Quantified Linear Programming

Quantifizierte Lineare Programmierung

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Inf. Jan Wolf

aus Minden

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz
1. Mitberichterstatter:	Prof. Dr. rer. nat. Alexander Martin
2. Mitberichterstatter:	Prof. Dr. rer. nat. Ulf Lorenz
Tag der Einreichung:	01.07.2014
Tag der mündlichen Prüfung:	18.11.2014

Darmstadt 2014

D 17

Forschungsberichte zur Fluidsystemtechnik

Band 7

Jan Wolf

Quantified Linear Programming

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag
Aachen 2015

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2014

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-3720-3
ISSN 2194-9565

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Vorwort des Herausgebers

Kontext
Ingenieure haben die Aufgabe Systeme (Maschinen, Apperate, Anlagen) so zu gestalten, dass eine Funktion nachhaltig und zuverlässig erfüllt wird. Die Funktion wird durch Verben wie fördern, tragen, ... beschrieben. Die Nachhaltigkeit wird durch Adverbien und Zusätze wie „mit wenig Material und geringer Unsicherheit tragen“ gefordert. Methodisch setzt sich der von der DFG geförderte Sonderforschungsbereich SFB805 „Beherrschung von Unsicherheit in lasttragenden Systemen des Maschinenbaus“ genau mit dieser Kernaufgabe des Ingenieurwesens auseinander. Die vorliegende Dissertation von Herrn Dipl.-Inf. Jan Wolf ist dem erweiterten SFB-Kreis zuzuordnen.

Um die Aufgabe „Funktion nachhaltig und zuverlässig erfüllen“zu lösen, kombiniert der Ingenieur entweder bekannte Teilfunktionen zu einer Funktionsstruktur und letztlich zu einer Komponentenstruktur oder aber er sieht Bedarf für neue Komponenten, die die Aufgabe in besserer oder günstigerer, d.h. nachhaltigerer, Weise erfüllen. Ersteres, d.h. die Kombination bestehender Komponenten, ist ein *planerisches Tun*. Letzteres, d.h. das Erschaffen neuer Komponenten ist ein *kreatives Tun*.

„Computer sind nicht kreativ“, so Gunter Dueck, was man an dem langweiligen Fussballspiel von Robotern sieht: den Robotern fehlen Emotionen, die für Imagination Voraussetzung sind. Dem gegenüber können Algorithmen und Computer uns sehr gut bei planerischen Aufgaben unterstützen. Dies gelingt auch in komplexen Situationen, die schwer einzuschätzen sind, was eindrucksvoll durch die Erfolge der Schachcomputer „Deep Blue“ gegen den Schachspieler Garri Kasparow im Jahr 1996, sowie „Hydra“ gegen Michael Adams, belegt ist. Heute ist allgemein anerkannt: Computer sind die besseren Schachspieler. Weder ermüden sie, noch kopieren sie menschliche Spielweisen.

Daher stellt sich zwangsläufig die Frage: Sind Computer die besseren Planungsingenieure? Die Antwort muss heute bereits lauten: Ja! Der Mensch bewertet die Nachhaltigkeit (Gewicht, Energieverbrauch, ...) und Unsicherheit dem Strukturierungsprozess nachgelagert. Nur sehr selten wird die Struktur wieder in Frage gestellt. Die heute im Ingenieurwesen durchgeführten Optimierungen zielen daher zumeist allein auf eine Komponentenoptimierung und eine Optimierung der Betriebsstrategie (z.B. in der Regelungstechnik). Dem liegt die falsche Hypothese zugrunde, dass ein System aus guten Komponenten ebenfalls gut ist. Ziel muss es sein bereits im Strukturierungsprozess, d.h. bei der diskreten Entscheidung für oder gegen eine Komponente aus dem Komponentenbaukasten bzw. Spielfeld, nicht nur die Funktion sondern auch zeitgleich Nachhaltigkeit und Unsicherheit zu bewerten. Letztere können Zielfunktionale oder Restriktionen sein. Die Funktion wird immer

Nebenbedingung sein, die zwangslufig erfüllt sein muss, selbst wenn eine Lasthistorie unsicherheitsbehaftet ist.

Die wissenschaftliche Arbeit von Herrn Wolf setzt sich methodisch und technologisch mit algorithmischen (quantifizierten) Entscheidungen unter Unsicherheit auseinander, die gerade im technischen Kontext bei der Systemsynthese nach meiner Einschätzung enorm an Bedeutung gewinnen werden.

Forschungsfrage
Herr Wolf hat als Kern seiner Forschung quantifizierte lineare Programme (QLPs), die erst seit ca. 10 Jahren im Forschungsfokus stehen. Der Begriff QLP wurde im Jahr 2003 erstmals genannt. Herr Wolf stellt die Frage nach den theoretischen Eigenschaften von QLPs und nach Algorithmen, um QLPs in der Praxis zu lösen.

