

# Moderne Regelungsansätze für Solarsysteme mit integrierter Wärmepumpe zur Gebäudeheizung

Von der Fakultät für Energie-, Verfahrens- und Biotechnik der  
Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
Tillman Johannes Faßnacht  
aus Nagold

Hauptberichter: Prof. Dr. Dr.-Ing. habil. Hans Müller-Steinhagen  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Michael Schmidt

Tag der mündlichen Prüfung: 2014/12/18

Institut für Thermodynamik und Wärmetechnik (ITW)  
der Universität Stuttgart

2015



Schriftenreihe der Reiner Lemoine-Stiftung

**Tillman J. Faßnacht**

**Moderne Regelungsansätze für Solarsysteme mit  
integrierter Wärmepumpe zur Gebäudeheizung**

D 93 (Diss. Universität Stuttgart)

Shaker Verlag  
Aachen 2015

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2014

Copyright Shaker Verlag 2015

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-3854-5

ISSN 2193-7575

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Forschungstätigkeit bei der Consolar Solare Energiesysteme GmbH. Sie wurde vom Institut für Thermodynamik und Wärmetechnik (ITW) der Universität Stuttgart wissenschaftlich begleitet und durch ein Stipendium der Reiner-Lemoine-Stiftung finanziell ermöglicht.

Ich möchte Herrn Professor Dr. Dr.-Ing. habil. Hans Müller-Steinhagen für die wissenschaftliche Begleitung der Arbeit und Herrn Professor Dr.-Ing. Michael Schmidt für die Übernahme des Mitberichts herzlich danken. Der Reiner-Lemoine-Stiftung danke ich für das erhaltene Stipendium, ohne das diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre. Herrn Doktor Ulrich Leibfried von der Consolar Solare Energiesysteme GmbH gebührt ebenfalls Dank für die jahrelange Betreuung und Unterstützung bei meinen Forschungen. Herrn Doktor Henner Kerskes danke ich für die Betreuung der Arbeit am ITW. Weiterhin ein großer Dank an Herrn Dipl.-Ing. Sebastian Asenbeck [32, 35, 34, 33], der im Wesentlichen die Grundgerüste der Referenzregelung und des Simulationsmodells des Systems entworfen hat und immer zu einer fachlichen Diskussion zur Verfügung stand. Ebenfalls danke ich Xinping Wang [143], Heike Maier [100], Jiayi Ding [48] und Andreas Walz [142] für ihre gewissenhaft durchgeführten Bachelor-, Master- und Diplomarbeiten, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Von ganzem Herzen möchte ich meinen Eltern Wolfgang und Annekathrin danken. Ohne ihre lebenslange Unterstützung und ihren unermüdlichen Einsatz hätte ich nie die Chance für diese Arbeit erhalten. Meiner Frau Gudrun und meinem Sohn Hagen danke ich ebenfalls von ganzem Herzen für die jahrelange Geduld und Akzeptanz dafür, dass ich während dem Entstehen dieser Arbeit, einiges an kostbarer Familienzeit opfern musste. Weiter danke ich auch für die liebevolle Unterstützung in allen Lebenslagen.

Zu guter Letzt möchte ich allen Personen danken, die in irgendeiner Weise zum

iv

Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben und bisher nicht erwähnt wurden.

Tillman Faßnacht

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b>	<b>vii</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>ix</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>xviii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xix</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Überblick über verschiedene Solar-Wärmepumpen-Systeme . . . . .	7
1.2 Vorstellung eines Solar-Wärmepumpen-Systems mit Eisspeicher und Hybridkollektoren . . . . .	10
1.2.1 Kombispeicher . . . . .	15
1.2.2 Hybridkollektor . . . . .	15
1.2.3 Wärmepumpe . . . . .	16
1.2.4 Eisspeicher . . . . .	17
1.3 Feldtest . . . . .	18
<b>2 Simulationsmodell eines Solar-Wärmepumpen-Systems mit Hybridkollektoren und Latentwärmespeicher</b>	<b>23</b>
2.1 Modell der Hybridkollektoren . . . . .	25
2.1.1 Hybridkollektor als Flachkollektor . . . . .	26
2.1.2 Hybridkollektor als Sole-Luft-Wärmeübertrager . . . . .	27
2.1.3 Untersuchung des Kollektormodells . . . . .	36
2.2 Modell des Kombispeichers . . . . .	41
2.3 Eisspeichermodell . . . . .	42
2.4 Modell der Heizkreispumpe und Fußbodenheizungshydraulik . . . . .	43

