-PMHE-nl and A-PMHE-γ 65
5.3 Convergence 68
5.3.1 Results based on descent arguments 68
5.3.2 Results based on contractions with respect to scaling matrix 71
5.3.3 Results based on block-maximum norm contractions 74
5.4 Convergence for asynchronous communication 78
5.5 Stability 81
5.5.1 Infinite number of iterations 81
5.5.2 Finite number of iterations 83
5.6 Summary 84

6 Numerical examples 85
6.1 Linear example systems 85
6.2 Demonstration of R-PMHE 87
6.2.1 Convergence and stability 87
6.2.2 Inequality constraints and dynamic termination criteria 89
6.3 Comparison of A-PMHE-1 and A-PMHE-2 92
6.4 Stability of unconstrained A-PMHE-2 with a finite number of iterations . . 93
6.5 Influence of system partitioning 97
6.6 Convergence of A-PMHE-γ 98
6.7 Asynchronous execution of A-PMHE-γ 99
6.7.1 Different update rates 99
6.7.2 Communication delays 100
6.7.3 Irregular updates and communication delays 101
6.8 Summary 101

7 Application to power system networks **105**
7.1 Modeling power system networks 106
7.2 Numerical results 109
7.2.1 Discretization 109
7.2.2 HYCON2 benchmark examples 110
7.2.3 Larger networks 112
7.3 Summary 117

8 Distributed output feedback **119**
8.1 Problem statement and S-DMPC 120
8.2 Stability of distributed output feedback 124
8.3 Case study: Alkylation of benzene 125
8.3.1 Process description and control objective 125
8.3.2 Controller and estimator configuration 126
8.3.3 Open-loop simulation results 127
8.3.4 Closed-loop simulation results 128
8.4 Summary 134

9 Conclusions **135**
9.1 Summary of this work 135
9.2 Outlook 137

Bibliography **139**

Nomenclature

Variables

A	System matrix
$A_1,\ A_2,\ A_4$	Bounding constants used in the proof of Theorem 4
$\mathbb{A}$	Set containing indices of active inequalities (active set)
a	Constant used in equality constraints
B	Input matrix
b	Susceptance
$\underline{b}$	Auxiliary vector
C	Output matrix
$\mathcal{C}$	Class of continuously differentiable functions
c	Concentration
D	Matrix used for describing polytopic constraint sets
D	Load damping constant (Chapter 7)
d	Vector used for describing polytopic constraint sets
E	Auxiliary matrix
$\mathcal{E}$	(Sub-)System estimator
e	Estimation error
F	Nonlinear observability map
F	Stream (Chapter 8)
f	Function on right-hand side of system equation
f	Frequency (Chapter 7)
$\mathfrak{f}_i$	Function describing the update of the variables of subsystem i
G	Matrix in A-PMHE-1 formulation
$\mathcal{G}$	Extended input matrix
g	Equality constraint
$\tilde{g}$	Inequality constraint
H	Auxiliary matrix (Chapter 3)
H	Inertia constant (Chapter 7)
h	Function on right-hand side of output equation

I	Identity matrix
i	Subsystem index
j	Subsystem index
K	Length of estimation horizon
$\mathcal{K}$	Class of continuous, strictly increasing functions that vanish at the origin
k	Discrete time index
$\mathbb{k}$	Index of certain iteration indices contained in $\mathbb{L}$
L	Lipschitz constant of an objective function
L_f	Upper bound on the Lipschitz constant needed in Proposition 2
$\mathcal{L}$	Lagrange function
$\mathbb{L}$	Set of iteration indices at which updates occur
l	Iteration index for inner iterations
$\bar{l}$	Maximum number of inner iterations
$\underline{\mathrm{l}}$	Threshold for l in convergence definition
ℓ	A particular iteration index defined next to (5.27)
M	Scaling matrix
m	Iteration index for active set / outer iterations
N	Number of subsystems
$\mathcal{N}$	Set containing all subsystem indices
$\mathcal{N}(\cdot,\cdot)$	Normal distribution with mean and covariance arguments
n	Dimension of the Euclidean space
$\mathcal{O}$	Observability matrix
P	Covariance of initial estimation error
P	Power (Chapter 7)
$\tilde{P}$	Penalty matrix for initial estimation error
Q	Covariance of process disturbance
$\tilde{Q}$	Penalty matrix for estimated process disturbance
q	Search direction
R	Covariance of output disturbance
R	Governor droop (Chapter 7)
$\tilde{R}$	Penalty matrix for estimated output disturbance
$\mathbb{R}$	Set of real numbers
$\mathbb{R}^n$	Euclidean space of dimension n
r	Norm of matrix in convergence condition (4.11)
$\mathcal{S}$	(Sub-)System
S	Matrix in MPC objective function
T	Projection mapping (Chapter 5)

