Parametrische Modellreduktion in elastischen Mehrkörpersystemen

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Abhandlung

von

Michael Baumann

aus Sindelfingen

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

Mitberichter: Prof. Dr. Tatjana Stykel

Tag der mündlichen Prüfung: 29. April 2016

Institut für Technische und Numerische Mechanik
der Universität Stuttgart

2016

Schriften aus dem Institut für Technische und Numerische
Mechanik der Universität Stuttgart

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

Band 43/2016

Michael Baumann

Parametrische Modellreduktion in elastischen Mehrkörpersystemen

D 93 (Diss. Universität Stuttgart)

Shaker Verlag
Aachen 2016

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2016

Copyright Shaker Verlag 2016
Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-4580-2
ISSN 1861-1651

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

You, me, or nobody is gonna hit as hard as life. But it ain't about how hard you hit. It's about how hard you can get hit and keep moving forward. How much you can take and keep moving forward. That's how winning is done! – Rocky Balboa

Dieses „filmgeschichtliche“ Zitat mit seiner sportlichen Bedeutung passt sehr gut zu meinem Weg bis zum Abschluss dieser Dissertation. Bei meinem ersten Kreuzbandriss während meines Studiums musste ich meine Studienarbeit am Institut für Technische und Numerische Mechanik verschieben. Jun.–Prof. Jörg Fehr bot mir anschließend ein Studienarbeitsthema im Bereich der Modellreduktion an, die er mit Prof. Bernard Haasdonk betreute. Euch beiden möchte ich für diesen Einstieg auf Umwegen danken.

Als mir Prof. Peter Eberhard die Stelle als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Technische und Numerische Mechanik anbot, habe ich dies ausgesprochen gerne angenommen und würde es rückblickend auch jederzeit wieder machen. Die Möglichkeiten die Vorlesung Technische Mechanik 1 und 2 zu betreuen und Vortragsübungen vor fast 800 Studierenden zu halten war zusätzlich eine tolle Erfahrung. Dabei möchte ich auch Prof. Michael Hanss danken, der wegen meines „sportlichen Geschicks“ einige Zeit auf mich als Vorlesungsbetreuer verzichten musste.

Ein großer Teil der vorliegenden Arbeit entstand während der Bearbeitung des DFG-Projekts *Parametrische Modellreduktion elastischer Mehrkörpersysteme mit wandernden Interaktionen* gemeinsam mit Prof. Tatjana Stykel. Während meines Auslandsaufenthalts bei Prof. Serkan Gugercin an der Virginia Tech in Blacksburg konnte ich an vielen dieser Themen intensiv arbeiten und möchte mich herzlich für die vielen fachlichen Diskussionen mit Euch beiden bedanken. Viele Studierende haben einen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet und werden diesen sicherlich auf den folgenden Seiten wiederentdecken. Vielen Dank für Eure Unterstützung.

Neben den fachlichen Diskussionen mit den Kollegen am Institut bleiben mir vor allem auch die forschungsferneren Zeiten, insbesondere ein legendärer und würdiger Abschiedsabend beim Statusseminar, in Erinnerung. Die Möglichkeit auch sich selbst und die eigene Forschungsarbeit mal nicht zu Ernst zu nehmen, machen dieses einzigartige Arbeitsklima aus, weshalb ich das Rocky-Zitat zu Beginn sehr passend finde.

Ich möchte hier noch meinen Freunden und meiner Familie für Eure Unterstützung danken. Aline Baumann trägt immerhin Mitschuld, dass die Fischer-Dynastie am ITM früher als ursprünglich geplant endete.

Abschließend ein weiteres Zitat: *Warum keine 1+?* Danke für die Lehren über Motivation, Ehrgeiz, Zufriedenheit über die eigenen Erfolge und die Liebe zu heroischen amerikanischen Sportfilmen. Dir ist diese Arbeit auch gewidmet...