2.5	Modell der Verdampferkreispumpe . . . . .	48
2.6	Modellierung des Systemreglers . . . . .	51
2.7	Wärmepumpenmodell . . . . .	55
2.8	Vergleich der Simulation mit Messdaten . . . . .	62
2.9	Gebäudemodell . . . . .	70
2.9.1	Modelliertes Gebäude . . . . .	72
<b>3</b>	<b>Gebäudemodell für modellbasierte Regler</b>	<b>79</b>
3.1	Herleitung des Gebäudemodells für modellbasierte Regler . . . . .	80
3.2	Parameteridentifikation . . . . .	84
3.3	Einstellung der Parameter . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Regelung der Nutzenübergabe von Heizungssystemen</b>	<b>99</b>
4.1	Heizkurve . . . . .	101
4.2	Proportional-Integral-Regler der Nutzenübergabe . . . . .	103
4.3	Linear quadratischer Regler der Nutzenübergabe . . . . .	105
4.4	Modellbasierter prädiktiver Regler der Nutzenübergabe . . . . .	107
<b>5</b>	<b>Vergleich verschiedener Regler der Nutzenübergabe an dem Beispiel eines Solar-Wärmepumpen-Systems</b>	<b>115</b>
5.1	Referenzsimulation . . . . .	120
5.2	Heizkurve . . . . .	122
5.2.1	Nutzung der Gebäudemasse als Wärmespeicher . . . . .	124
5.3	Proportional-Integral-Regler . . . . .	125
5.4	Linear quadratischer Regler . . . . .	128
5.4.1	Führungsraum Wohnzimmer . . . . .	128
5.4.2	Führungsraum Küche . . . . .	130
5.4.3	Führungsraum Kinderzimmer Nord-Ost . . . . .	131
5.5	Modellbasierter prädiktiver Regler . . . . .	133
5.5.1	Führungsraum Wohnzimmer . . . . .	133
5.5.2	Führungsraum Küche . . . . .	134
5.5.3	Führungsraum Kinderzimmer Nord-Ost . . . . .	136
5.6	Zusammenfassung . . . . .	137

<b>6 Optimierung der Drehzahlregelung der Kollektorlüfter und der Verdampferkreispumpe</b>	<b>143</b>
6.1 Regelungstechnische Modelle der Ladezustände . . . . .	144
6.1.1 Validierung der Gleichungen . . . . .	148
6.2 Optimierung des Kreislaufes Eisspeicher, Verdampfer, Kollektor und Pumpe . . . . .	151
6.2.1 Simulation . . . . .	153
6.3 Zusammenfassung . . . . .	157
<b>7 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>159</b>
<b>A Schemen und Diagramme</b>	<b>167</b>
A.1 Hydraulikschema und Gebäudepläne . . . . .	167
A.2 Diagramme . . . . .	172
<b>B Kennwerte</b>	<b>175</b>
B.1 Gebäudekennwerte . . . . .	175
<b>C Berechnungen</b>	<b>179</b>
C.1 Modellierung des Eisspeichers . . . . .	179
C.1.1 Wärmestrom am Wärmeübertrager und Wärmeverluste des Speichers . . . . .	182
C.1.2 Berechnung der Wärmeübertragungsvermögen von den Zonenmitten bis an die Zonenränder . . . . .	184
C.1.3 Einfügen und Eliminieren von Zonen . . . . .	189
C.1.4 Aktualisierung der Zonenzustände . . . . .	190
C.2 Funktion Nutzung der Gebäudemasse als Wärmespeicher . . . . .	193
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>210</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>214</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>216</b>



