Robust Design of Constrained Dynamical Systems

Von der Fakultät für Maschinenwesen der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diego-Alejandro Muñoz-Durango

Berichter: Universitätsprofessor Dr.-Ing. Wolfgang Marquardt
Universitätsprofessor Dr.-Ing. Martin Mönnigmann

Tag der mündlichen Prüfung: 14. April 2015

Berichte aus der Verfahrenstechnik

Diego Alejandro Muñoz Durango

Robust Design of Constrained Dynamical Systems

Shaker Verlag
Aachen 2015

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2015)

Copyright Shaker Verlag 2015
All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-3709-8
ISSN 0945-1021

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Contents

1 Introduction **1**

1.1 Constraints on the design of dynamical systems 4

1.1.1 Bounded control design 4

1.1.2 Simultaneous treatment of input and state constraints under uncertainty 9

1.2 Objectives and structure of this thesis 12

1.3 Illustrative case studies with state and input constraints 13

1.3.1 Continuous fermenter 13

1.3.2 Continuous stirred-tank reactor: single-input single-output case 14

1.3.3 Turbocharged diesel engines 15

1.3.4 Continuous stirred-tank reactor: multiple-input multiple-output case 17

2 Robust design of closed-loop nonlinear systems with input saturation **21**

2.1 Problem formulation 21

2.2 Optimization-based control design 24

2.3 Manifold of critical points and the normal vector approach 29

2.4 Computational issues 35

2.4.1 Sensitivity analysis for systems with input saturation 38

2.4.2 Forward over adjoint to reduce computational time 45

2.5 Summary 47

3 Robust design of input-output linearizable systems **48**

3.1 System class 49

3.2 Robust design without state constraints 50

3.2.1 Bounded state-feedback for nominal system 50

3.2.2 Bounded state-feedback for perturbed system 51

3.3 Robust design with state constraints 58

3.4 Summary 61

4 Robust control design with contractive constraints 63

4.1 Stability condition for state-constrained feedback control in the presence of uncertainty 63
4.2 Implications of the stability condition based on contractive constraints 70
4.3 Optimization-based design of stable feedback controllers 74
4.4 Manifolds of critical points due to contractive constraints 77
4.5 Locally reduced problem and solution strategy 82
4.6 Summary 85

5 Illustrative case studies 86

5.1 Robust design of constrained system without guaranteed stability . . . 86
5.2 Robust control design with stability and state constraints 90
5.2.1 Additive uncertainties 90
5.2.2 Input uncertainties 99
5.3 Robust control design with contractive constraints 104

6 Conclusions and future perspectives 112

6.1 Rigorous treatment of lower level problems 114
6.2 Non-standard transitions at switching boundaries 115
6.3 Robust design of model predictive control 116

Notation

The symbols used for the system models throughout the thesis are omitted here for brevity. The meaning of these symbols is always introduced together with the corresponding model equations.

Roman letters

A	open-loop matrix of a linear system
B	closed-loop matrix of a linear system
C	output mapping of a linear system
d	disturbance
F	differential model equations
f	differential model equations of the corresponding nominal system
g	Perturbation term
G	normal vector system
K_p	controller gain
l	distance measure along normal vector direction
M	manifold
n_d	number of disturbances
n_ψ	number of time-domain constraints
n_p	number of known process parameters
n_x	number of differential state variables
n_u	number of manipulate variables
n_y	number of outputs
n_z	number of state variables
n_α	number of disturbance parameters
n_+	number of eigenvalues of A with positive real part
n_-	number of eigenvalues of A with negative real part
r	normal vector
t^*	switching time
t	time
u	input variable
x	differential state variables
y	output variables

