

Symbolic Modeling and Optimization of Elastic Multibody Systems

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik der
Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines Doktors der
Ingenieurwissenschaften (Dr.–Ing.) genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von
Thomas Kurz
aus Ostfildern-Ruit

Hauptberichter: Univ. Prof. Dr.–Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

Mitberichter: Univ. Prof. Dr.–Ing. Prof. E.h. Edwin Kreuzer

Tag der mündlichen Prüfung: 26. März 2013

Institut für Technische und Numerische Mechanik
Universität Stuttgart

2013

Schriften aus dem Institut für Technische und Numerische
Mechanik der Universität Stuttgart

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

Band 30/2013

Thomas Kurz

**Symbolic Modeling and Optimization
of Elastic Multibody Systems**

D 93 (Diss. Universität Stuttgart)

Shaker Verlag
Aachen 2013

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2013

Copyright Shaker Verlag 2013

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-2046-5

ISSN 1861-1651

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit am Institut für Technische und Numerische Mechanik unter der Betreuung von Professor Peter Eberhard. Als Peter Eberhard mich das erste Mal darauf angesprochen hat, ob ich es mir vorstellen könnte zu promovieren, war das für mich noch zu weit in der Zukunft. Damals war ich als Hiwi am Institut angestellt und unterstützte hauptsächlich Christoph Henninger. Jetzt ist die vorliegende Arbeit abgeschlossen und ich bin sehr froh, dass sich alles so entwickelt hat.

Das Institut wird für mich vor allem durch ein extrem kollegiales und freundliches Klima gekennzeichnet. Hierzu trugen und tragen zu einem großen Teil meine Kollegen bei, die mich in dieser Zeit begleitet haben. Die gekonnte Auswahl der Kollegen sowie einen großen Einfluss auf diese Stimmung hat jedoch Peter Eberhard. Ich möchte mich bei ihm herzlich für die Möglichkeit, das große Vertrauen und die Anleitung zum selbstständigen wissenschaftlichen Arbeiten bedanken. Ebenfalls bedanken möchte ich mich bei Professor Kreuzer, dass er freundlicherweise den Mitbericht übernommen hat.

Die Zeit am Institut wurde ebenfalls durch die hervorragenden Studenten ausgezeichnet, mit denen ich zusammenarbeiten durfte. In dieser Arbeit stecken viele Impulse, Ideen und Unterstützung von ihnen. Einige dieser Studenten wurden mit der Zeit Kollegen und Freunde. Besonders erwähnenswert ist hierbei sicher Markus Burkhardt und die unzähligen Diskussionen und Ideen, die sich mit ihm gemeinsam entwickelt haben. Ein besonderer Dank gebührt Christoph Henninger, der einen großen Einfluss auf die Anfangszeit von mir am Institut, sowie der Software Neueul-M² hatte. Bedanken möchte ich mich auch bei meinen Administratorkollegen Pascal Ziegler, Christian Fischer und Thomas Volzer, die oft viel Geduld mit mir hatten und von denen ich viel lernen konnte.

Es hätten alle Kollegen verdient, hier als gute Freunde erwähnt zu werden. Ich möchte zu den bereits erwähnten jedoch im Speziellen noch Christine Nowakowski, Jörg Fehr, Timo Gaugele, Robert Seifried, Florian Fleißner, Katrin Martini, Fabricio Lopes e Silva, Nico Walz und Alexandra Müller nennen und ihnen für die schöne gemeinsame Zeit danken. Meine Familie und Freunde trugen ebenfalls durch ihre Unterstützung zum Gelingen bei, so dass ich mich auch bei ihnen herzlich bedanken möchte.

Die einfachste Zusammenfassung ist, dass ich im Rückblick sofort wieder am ITM arbeiten und promovieren würde.

Contents

Zusammenfassung	IX
Abstract	XI
1 Introduction	1
1.1 Simulation and Optimization Methods	1
1.2 Contents and Goal of this Thesis	3
2 Multibody Systems	5
2.1 From Kinematics to the Equations of Motion	5
2.1.1 Angular description	9
2.1.2 Elastic bodies	11
2.2 Formulations of the Equations of Motion	18
2.2.1 Symbolic formulations	18
2.2.2 Numerical formulations	18
2.2.3 Alternative formulations	21
2.3 Constraint Equations	23
2.3.1 Analytic treatment of constraints	25
2.3.2 Differential algebraic equations	25
2.3.3 Projection on ordinary differential equations	26
2.3.4 Optimal linear combination of generalized coordinates	28
2.4 Linearization of the Equations of Motion	30
2.4.1 Linearization basics	30
2.4.2 Practical linearization	31
2.4.3 Application of the linearization	33

2.5	Investigation of the Implemented Algorithms	34
2.5.1	Example: Rigid body spatial chain model	34
2.5.2	Example: Spatial chain of point masses and springs	38
2.5.3	Symbolic simplifications	40
3	The Software Neweul-M²	45
3.1	Overview of Available Multibody Codes	45
3.1.1	Classification of multibody system simulation software	45
3.1.2	Multibody system simulation programs	46
3.1.3	Characteristics of a research code	49
3.2	Concept for the Implementation	51
3.3	Operational Concept of Neweul-M ²	53
3.3.1	Data management	53
3.3.2	Function syntax	56
3.3.3	Animation	57
3.3.4	Documentation	58
3.3.5	General aspects to use Neweul-M ²	60
4	Optimization in Multibody Systems	63
4.1	Criterion Functions for the Optimization	64
4.1.1	Optimization based on maximal value	65
4.1.2	Time integration based optimization	66
4.1.3	Transfer function based optimization	67
4.1.4	Topology optimization	68
4.1.5	Other optimization criteria	69
4.2	Optimization Algorithms	70
4.2.1	Deterministic optimization algorithms	71
4.2.2	Stochastic optimization algorithms	73
4.2.3	Optimality criteria	73
4.3	Examples to Investigate Optimization	74
4.3.1	Spring-mass oscillator	74