# Nomenklatur

**Notation:** Die Schreibweise ist an die Notation in [63] angelehnt. Skalare Variablen und Parameter werden kursiv dargestellt. Matrizen werden in fettgedruckten Großbuchstaben geschrieben, Vektoren in klein- und fettgedruckten Buchstaben, die zusätzlich kursiv dargestellt werden. Mittelwerte werden mit einem Querstrich über der Variablen markiert. Ein Punkt über einer Variablen bedeutet die zeitliche Ableitung dieser. Transponierte Matrizen und Vektoren werden mit einem hochgestellten „ $T$ “ markiert. Autorennamen werden kursiv gedruckt.

## Lateinische Buchstaben

Zeichen	Einheit	Bedeutung
$\infty$	–	unendlich
$A$	$\text{m}^2$	Fläche
$\mathbf{A}$	–	Systemmatrix
$a$	Jahr	
$a, b, c, d, e$	versch.	Polynomkoeffizienten
$b$	–	empirischer Parameter (Eisspeichermodell)
$a_1$	$\text{W} / (\text{m}^2\text{K})$	linearer Wärmeverlustkoeffizient (Kollektor)
$a_2$	$\text{W} / (\text{m}^2\text{K}^2)$	quadratischer Wärmeverlustkoeffizient (Kollektor)
$b$	$\text{m}^2$	Fläche
$\mathbf{B}, \mathbf{b}$	–	Steuermatrix(-vektor)
$c_3$	$\text{J} / \text{K} (\text{m}^3\text{K})$	Windabhängigkeit der Wärmeverluste (Kollektor)
$c_4$	–	langwellige Einstrahlungsabhängigkeit Wärmeverluste (Kollektor)
$c_6$	$\text{s} / \text{m}$	Windabhängigkeit des optischen Wirkungsgrades (Kollektor)
$c_p$	$\text{J} / (\text{kg K})$	spezifische isobare Wärmekapazität

$c_v$	J/ (kgK)	spezifische isochore Wärmekapazität
$C_{\text{eff}}$	J/(m <sup>2</sup> K)	effektive Wärmekapazität (Kollektor)
$C_1$	–	Geschwindigkeitskoeffizient (Fensterluftwechsel)
$C_2$	m/ (s <sup>2</sup> K)	Temperaturkoeffizient (Fensterluftwechsel)
$C_3$	m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup>	Turbulenzkoeffizient (Fensterluftwechsel)
<b>C</b>	–	Ausgangsmatrix
$d$	m	Durchmesser
$E$	J, kWh	Energie
<b>E</b>	–	Dynamikmatrix der Störgrößen
$e$	J/kg	spezifische innere Energie
$e$	versch.	Regelabweichung
$f$	–	Korrekturfaktor (Kollektormodell)
$g$	m/s <sup>2</sup>	Erdbeschleunigung ( $g = 9,81$ )
$H$	J	Enthalpie
$H$	m	lichte Höhe Fenster (Fensterluftwechsel)
$h$	m	Höhe
$h$	J/kg	spezifische Enthalpie
$I$	W/m <sup>2</sup>	Solareinstrahlung
IAM	–	Winkelkorrekturfaktor
$J$	–	Gütemaß
$k$	–	Zeitschritt
$K$		Proportionalbeiwert
$L$	m	Länge
$m$	1/m	Rippenparameter
$m$	kg	Masse
$m$	–	Exponent der Heizfläche
$\dot{m}$	kg/s	Massenstrom
$n$	–	Hydraulischer Exponent
$n$	–	Polytrophenexponent
$n$	1/h	Austauschrate
$n_{50}$	1/h	Luftwechselrate bei Druckdiff. von 50 Pa
$N$	–	Prädiktionshorizont
$p$	N/m <sup>2</sup>	Druck
$p$	–	Zeitschritt