Greek letters

α	uncertain parameters
$\bar{\alpha}$	expectation value of disturbance parameter
$\Delta\alpha$	uncertainty of parameters α
β	equations defining robustness manifold
μ	vector not orthogonal to ϑ
η	uncertain model parameters
$\Delta\eta$	uncertainty of parameters η
ϑ	vector of linear combination of normal space
λ	adjoint variable
μ	algebraic state variables of the corresponding autonomous system
$\nu, \hat{\nu}, \tilde{\nu}$	Lagrange multipliers
ξ	
Ω	Stability region
Ω_F	Neighborhood of $\mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_d}$
Ω_ψ	Neighborhood of $\mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_d} \times \mathbb{R}$
Ω_Π	Neighborhood of $\mathbb{R}^{n_p}$
$\Omega_{M^{\mathrm{c}}}$	Neighborhood of $\mathbb{R}^{n_\theta} \times \mathbb{R}$
$\Omega_{M^{\mathrm{rob}}}$	Neighborhood of $\mathbb{R}^{n_\theta}$
ϱ	model parameters not subject to uncertainty
σ	transition condition
Σ	Switching boundary
ϕ	objective function
φ	flow of the dynamical system
ψ	time-domain constraint
$\hat{\varphi}$	flow of the corresponding autonomous system
π	manifold defining equations
ω	frequency
Ψ	open set

Calligraphic letters

$\mathcal{A}$	uncertainty set of disturbance parameters
$\mathcal{C}$	joint uncertainty set
$\tilde{\mathcal{C}}$	approximation of the joint uncertainty set

$\mathcal{E}$	uncertainty set of model parameters
$\mathcal{I}$	set of normal vector constraints
$\mathcal{J}$	set of known critical points not in $\mathcal{I}$

Mathematical notation

Re	real part of a complex number
$\mathbb{C}$	complex numbers
$\mathbb{R}$	real numbers
$\mathbb{R}_+$	positive real numbers
$\mathbb{N}$	natural numbers
$\lvert \cdot \rvert$	norm of a real number
$\lVert \cdot \rVert$	2-norm of a vector
∇	gradient
$\forall$	for all
$\subset$	subset of
$\oplus$	orthogonal decomposition

Subscript

i, j	index variables
max	maximum value
sp	set point
0	initial value

Superscript

c	critical point
e	endpoint
g	grazing point
i, j	index variables
rob	robustness
sat	saturated

ss	steady state
T	transpose
0	nominal point

Abbreviations

$BIBO$	bounded-input bounded-output
CLF	control Lyapunov fucntions
IOL	input output linearizing
$LICQ$	linear independence constraint qualification
$MIMO$	multi-input multi-output
$MPEC$	mathematical programs with equilibrium constraints
NLP	nonlinear program
PID	proportional-integral-derivative
$SISO$	single-input single-output
spc	small control property

Prior Publications

This thesis originates from the research performed by the author at Aachener Verfahrenstechnik - Process Systems Engineering. Most results have already been published or are in preparation for publication, namely:

1. J. Gerhard, D.A. Muñoz and W. Marquardt. Robust optimal design in the presence of fast disturbances and uncertain model parameters. In *Proceedings of the 14th Belgian-French-German Conference on Optimization (BFG09)*, 2009, 98.
2. D.A. Muñoz, R. Hannemann, and W. Marquardt. Input-constrained closed-loop systems with grazing bifurcations in optimal robust design. In *Proceedings of the 2010 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design*, 1073–1078.
3. D.A. Muñoz, R. Hannemann, and W. Marquardt. First- and second-order adjoint sensitivities in optimal robust design of non-smooth dynamic systems. In *Proceedings of the International Conference on Applied Mathematics and Informatics (ICAMI 2010)*, 113–114.
4. D.A. Muñoz, J. Gerhard, R. Hannemann, and W. Marquardt. Integrated process and control design by the normal vector approach: Application to the Tennessee-Eastman process. In *Proceedings of the European Symposium on Computer-Aided Process Engineering (ESCAPE21)*, 2011, 668–672.
5. D.A. Muñoz, J. Gerhard, and W. Marquardt. A normal vector approach for integrated process and control design with uncertain model parameters and disturbances. *Computer & Chemical Engineering*, 40, 2012, 200–212.
6. D.A. Muñoz, and Marquardt W. Robust design of closed-loop nonlinear systems with input and state constraints. In *Proceedings of the International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*, 2012, 916–921.
7. I.J. Wolf, D.A. Muñoz, M. Schmitz, and W. Marquardt. Hierarchical economic NMPC for a class of hybrid systems using neighboring-extremal updates. In *Proceedings of the International Symposium on Advanced Control of Chemical Processes (ADCHEM)*, 2012, 561–566.
8. D.A. Muñoz, and W. Marquardt. Robust control design of a class of nonlinear input- and state-constrained systems. *Annual Reviews in Control* 37, pages 232–245, 2013.
9. I.J. Wolf, D.A. Muñoz, and W. Marquardt. Consistent hierarchical economic