Michael Baumann geb. Fischer — Sindelfingen, im Juni 2016

Für meinen Papa

Inhalt

Kurzfassung XI
Abstract XIII

1 Einleitung **1**
1.1 Motivation 1
1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit 4

2 Grundlagen **7**
2.1 Elastische Mehrkörpersysteme 7
2.1.1 Mitbewegtes Referenzsystem 8
2.1.2 Finite-Elemente-Methode zur Beschreibung elastischer Körper . . . 9
2.1.3 Bewegungsgleichung 10
2.2 Systemdarstellung 12
2.2.1 Zeitbereich 12
2.2.2 Frequenzbereich 13
2.3 Modellordnungsreduktion 13
2.3.1 Modellreduktion durch Projektion 14
2.3.2 Fehlermaße 15
2.3.3 Modellreduktion in EMKS 17
2.4 Interpolation 19

3 Untersuchte Modelle **21**
3.1 Euler-Bernoulli-Balken 21
3.1.1 Finite-Elemente-Modell 22

3.1.2 Bestimmung der parametrischen Eingangsmatrix bei ortsveränderlichen Lasten . . . 23
3.2 Dünnwandiger Hohlzylinder . . . 24
3.2.1 Eingangsmatrix für die lineare MOR . . . 26
3.2.2 Eingangsmatrix für die parametrische MOR . . . 26
3.3 Elastische T-Platte mit variablem Materialabtrag . . . 28

4 Lineare Modellreduktion 31
4.1 Component Mode Synthesis . . . 32
4.1.1 Eigen- und Statikmoden . . . 33
4.1.2 Abhängigkeit der Approximationsgüte von den Eingängen . . . 34
4.2 Gramsche Matrizen . . . 35
4.2.1 Frequenzgewichtete Gramsche Matrizen . . . 36
4.2.2 Proper Orthogonal Decomposition . . . 36
4.3 $\mathcal{H}_2$-optimale Modellreduktion . . . 38
4.3.1 Moment-Matching . . . 38
4.3.2 Tangentiale Interpolation . . . 39
4.3.3 IRKA für Systeme zweiter Ordnung . . . 40
4.3.4 Numerische Untersuchung der IRKA-Shiftauswahl . . . 44
4.4 Vergleich der Verfahren . . . 46
4.4.1 SISO-Zylindermodell . . . 47
4.4.2 MIMO-Zylindermodell . . . 50
4.4.3 Zusammenfassung der numerischen Ergebnisse . . . 53

5 Parametrische Modellreduktion 55
5.1 Globale parametrische Modellreduktion . . . 57
5.1.1 Zusammenfassung der Projektionsmatrizen . . . 58
5.1.2 $\mathcal{H}_2 \otimes \mathcal{L}_2$-optimale Reduktion für Systeme zweiter Ordnung . . . 60
5.2 Lokale parametrische Modellreduktion . . . 66
5.2.1 Interpolation der Projektionsmatrix . . . 67
5.2.2 Interpolation der Unterräume . . . 69

5.2.3 Interpolation der reduzierten Systemmatrizen 70
5.2.4 Interpolation des Übertragungsverhaltens 74
5.3 Vergleich der Verfahren 75
5.3.1 Globale PMOR 75
5.3.2 Lokale PMOR 78
5.4 Numerische Untersuchung der PMOR-Verfahren 86
5.4.1 Globale PMOR 87
5.4.2 Lokale PMOR 94
5.5 Zusammenfassung 102

6 Simulation wandernder Interaktionsstellen 105

6.1 Zeitveränderliche Systeme 106
6.1.1 Bewegungsgleichung zeitveränderlicher linearer reduzierter Systeme 106
6.1.2 Bewegungsgleichung zeitveränderlicher EMKS 108
6.2 p(t)MOR mit Matrixinterpolation 109
6.2.1 Interpolation der reduzierten Systemmatrizen 110
6.2.2 Reduzierte externe Kräfte 111
6.3 Beschreibung wandernder Lasten mit p(t)MOR 112
6.3.1 Parameterabhängigkeit bei wandernden Lasten 113
6.3.2 Ablauf der Simulation zeitveränderlicher EMKS mit p(t)MOR . . . 114
6.4 Numerische Untersuchungen wandernder Interaktionen mit p(t)MOR . . . 116
6.4.1 Externe Lasten und Parameterdefinition 116
6.4.2 Untersuchte reduzierte Modelle 118
6.4.3 Ergebnisse im Zeitbereich 119