$P$	J/s	Leistung
$P$	–	Proportionalanteil
$Q$	J	Wärme
$\dot{Q}$	W	Wärmestrom
$q$	J/kg	bezogene Wärme
$\dot{q}$	W/(kg s)	bezogener Wärmestrom
$\mathbf{Q}$	–	Gewichtungsmatrix Zustandsgrößen
$r$	m	Radius
$R$	K/W	thermischer Widerstand
$R$	Pa/(m <sup>3</sup> /s) <sup>2</sup>	hydraulischer Widerstand
$\mathbf{R}, r$	–	Gewichtungsmatrix(-skalar) Stellgrößen
$s$	m	Dicke
$S$	J/K	Entropie
$T$	°C	Temperatur
$t$	s	Zeit
$t_N$	s	Nachstellzeit
$u$	versch.	Steuergröße
$U$	m	Umfang
$U$	V	Spannung
$UA$	W/K	Wärmeübertragungsvermögen
$V$	m <sup>3</sup>	Volumen
$\dot{V}$	m <sup>3</sup> /s	Volumenstrom
$\dot{W}$	W/K	Wärmekapazitätsstrom
$x$	m	kartesische Koordinate
$x$	kg/kg	absolute Luftfeuchte
$x$	–	Zustandsvektor
$y$	–	Ausgangsvektor
$z$	–	Störgrößenvektor
$z$	m	Höhe

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	W/(m <sup>2</sup> K)	Wärmeübergangskoeffizient
$\beta$	m/s	Stoffübergangskoeffizient
$\delta$	–	Sicherheitsfaktor

$\epsilon$	–	Wärmeübertragereffektivität
$\epsilon$	K	Abbruchkriterium
$\zeta$	–	Druckverlustbeiwert
$\eta$	–	Wirkungsgrad
$\eta_0$	–	optischer Wirkungsgrad (Kollektor)
$\Theta$	K	treibende Temperaturdifferenz (Wärmeübertrager)
$\Theta_m$	K	mittlere logarithmische Temperaturdifferenz
$\Theta$	–	Durchflussverhältnis (Fensterluftwechsel)
$\kappa$	–	Isentropenexponent
$\kappa$	W/K	Wärmeübertragungsvermögen
$\lambda$	W/(mK)	Wärmeleitfähigkeit
$\lambda$	–	Rohrreibungsbeiwert
$\nu$	m <sup>2</sup> /s	kinematische Viskosität
$\mu$	K/W	Kehrwert des Wärmekapazitätsstromes (1/ $\dot{W}$ )
$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	Dichte
$\tau$	s	Zeitkonstante
$\phi$	%	relative Luftfeuchte

### Tief- und Hochgestellte Indizes

0	untere Kondensatorreferenztemp. (WP-Modell)
0	zum Zeitpunkt 0
1	obere Kondensatorreferenztemp. (WP-Modell)
Ap	Aperturfläche
a	außen
akt	aktuell
amb	Ambient
äquiv	äquivalent
Abs	Absorber
aus	Austritt (Wärmeübertrager)
beam	direkt (Strahlung)
c	konstant (engl. constant)
el	elektrisch
D	zeitdiskretisierte Matrix

eff	effektiv
ein	Eintritt (Wärmeübertrager)
eis	Eisspeicher
E	Ersatz
EH	Elektroheizstab
diff	diffus (Strahlung)
f	fest
fl	flüssig
F	Fenster
Fbh	Fußbodenheizung
K – NO	Kinderzimmer Nord-Ost
ges	gesamt
gl	global (Strahlung)
grenz	Grenzwert
G	Gebäude
h	hydraulisch
H	Heizung
HX	engl. Heat Exchanger (Wärmeübertrager)
Hzg	Heizung
i	innen
int	integral
j	Laufindex
K	Küche
K	Kondensator
Ko	Kollektor
Ks	Kombispeicher
l	links
l	langwellig (Strahlung)
lack	Unterdeckung
lat	latent
L	Luft
Lüfter	Lüfter im Hybridkollektor
m	mittel
m	Massenmittelpunkt (Eisspeichermodell)