NMPC for a class of hybrid systems using neighboring-extremal updates. *Journal of Process Control*, 24, pages 389–398, 2014.

10. R. Hannemann-Tamás, D.A. Muñoz, and W. Marquardt. Adjoint sensitivity analysis for nonsmooth differential-algebraic equation systems. Submitted for publication to SIAM Scientific Computing, 2014.

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird die begrenzte Fähigkeit des Stellgliedes analysiert, physikalische Größen zu manipulieren unter Berücksichtigung des Einflusses der Stellgrößenbeschränkung auf die Performance des geschlossenen Regelkreises. Das Problem wird schrittweise gelöst, beginnend mit einer allgemeinen Systemklasse, in der angenommen wird, dass die Stabilität des geschlossenen Regelkreises auch mit Stellgrößenbeschränkungen gewährleistet wird. Danach werden zwei Unterklassen nichtlinearer Systeme berücksichtigt, für die theoretische Lösungen des Porblems entwickelt werden könnten. Die erste Unterklasse entspricht linearisierbaren (IOL) Übertragungssystemen mit stabiler Nulldynamik für die ein Regelgesetz basierend auf Lyapunov- Regelfunktionen synthetisiert werden kann. Eine Stabilität des geschlossenen Regelkreises wird hierbei gewährleistet unter Beachtung der Eingangsgrenzen. Weil viele Übertragungssystemen nicht linearisierbar sind, werden neuartige Lösungen vorgeschlagen, um die Klasse der IOL Systeme zu erweitern. Daher werden für die zweite Unterklasse Stabilitätsgrenzen mit der Lipschitz Annahme entwickelt, die auf kontrahierenden Beschränkungen basiert und die ursprünglich geforderte Linearisierbarkeit vermeidet.

Das Design Problem wird als Optimierungsproblem aufgesetzt, in dem Eingangs- und Zustandsbeschränkungen für eine Klasse von unsicheren nichtlinearen Systemen systematisch betrachtet wurden. Dabei werden zwei Eigenschaften trotz parametrischen Unsicherheiten gewährleistet, nämlich zum einen die Stabilität des geschlossenen Regelkreises bei beschränkten Eingängen und zum anderen die Realisierbarkeit des übergangs unter Anwesenheit von Zustandsbeschränkungen. Das daraus resultierende Optimierungsproblem wird in dieser Arbeit als ein verallgemeinertes semi-infinites Problem (GSIP) beschrieben, welches mit so genannten local reduction approach gelöst wird. Der local reduction approach erfordert eine lokale Darstellung des so genannten inneren Problems des GSIP, das durch die Normalenvektoren der kritischen Mannigfalitgkeiten dargestellt wird.

Die Regler, die in der vorliegenden Arbeit vorgeschlagen werden, benötigen keine Echtzeit-Optimierung, garantieren jedoch einen optimalen Betrieb. Sie sind daher besonders in solchen sinnvoll, in denen kurze Abtastraten erforderlich sind, (z.B. in mechatronischen Systemen) oder in denen Echtzeit-Optimierungen aus Sicherheitsgründen nicht anwendbar sind (z.B. im Falle der Regelung exothermer chemischer Reaktionen.)