Methoden und Ergebnisse
Da QLPs vergleichsweise wenig erforscht sind, führt Herr Wolf sehr genau in das Thema ein. Überaus wertvoll sind die Anwendungsbeispiele in Kapitel 2, die die Mächtigkeit der Methode gerade im Kontext der Forschungsfragen des erwähnten Sonderforschungbereiches zeigt. Bei der im Beispiel behandelten Strukturierung einer Druckerhöhungsanlage müssen Entscheidungen getroffen werden, so dass die Lebenszeitkosten, hier Investitionskosten plus Betriebskosten, minimal sind und die Funktion bei beliebigen Lasten zwischen den Nennlasten noch erfüllt ist.

Herr Wolf zeigt, dass QLPs auch spieltheoretisch als Zwei-Peronen-Spiele zwischen einem Entscheidungen treffenden Existenzspieler und einem Allspieler interpretiert werden können. Durch den Allspieler wird die Unsicherheit abgebildet, da seine Entscheidungen nicht vorhersagbar sind. Der Existenzspieler ist der „algorithmische Planungsingenieur“. Im Beispiel der Druckerhöhungsanlage wird durch den Allspieler die Unsicherheit in der Druckanforderung abgebildet. Durch die Interpretation als Zwei-Personen-Spiel können Entscheidungsbäume in Kombination mit Polytopen genutzt werden, die die Methoden sehr anschaulich machen (vgl. Fig. 2.1 und 2.2.).

Bei dem technischen Beispiel wird auch deutlich, wie physikalisch-technische Zusammenhänge wie Massen- und Energiebilanz, sowie phänomenologische Kennfelder für alle möglichen Systeme (nicht nur eine einzelne Struktur) in einem (quantifizierten) gemischt-ganzzahligen linearen Programm abgebildet werden können. Damit liefert Herr Wolf Pionierarbeit für das sicherlich wachsende Gebiet des Technical Operations Research (TOR). Herr Wolf liefert einen wichtigen Beitrag für die Grundlagen von QLPs. Er geht aber darüber hinaus, indem er den Solver `QlpOpt` für QLPs entwickelt, indem seine Grundlagenerkenntisse angewendet werden.

Peter Pelz
Darmstadt, den 18.11.2014

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen, um allen Personen meinen Dank zum Ausdruck zu bringen, die zum gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Ganz besonders danke ich Herrn Prof. Ulf Lorenz, der diese Arbeit betreut hat und mir stets mit seinem Fachwissen zur Seite stand. Auch sonst war er ein wichtiger Diskussionspartner und ist nicht zuletzt auch durch private Gespräche zu einem wertvollen und freundschaftlichen Wegbegleiter während der letzten Jahre geworden.

Großen Dank schulde ich auch Herrn Prof. Peter Pelz, der mir ermöglichte diese Arbeit am Institut für Fluidsystemchnik zu schreiben. Seine Ratschläge sowie die gemeinsamen Diskussionen waren mir eine große Hilfe. Bei Herrn Prof. Alexander Martin bedanke ich mich für die Begutachtung dieser Arbeit und die wissenschaftliche Zusammenarbeit in den letzten Jahren.

Ein großer Dank geht auch an meine Kollegen für viele wertvolle Anregungen und konstruktive Kritik, besonders aber für das freundschaftliche Arbeitsklima.

Und nicht zuletzt danke ich meiner Frau, die mir stets Mut zugesprochen und mich in meiner Arbeit bestärkt hat. Hätte sie mir nicht den Rücken freigehalten, wäre meine Arbeit in dieser Form nicht möglich gewesen.

Jan Wolf
Darmstadt, den 18.11.2014

Zusammenfassung

Bei klassischen Optimierungsproblemen wird häufig davon ausgegangen, dass die Eingabedaten für ein gegebenes Problem zum Planungszeitpunkt bekannt sind. In der Praxis stösst man jedoch häufig auf Situationen, bei denen ein Teil dieser Daten mit Unsicherheiten behaftet ist und klassische Modelle nicht mehr geeignet sind, diese Probleme adäquat abzubilden. Eine Möglichkeit um Unsicherheitsaspekte in herkömmlichen Modellen zu integrieren, ist mittels der expliziten Quantifizierung von Entscheidungsvariablen.