max	maximal
mech	mechanisch
mess	gemessen
min	minimal
mRb	mit Rippenblech
nzyl	nicht-zylindrisch
N	Norm
O	Oberfläche
oRb	ohne Rippenblech
p	parallel
P1	Solarkreispumpe
P2	Heizkreispumpe
P3	Kondensatorkreispumpe
P4	Verdampferkreispumpe
R	rechts
R	Rohr
R	Raum
RA	Raum zu außen
Rb	Rippenblech
Ref	Referenz
Ri	Rippe
Rl	Rücklauf
s	Sättigung
sen	sensibel
schmelz	Schmelzpunkt
sim	simuliert
sol	solar
S	Sole
S	Kombispeicher
S0	Wärmeverlustrate Eisspeicher -> Umgebung
Soll	Sollwert
Sp	Steuerspannung
Su	Sublimation
th	thermisch

V	Verdampfer
VI	Vorlauf
W	Wind
W	Wasser
W	Wohnzimmer
WR	Wasser zu Raum
zul	Zuleitung
zyl	zylindrisch
ZH	Zusatzheizung
*	kritisch (Eisspeichermodell)

### Dimensionslose Kennzahlen

Le	Lewis – Zahl
NTU	Number of Transfer Units
Nu	Nusselt – Zahl
Pr	Prandtl – Zahl
Re	Reynolds – Zahl

### Operatoren, Funktionen und Symbole

d	totales bzw. vollständiges Differential
$e$	Exponentialfunktion
ln	natürlicher Logarithmus
exp	Exponentialfunktion
min	Minimum einer Funktion
lim	Grenzwert
sign	Signum-Funktion
$\Delta$	Differenz
$\mathcal{L}$	Laplace-Operator
•	Trajektorie

## Abkürzungen

AAmRb	Anteil Absorber mit Rippenblech
arith.	arithmetisch
akt.	aktuell
B0/W35	Arbeitspunkt: Soleein- 0 °C/ Kondensatoraustritt 35 °C
C	Programmiersprache C
COP	engl. Coefficient Of Performance (Arbeitszahl)
d. h.	das heißt
DGL	Differentialgleichung
DIN	Deutsches Institut für Normung
engl.	Englisch
EnEV	Energieeinsparverordnung
EN	Europäische Norm
ERR	Einzelraumregelung/-regler
FBH	Fußbodenheizung
geg.	gegenüber
GmbH	Gesellschaft mit beschränkter Haftung
IEA	International Energy Agency
ISO	International Organization for Standardization
kap.	Kapazität
Kond.	Kondensator
L.	Luft
PEM	Prediction Error Methode
P	Regler mit Proportionalanteil
PI	Regler mit Proportional- und Integralanteil
PID	Regler mit Proportional-, Integral- und Differentialanteil
PT1	Verzögerungsglied mit proportionalem Übertragungsverhalten
P1	Solarkreispumpe
P4	Verdampferkreispumpe
P3	Kondensatorkreispumpe
P2	Heizkreispumpe
proz.	prozentual
SWP	Solar-Wärmepumpe

temp.	Temperatur
tr.	trockene (Luft)
TRNSYS	Transient System Simulation Program
versch.	verschiedene
VDI	Verein Deutscher Ingenieure
WP	Wärmepumpe
WZ	Wärmezähler
WS	Wärmespeicher
WW	Warmwasser
z. B.	zum Beispiel
ZRM	Zustandsraummodell

## Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Regelung der Nutzenübergabe in Einfamilienhäusern, der Arbeitspunktoptimierung der Drehzahlregelungen von Verdampferkreispumpe und Kollektorlüfter eines Solar-Wärmepumpen-Systems, sowie mit der Modellierung dieses Systems.