T	Time constant (Chapter 7)
T	Temperature (Chapter 8)
$\mathcal{T}$	Weighting matrix
$\underline{\mathcal{T}}$	KKT matrix
t	Time
t_c	Computing time
t_p	Duration of prediction horizon
$\mathbb{U}$	Set of admissible controls
u	Input variable
V	Voltage
$\mathbb{V}$	Output disturbance constraint set
v	Output disturbance variable
$\mathbb{W}$	Process disturbance constraint set
w	Process disturbance variable
X	Level set
$\mathbb{X}$	State constraint set
$\mathcal{X}$	Closed convex hull of $\mathbb{X}$
x	State variable
$\bar{x}$	Guess for initial state of currently estimated state trajectory
$\underline{x}$	Auxiliary vector
y	Measurement variable
$\underline{y}$	Auxiliary vector
Z	Matrix for the terminal region
z	Aggregated optimization variable
$\underline{z}$	Auxiliary vector
α	Bounding constant
α_c	Convexity constant
α_{BM}	Modulus of a mapping with respect to the block-maximum norm
α_{DD}	Bounding constant for generalized diagonal dominance
α_H	Bounding constant on Hessian
α_M	Positivity constant
α_T	Modulus of a mapping T
α_X	Contraction constant of level sets X
δ	Constant
δ	Power angle (Chapter 7)
δ_φ	Finite sensitivity constant
ϵ	Small constant

ζ	Bounding sequence for estimation error norm
θ	Asynchronism measure
η	Auxiliary vector
γ	Step size parameter
κ	Condition number of a matrix
λ	Lagrange multiplier for equality constraints
$\lambda_{\min}$	Smallest eigenvalue of a matrix
$\lambda_{\max}$	Largest eigenvalue of a matrix
μ	Regularization parameter
ν	Lagrange multiplier for inequality constraints
ξ	Upper bounding sequence on squared estimation error norm
ρ	Spectral radius of a matrix
σ	Singular value of a matrix
ς	Row index of active inequality constraints
ς^-	Row index of blocking constraint within active inequality constraints
Φ	Objective function
φ	Class $\mathcal{K}$ function
ω	Angular velocity

Subscripts and superscripts

$(\cdot)_A$, $(\cdot)_B$, $(\cdot)_C$, $(\cdot)_D$	Quantity related to substances A, B, C, D
$(\cdot)^a$	Vectors related to active constraints
$(\cdot)^c$	Variable belonging to a continuous-time problem formulation
$(\cdot)_d$	Block-diagonal part of a matrix
$(\cdot)_f$	Estimation or control performance computed at final time based on data from the whole simulation interval $[0, t_f]$
$(\cdot)_i$, $(\cdot)_j$	Indicates variables belonging to subsystems i or j
$(\cdot)_{ij}$	Indicates the ij element or block of a matrix
$(\cdot)_k$	Discrete time index
$(\cdot)^{\mathrm{MPC}}$	Variables belonging to the MPC
$(\cdot)^{nom}$	Nominal optimal solution
$(\cdot)_r$	Complement to block-diagonal part of a matrix
$(\cdot)_s$	Index of sampling instant
$(\cdot)_{ss}$	Steady state
$\hat{(\cdot)}$	Estimated variable or function
$(\cdot)^*$	Optimal solution of an optimization problem

$(\cdot)'$	Transpose of a vector or matrix
$(\cdot)^{-1}$	Inverse of a matrix
$(\cdot)_0$	Initial value of a variable
$(\cdot)_\infty$	Steady-state value

If multiple superscripts or subscripts are required, they are separated by a comma.