7 Zusammenfassung 131

Formelzeichen und Notation 135

Literatur 148

X

Kurzfassung

Numerische Simulationen ermöglichen eine effiziente Entwicklung technischer Systeme. Mechanische Systeme werden hierbei häufig als elastische Mehrkörpersysteme modelliert. Dabei ist die Berechnung von großen Starrkörperbewegungen sowie elastischen Verformungen möglich. Die Verwendung der Methode des bewegten Referenzsystems ermöglicht hierbei die lineare Beschreibung der elastischen Deformationen, was für kleine Verformungen bzgl. des Referenzsystems gültig ist. Durch die Verwendung komplexer Bauteile und der damit notwendigen feinen örtlichen Finite-Elemente-Diskretisierung besitzen die elastischen Systeme Tausende oder sogar Millionen von Freiheitsgraden. Eine Simulation des elastischen Mehrkörpersystems mit diesen komplexen vollen Modellen ist bei akzeptablem Rechenaufwand unmöglich. Mit der Modellordnungsreduktion der elastischen Freiheitsgrade können reduzierte Systeme mit weitaus geringerer Dimension erstellt werden. Diese beinhalten die wichtigsten Informationen des unreduzierten Originalsystems und ermöglichen Simulationen elastischer Mehrkörpersysteme mit akzeptabler Rechendauer.

Die Modellreduktion elastischer Mehrkörpersysteme wurde in vielen Forschungsarbeiten untersucht. In dieser Arbeit wird mit der $\mathcal{H}_2$-optimalen Reduktion ein Verfahren für die Modellreduktion elastischer Mehrkörpersysteme bewertet, durch welches die reduzierten Modelle Optimalitätsbedingungen erfüllen. Dabei werden verschiedene Auswahlstrategien untersucht und es wird die Approximationsqualität bei der Reduktion für das Multi-Input-Multi-Output-Modell eines dünnwandigen Hohlzylinders bewertet.

Für gewisse technische Systeme, wie z.B. bei Dreh- und Fräsbearbeitungen, variiert die Geometrie des elastischen Bauteils. Diese Systeme werden in dieser Arbeit durch parameterabhängige Systemmatrizen modelliert. Zur Bestimmung reduzierter Modelle mit Parameterabhängigkeiten werden seit einigen Jahren parametrische Modellreduktionsmethoden entwickelt und auf unterschiedlichste Systeme angewandt. In der vorgestellten Forschungsarbeit werden diese projektionsbasierten parametrischen Reduktionsverfahren für Systeme zweiter Ordnung erweitert. Dabei steht die Untersuchung dieser Verfahren zur Erstellung parametrischer reduzierter Körper für elastische Mehrkörpersysteme im Fokus.

Die Grundidee der parametrischen Modellreduktion besteht in der Erstellung reduzierter Systeme, welche die wichtigsten Informationen der großen Originalsysteme enthalten und dabei den Erhalt der Parameterabhängigkeit ermöglichen. Dies kann durch die Erstellung lokal gültiger Modelle für ausgewählte Parameterwerte sicher gestellt werden. Anschließend können diese Modelle geeignet kombiniert oder interpoliert werden. Bei der Interpolation der reduzierten Systeme können die Projektionsmatrizen, Unterräume, reduzierten Systemmatrizen oder die Übertragungsmatrix interpoliert werden. Diese Verfahren werden für die Reduktion einer elastischen Platte mit variablem Materialabtrag in dieser Arbeit gegenübergestellt und bewertet. Dabei ist das Ziel dieser Arbeit die Bereitstellung parametrischer Reduktionsverfahren für elastische Mehrkörpersysteme.