Feldtestuntersuchungen zeigen, dass die Heizkurven und damit auch die Vorlauftemperaturen bei Wärmepumpensystemen oftmals deutlich höher gefahren werden als benötigt. Als Stellgröße zur Regelung der Nutzenübergabe wird deshalb die Vorlauftemperatur des Heizsystems gewählt. Es werden die Heizkurve, ein PI-Regler, ein linear quadratischer und ein modellbasierter prädiktiver Regler (ohne Stellgrößenbeschränkungen) untersucht und miteinander verglichen. Dabei wird speziell auch der Einfluss der Wahl des Führungsraumes für die Regler untersucht. Bewertet werden die resultierenden Energieeffizienzen, wenn vergleichbare Raumtemperaturen realisiert werden. Die Stromeinsparungen durch die Regler werden durch ein detailliertes Simulationsmodell eines Solar-Wärmepumpen-Systems quantifiziert. Die Komfortauswirkungen werden anhand eines 13-Zonen-Gebäudemodells untersucht. Bei geeigneter Wahl des Führungsraumes erweisen sich alle vorgestellten Regler als effizient. Sie unterscheiden sich jedoch signifikant in der Abhängigkeit der Ergebnisse vom Führungsraum.

Der linear quadratische und der modellbasierte prädiktive Regler benötigen zur Auslegung ein Gebäudemodell. Es wird im Wesentlichen ein Modell mit zwei thermischen Speichern und den Eingängen Außentemperatur, Solareinstrahlung und Vorlauftemperatur des Heizsystems näher betrachtet.

Die Verdampferkreispumpe und die Kollektorlüfter sind neben der Wärmepumpe zwei Hauptstromverbraucher des betrachteten Solar-Wärmepumpen-Systems. Gleichzeitig beeinflussen ihre Zustände den Arbeitspunkt und damit die Effizienz der Wärmepumpe. Es wird eine Methode für die Arbeitspunktoptimierung der Verdampferkreispumpe und der Kollektorlüfter vorgestellt. Hierfür werden thermodynamische Modelle für die verschiedenen stationären hydraulischen Ladezustände abgeleitet und validiert. Unter Nutzung dieser Gleichungen werden Optimierungsprobleme definiert, die numerisch in Matlab gelöst werden. Durch Systemsimulationen werden wiederum Einspareffekte quantifiziert.

## Abstract

This project deals with the closed loop control of the thermal energy transfer to single-family homes, as well as the optimization of the operating point of the speed control of the evaporator circuit pump and the collector fan of a solar heat pump system and with the modelling of this system. Field test investigations show that the heating curves and as a result also the inlet temperatures of the heating system are often adjusted much higher than required. Therefore, the inlet temperature of the heating system is selected as the control variable for controlling the energy transfer. The heating curve, a PI controller, a linear-quadratic regulator (LQR) and a model predictive controller (MPC, without control variable constraints) are examined and compared with each other. Also the influence, of the particular reference room (in which the temperature signal is measured), is examined. The resulting energy efficiencies are examined under the boundary condition that always comparable room temperatures are achieved. The electrical energy savings by the different regulators are quantified by a detailed simulation model of a solar heat pump system. The consequences on comfort are examined with the help of a 13-zone building model. With a appropriate selection of the reference room, all proposed regulators proof to be efficient. They distinguish however significantly in the dependency of the results of the reference room.

The LQR and the MPC rely on a model for the building. Basically a model with two thermal states and the input signals ambient temperature, solar radiation and inlet fluid temperature of the heating system is evaluated more in detail.

In addition to the heat pump, the evaporator circuit pump and the collector fan are the major consumers of electricity in the solar heat pump system that is under observation. The states of these two components also affect the state of the operating point and thus the efficiency of the heat pump. A method for finding the optimal operating point of the evaporator circuit pump and the collector fan is presented. For this purpose, thermodynamic models for the various steady-state hydraulic loading conditions are derived and validated. Optimization problems are defined with the help of these equations. MATLAB is then used to solve these non-linear optimization problems numerically. Furthermore, the exact energy savings are quantified through system simulations.