Diesem Ansatz folgend beschäftigt sich die vorliegende Arbeit mit der Quantifizierung von (ganzzahligen) linearen Programmen, einer Erweiterung der klassischen (ganzzahligen) linearen Programmierung, bei der Entscheidungsvariablen nicht mehr wie im herkömmlichen Fall implizit *existenzquantifiziert* sind, sondern alternativ auch *allquantifiziert* sein können. Dies führt zu einer deutlichen Erhöhung der Ausdrucksstärke und ermöglicht es, Optimierungsprobleme unter Unsicherheit zu formulieren. In diesem Kontext wird momentan hauptsächlich die *Stochastische Optimierung* und die *Robuste Optimierung* angewandt, die Möglichkeiten der Quantifizierung von Entscheidungsvariablen sind weitestgehend unerforscht. Die vorliegende Arbeit ist in zwei Teile unterteilt und verfolgt das Ziel, die quantifizierte (ganzzahlige) lineare Programmierung als eigenständiges Modellierungsparadigma zu untersuchen. Das Hauptaugenmerk liegt dabei auf dem kontinuierlichen Fall.

Im ersten Teil wird dazu eine detaillierte Einführung in die grundlegenden Konzepte gegeben und auf die Unterschiede und Gemeinsamkeiten in Bezug auf andere Ansätze im Bereich der Optimierung unter Unsicherheit eingegangen. Es wird der Zusammenhang zu Zwei-Personen-Spielen hergestellt und anhand von Beispielen gezeigt, wie unterschiedliche reale Probleme modelliert werden können. Im Anschluss folgt eine ausführliche Untersuchung der theoretischen Eigenschaften von QLPs, welcher eine umfangreiche geometrische Betrachtung zu Grunde liegt. Des weiteren wird eine Komplexitätsuntersuchung von QLPs, basierend auf einer polyedrischen Betrachtung, präsentiert. Ziel dieser Bemühungen ist es, die Methoden und Erkenntnisse der linearen Optimierung anzuwenden und so zu erweitern, dass sie zur Lösung von QLPs genutzt werden können. Als Ergebnis wird im zweiten Teil ein Lösungsalgorithmus präsentiert, der die spezielle Eigenschaft von QLPs ausnutzt, dass diese auf der einen Seite konvexe mehrstufige Entscheidungsprobleme sind und auf der anderen Seite als Zwei-Personen-Spiele interpretiert werden können. Der Algorithmus ist eine Kombination aus klassischen LP-Lösungstechniken, angepasst auf die spezielle Struktur von QLPs, sowie dem Alpha-Beta Algorithmus aus der Spielbaumsuche, der z.B. beim Computerschach eingesetzt wird. Die im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Algorithmen wurden in dem QLP und QIP Framework `QlpOpt` implementiert und in einer detaillierten experimentellen Studie untersucht.

To my family

Abstract

In many real world problems, dealing with uncertainty is a significant challenge for mathematical programming and related areas, and typically, standard (mixed-integer) linear programming formulations are not well suited to model such problems. However, a powerful way to express uncertainty or adversarial situations is through the use of quantified variables. To pursue this approach, this thesis is concerned with *quantified (integer) linear programming*, a generalization of traditional *(integer) linear programming*. Whereas in traditional *linear programs* (LPs) and *integer programs* (IPs) all variables are implicitly existentially quantified, they can be either existentially or universally quantified in *quantified (continuous) linear programs* (QLPs) and *quantified integer programs* (QIPs).

Explicit quantification of variables yields a considerable increase in expressive power, suitable to compactly represent many problems from the field of optimization under uncertainty, a topic that has engaged much attention in the mathematical programming community and beyond in the last decade. In the context of optimization under uncertainty *robust optimization* and *stochastic programming* are currently the most prominent modeling paradigms. However, the abilities of linear programming extensions by variable quantification are relatively unexplored. The present thesis is subdivided into two parts and its aim is to study quantified linear programming as an independent mathematical programming paradigm. However, we mainly focus on the continuous case.

In the first part we give a detailed introduction into the concept of quantified (integer) linear programming and highlight the strong similarities to two-person zero-sum games and related work in the context of optimization under uncertainty. We furthermore present some illustrating examples to demonstrate the modeling power and broad applicability of this methodology. After a survey of the basic results of current research in this field both theoretical and applied, we also provide a detailed study of the algorithmic properties of QLPs by a comprehensive geometric analysis. As a result we present a complete and thorough complexity analysis by using a polyhedral approach and further analytical insights.

The second part of this thesis deals with the development and the implementation of an efficient algorithm to solve QLPs. We first review existing solution approaches and then develop an algorithm that exploits the problem's hybrid nature of being a convex multistage decision problem on the one hand, and being a two-person zero-sum game on the other hand. Based on the results of the theoretical analysis we propose an algorithm that combines linear programming techniques with solution techniques from game-tree search. This thesis is supplemented by the software `QlpOpt`, which is a quantified linear and integer programming solver and framework that features different solution techniques and a variety of methods to work with QLPs and QIPs.

Contents