Acronyms

CMHE	Centralized moving-horizon estimation / estimator
CMPC	Centralized model predictive control / controller
CPU	Central processing unit
CSTR	Continuous stirred-tank reactor
DARE	Discrete algebraic Riccati equation
DMPC	Distributed model predictive control / controller
DRE	Discrete Riccati equation
EKF	Extended Kalman filter
FASE	Forecasting-aided state estimators
GPS	Global positioning system
KF	Kalman filter
KKT	Karush-Kuhn-Tucker
LICQ	Linear independence constraint qualification
LTI	Linear, time-invariant system
LQR	Linear quadratic regulator
MHE	Moving-horizon estimation / estimator
MPC	Model predictive control / controller
NMPC	Nonlinear model predictive control / controller
PMHE	Partition-based moving-horizon estimation / estimator
PMU	Phasor measurement unit
PSN	Power system network
QP	Quadratic program / programming
SQP	Sequential quadratic programming

Abstract

This thesis proposes a set of novel partition-based moving-horizon state estimation schemes for systems that are composed of interconnected and potentially geographically distributed subsystems. The state variables of every subsystem are viewed as partitions of the full state vector, and they are estimated in parallel by dedicated subsystem state estimators that can exchange information among each other. Not only can this approach be faster than a centralized moving-horizon estimator, but it also avoids the unfavorable dependence on a single central computer. The novelty of the proposed methods is their iterative nature. As a result, their estimation accuracy approximates the optimal estimation accuracy of centralized moving-horizon estimators arbitrarily well.

Depending on which of the proposed methods is employed, the state of linear or nonlinear systems can be estimated. Moreover, different types of process and measurement uncertainties as well as additional inequality constraints of varying complexity can be taken into account. Theoretical results are developed and proven, which provide conditions for the convergence of the iterations at every sampling instant and for the stability of the estimation error as time proceeds. In particular, one of the proposed methods has the unique feature of simultaneous convergence and stability for a certain class of linear systems, independent of their subsystem topology.

These theoretical results are validated by extensive numerical simulations, which also provide additional insights into the role of the different parameters and problem formulations on the dynamical behaviour of the proposed estimators. Further simulations illustrate the potential of the novel iterative partition-based moving-horizon estimators for industrial applications. First, the dynamic state estimation problem of large-scale power system networks is addressed. Assuming ideal parallelization, the proposed partition-based estimator is found to be nearly as accurate but faster than a centralized moving-horizon estimator. Secondly, by combining one of the proposed methods with a distributed model predictive controller from the literature, a completely distributed and optimization-based output feedback solution is developed and successfully applied to a chemical plant. Finally, a summary of the results and suggestions for promising future research directions conclude the thesis.

Kurzfassung

Zur umfassenden Überwachung und zur modellbasierten Regelung komplexer Systeme ist die Kenntniss ihrer aktuellen Zustandsvariablen notwendig. Die Berechnung eben dieser Zustände aus den vorhandenen Messgrößen eines Systems, idealerweise in Echtzeit, ist Aufgabe der Zustandsschätzung. Dazu steht inzwischen eine Vielzahl von Methoden zur Verfügung. Eine davon ist die *Zustandsschätzung auf bewegtem Horizont*, bei der unter Zuhilfenahme eines Systemmodells und einer bestimmten Anzahl zuletzt gewonnener Messdaten zu jedem Abtastzeitpunkt ein Optimierungsproblem formuliert und gelöst wird. Ein Vorteil dieser Herangehensweise besteht in der einfachen Möglichkeit, zusätzliches Systemwissen, zum Beispiel über physikalische Gültigkeitsbereiche bestimmter Zustandsgrößen, zu berücksichtigen, wodurch in vielen Fällen eine bessere Schätzgüte erreicht werden kann. In den meisten Implementierungen dieser Methode wird zu jedem Abstastzeitpunkt ein einziges Optimierungsproblem gelöst, dessen Ergebnis eine Schätzung *aller* Zustandsvariablen des gesamten Systems ist.

