

Schriftenreihe des Lehrstuhls für Baumechanik

Band 10

Johannes Kreutz

**Augmented Beam Elements Using Unit Deflection
Shapes Together with a Finite Element Discretisation
of the Cross Section**

Shaker Verlag
Aachen 2013

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2013

Copyright Shaker Verlag 2013

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-2281-0

ISSN 1864-1806

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Abstract

This thesis covers the field of augmented beam Finite Elements for geometrical and material linear, prismatic structures in the fields of static and dynamic excitations. An approach of superposed unit deflection shapes which are defined on a two dimensional Finite Element mesh of the cross section is used. The concept of unit deflection shapes is in analogy with the concept of warping torsion of beam elements. The Finite Element mesh of the cross section is also used for the preparation of the unit deflection shapes by solving different differential equations such that unit deflection shapes emerge which most effectively cover the physical effects occurring on beam shaped structures with a three dimensional material law. Eigenmodes of plane systems (shear and bending) are computed as well as solutions of the PDE of shearwarping and distortions of the cross section due to different prescribed strain loads. For dynamic steady state calculations furthermore wavenumber eigenmodes of the infinite continuum under a prescribed frequency are computed and introduced as unit deflection shapes.

The unit deflection shapes are orthogonalised such that the effective beam fashioned way of modeling with common support conditions, loads and section forces is preserved. It can be refined arbitrarily by boundary conditions of the continuum (e.g. a fixing or point load on a single node).

The method is validated and visualised with several numerical examples which are compared to the results of three dimensional standard Finite Element models. Especially the wavenumber eigenmodes of the infinite continuum but also the other unit deflection shapes enable for a very efficient modeling and calculation of arbitrary prismatic structures.

Kurzfassung

Diese Arbeit behandelt erweiterte Finite Balkenelemente im materiell und geometrisch linearen Anwendungsbereich für prismatische Strukturen unter statischen und dynamischen Lasten. Dabei wird eine Superposition von Einheitsverformungszuständen eingesetzt, die auf einem zweidimensionalen Finite Elemente Netz des Querschnitts definiert sind. Das Konzept der Einheitsverformungszustände steht dabei in Analogie zu dem der Wölbkrafttorsion. Das Finite Elemente Netz wird auch für die Erzeugung der Einheitsverformungszustände verwendet. Dabei werden auf diesem Netz verschiedene Differentialgleichungen gelöst, um Einheitsverformungen zu erhalten, mit denen das Verhalten einer balkenartigen Struktur mit dreidimensionalem Materialgesetz möglichst effektiv erfasst werden kann. Es kommen Eigenformen ebener Systeme (Platte und Scheibe), Lösungen der Wölb differentialgleichung und Querschnittsverformungen unter vorgegebenen Verzerrungslasten zum Einsatz. Für dynamische Berechnungen im eingeschwungenen Zustand werden außerdem Wellenzahleigenformen des unendlich ausgedehnten Kontinuums unter einer vorgegebenen Frequenz berechnet und als Einheitsverformungszustände angesetzt.

Durch eine Orthogonalisierung der Einheitsverformungen bleibt die effektive balkenartige Systemmodellierung mit den gewohnten Auflagerbedingungen, Lasten und Schnittgrößen im Wesentlichen erhalten. Sie kann durch Randbedingungen des Kontinuums (z.B. Festhaltung oder Belastung einzelner Knoten) beliebig ergänzt werden.

Die Methode wird in der Arbeit validiert und die Ergebnisse mit denen von dreidimensionalen Finite Elemente Berechnungen verglichen. Besonders Wellenzahleigenformen des unendlich ausgedehnten Kontinuums, aber auch die anderen Einheitsverformungszustände ermöglichen eine numerisch sehr effiziente Modellierung und Berechnung von beliebigen prismatischen Strukturen.