In Systemen mit wandernden Interaktionen, wie z.B. bei Zahnrädern, Werkzeugmaschinen oder Kransystemen, verändert sich die Position elastischer Bauteile zueinander. Darum werden in der vorliegenden Arbeit diese Systeme durch parameterabhängige Ein- und Ausgangsmatrizen modelliert. Um akzeptable reduzierte Modelle zu erhalten, muss die Parameterabhängigkeit bei der Bestimmung der Projektionsmatrizen berücksichtigt werden. Da sich die Position der Bauteile in Zeitsimulationen verändert, müssen die beschreibenden Parameter als zeitabhängig definiert werden. Aus diesem Grund wird in dieser Forschungsarbeit die zeitabhängige parametrische Modellreduktion für elastische Mehrkörpersysteme eingeführt. Unter Verwendung der Interpolation reduzierter Systemmatrizen ermöglicht dieses Verfahren die Simulation elastischer Mehrkörpersysteme mit wandernden Interaktionen. Die numerischen Untersuchungen eines dünnwandigen Hohlzylinders mit einer wandernden Last bzgl. Approximationsqualität und Berechnungsaufwand verdeutlichen die Eignung des vorgestellten Verfahrens.

Abstract

Numerical simulations enable efficient development of technical systems. Mechanical systems often are modeled as elastic multibody systems. Thereby, the calculation of large rigid body motions and elastic deformations is possible. The floating frame of reference approach allows the linear description of the elastic deformation, which is feasible for small deformations with regard to the reference frame. By investigating complex components and the necessary fine spatial discretization with the finite-element method, the elastic systems contain thousands or even millions degrees of freedom. The simulation of elastic multibody systems with complex full models is impossible with an acceptable computational effort. Using model order reduction of the elastic degrees of freedom enables the generation of reduced systems with much lower dimension. These reduced models include the most important information of the original system and enable simulations of elastic multibody systems with acceptable computational effort.

Model order reduction of elastic multibody systems has been studied in various research. The $\mathcal{H}_2$-optimal reduction provides conditions of optimality and, in this work, is investigated regarding the reduction of elastic multibody systems. Different selection strategies are studied and the reduction quality of a multi-input-multi-output model of a thin-walled cylinder is assessed.

For certain technical systems, such as they occur in turning and milling processes, the geometry of the elastic body varies. In this work, these systems are modeled by parameter-dependent system matrices. To determine parameter-dependent reduced models, parametric model reduction methods are developed for several years and applied to different systems. In the presented research, this projection-based parametric reduction process is extended for second order systems. Thereby, the focus is the investigation of these methods for creating parameter-dependent reduced bodies for elastic multibody systems.

The basic idea of the parametric model reduction is the generation of reduced systems, which contain the most important information of the large original systems and, thereby, enable the preservation of the parameter dependency. This can be ensured through the creation of locally valid models for selected parameter values. Subsequently, these models can be combined suitably or interpolated. When interpolating the quantities of reduced systems, the projection matrices, subspaces, reduced system matrices or the transfer matrix can be interpolated. In this work, these methods are compared and evaluated for the reduction of an elastic model with material removal. The goal of this work is to provide parametric reduction methods for elastic multibody systems.

In systems with moving interactions, such as gear-wheels, machine tools or crane systems, the position of elastic bodies change in respect to each other. Therefore, in the present work, these systems are modeled with parameter-dependent input and output matrices. In order to obtain acceptable reduced models, the parameter dependency must be taken into

account when determining the projection matrices. Since the position of the components in time simulations vary, the descriptive parameters must be defined as a function of time. For this reason, the time-dependent parametric model reduction for elastic multibody systems is introduced in this research. Using the interpolation of reduced system matrices, this method enables the simulation of elastic multibody systems with moving interactions. The numerical studies of a thin-walled cylinder, actuated by a moving load, considering the approximation quality and the computational effort highlights the suitability of the presented method.