Dieser zentrale Ansatz stößt jedoch bei einer zunehmenden Zahl von Anwendungen an seine Grenzen. Beispielsweise erfordert gerade im Bereich der Prozess- und Energietechnik eine genaue Modellierung des Gesamtsystems oft sehr viele Zustandsvariablen. Dadurch ergibt sich bei der Zustandsschätzung auf bewegtem Horizont für das zentrale Optimierungsproblem eine große Anzahl von Freiheitsgraden, die einer hinreichend schnellen oder gar echtzeitfähigen Lösung im Weg stehen können. Regelmäßig besteht das betrachtete Gesamtsystem aus zahlreichen Teilsystemen, die in stofflicher, energetischer oder informationeller Wechselwirkung miteinander stehen. Häufig sind diese Teilsysteme geographisch verteilt, wie beispielsweise im Fall von Energienetzwerken, wodurch eine zentral umgesetzte Zustandsschätzung entweder ganz unmöglich oder aufgrund der großen Abhängigkeit von einem einzigen Prozessrechner und dem damit einhergehenden Ausfallrisiko unerwünscht sein kann. Zur Lösung dieser Probleme wurden sogenannte *partitionierungsbasierte* Zustandsschätzverfahren auf bewegtem Horizont vorgeschlagen. Hierbei werden die Zustandsvariablen der interagierenden Teilsysteme als Partitionen des Gesamtsystemzustands aufgefasst, für welche jeweils lokale Optimierungsprobleme formuliert und von miteinander kommunizierenden Teilsystemzustandsschätzern gelöst werden.

In dieser Dissertation werden mehrere neuartige partitionierungsbasierte Zu-

standsschätzverfahren auf bewegtem Horizont vorgestellt und analysiert. Die Besonderheit dieser Verfahren ist ihre iterative Struktur, welche es ermöglicht, die Schätzgüte dieser Verfahren der optimalen Schätzgüte zentraler Verfahren beliebig genau anzunähern. Alle vorgeschlagenen Verfahren eignen sich zur Zustandsschätzung von linearen Systemen, eines auch zur Zustandsschätzung von nichtlinearen Systemen. Je nach Formulierung erlauben sie außerdem verschiedene Formen von Modell- und Messungenauigkeiten und berücksichtigen unterschiedlich komplexe Ungleichungsnebenbedingungen. Für alle Varianten werden Bedingungen für die Konvergenz der Iterationen zu jedem Zeitschritt und die Stabilität des resultierenden Schätzfehlers mit fortschreitender Zeit angegeben und bewiesen. Eine der entwickelten Methoden garantiert zudem erstmalig sowohl Konvergenz als auch Stabiltät für bestimmte lineare Systeme – unabhängig von deren Partitionierung.

Ebenfalls analysiert werden erste Effekte, die bei einem Einsatz der Methode in der Praxis berücksichtigt werden müssten, wie zum Beispiel Kommunikationsverzögerungen oder eine endliche Obergrenze für die Anzahl der Iterationen zu jedem Zeitschritt. Umfassende numerische Simulationen bestätigen nicht nur die Korrektheit der theoretischen Ergebnisse, sondern gewähren darüber hinaus weitere Einblicke in die Bedeutung der Parameter, die das dynamische Verhalten des Zustandsschätzers bestimmen, und in die Besonderheiten der verschiedenen Problemformulierungen.

Das Potenzial der Methoden für industrielle Anwendungen wird in zwei weiteren Kapiteln untersucht. In einem davon wird die Anwendung auf große Energienetzwerke simuliert, wobei sich die oben erwähnte Unabhängigkeit einer der entwickelten Methoden von der Partitionierung des Systems als vorteilhaft erweist. Im anderen Kapitel wird die iterative partitionierungsbasierte Zustandsschätzung auf bewegten Horizont mit einer verteilten modellprädiktiven Regelung kombiniert, um erstmals eine komplett verteilte, optimierungsbasierte Ausgangsrückführung für einen Alkylierungsprozess zu erhalten. Eine Zusammenfassung der vielversprechenden Ergebnisse und eine Darstellung damit verbundener interessanter Forschungsfragen für die Zukunft schließen die Arbeit ab.