4.3.2	Cantilever beam	75
4.3.3	Two-arm robot	76
4.3.4	Chaotic pendulum	77
4.4	Optimization Strategies for Mechanical Systems	79
4.4.1	Parameter optimization	79
4.4.2	Optimization by changing the material distribution	80
4.4.3	Optimization using a wireframe representation	84
4.4.4	Optimization by adding bodies	86
4.4.5	Comparison of strategies	97
5	Summary	99
	Literature	103
	Symbols	115

Zusammenfassung

Die Methode der elastischen Mehrkörpersysteme kann vielseitig zur Simulation und Analyse von mechanischen Systemen eingesetzt werden. Die Hauptanwendungen sind Systeme mit großen, nichtlinearen Bewegungen und überlagerten kleinen Verformungen. In dieser Arbeit wird das Programm *Neweul-M²* vorgestellt, welches unter Mitwirkung des Autors dieser Arbeit als Simulationspaket in Matlab entsteht. Es verwendet die Matlab Symbolic Math Toolbox um die kinematischen Größen und die Bewegungsgleichungen symbolisch aufzustellen. Somit stehen neben den symbolischen Möglichkeiten auch die numerischen Werkzeuge von Matlab zur Verfügung. Dies ermöglicht eine Optimierung des Systems. Es können Parameteroptimierungen und Topologieoptimierungen elastischer Körper durchgeführt werden oder zur Optimierung zusätzliche Körper hinzugefügt werden.

Im ersten Teil werden die Grundlagen zum Aufstellen der Kinematik und der Bewegungsgleichungen erklärt. Hierbei werden vier verschiedene Formulierungen vorgestellt, wie sie im Programm *Neweul-M²* zur Verfügung stehen. Mit Hilfe der symbolischen Modellierung kann die vollsymbolische Formulierung *minimal* aufgestellt werden. Es können auch bestimmte Operationen wie die Vormultiplikation mit der transponierten, globalen Jacobi-Matrix $\mathbf{J}^T$ numerisch durchgeführt werden, was zur *Newton-Euler* Formulierung führt. Speziell für Systeme, bei denen Ausdrücke in der *minimal* Formulierung zu groß werden, ist dies eine gute Wahl. Zu diesen symbolischen Formalismen sind in *Neweul-M²* noch zwei numerische Algorithmen implementiert. Der *recursive* Algorithmus wertet direkt die Bewegungsgleichungen aus. Das Hauptproblem bei derartigen Algorithmen ist, dass für viele Anwendungen zusätzliche Informationen notwendig sind. Zur Lösung dieses Problems wurde der *recursive-minimal* Algorithmus entwickelt, welcher die Massenmatrix $\mathbf{M}$ und den Vektor der verallgemeinerten Kräfte $\mathbf{f}$ separat berechnet. Diese Algorithmen werden mit Hilfe von drei Beispielen untersucht.

Alle diese Formalismen haben gemeinsam, dass sie mit sehr wenigen algebraischen Bindungsgleichungen auskommen, da diese Informationen im Normalfall bereits in den Differentialgleichungen enthalten sind. Am einfachsten kann man diese Systeme durch die Wahl eines geeigneten Integrators lösen, welcher dafür sorgt, dass diese Bindungsgleichungen bzw. ihre Ableitungen eingehalten werden. Dieses Vorgehen führt jedoch oftmals zu Fehlern bei der Integration. Alternativen sind Projektionsmethoden, welche die verallgemeinerten Koordinaten auf die zulässigen Richtungen projizieren. Viele Verfahren verwenden hierfür eine feste Wahl oder Linearkombination der Koordinaten, was für gewisse Systemkonfigurationen zu Problemen führen kann. In dieser Arbeit werden zwei Verfahren vorgestellt, welche mit Hilfe einer QR- oder einer SVD-Zerlegung in jedem Schritt die optimale Linearkombination bestimmen.

Das Programm *Neweul-M²* ist nur eine von vielen Alternativen zur Simulation von

Mehrkörpersystemen. Es hat im Vergleich zu kommerziellen Programmen jedoch einige Besonderheiten. Die deutlichste Besonderheit ist die konsequente Verwendung der symbolischen Beschreibung, da dies in kommerziellen Programmen nur sehr eingeschränkt verfügbar ist. Zudem zeichnet sich Neueul-M² durch sein Datenmanagement aus. Alle Daten werden in einer zentralen Datenstruktur gesammelt, auf die der Benutzer Zugriff hat. Sie enthält sowohl die Definitionen und Einstellungen als auch die Ergebnisse. Somit wird die Benutzung sehr übersichtlich und die Verknüpfung mit anderen Programmen vereinfacht. Ein Export als S-function in Simulink oder das Ergänzen von eigenen Funktionen ist sehr einfach möglich.

Eines der Ziele bei der Entwicklung von Neueul-M² ist die Optimierung elastischer Mehrkörpersysteme. Eine große Auswahl an Optimierungen kann damit umgesetzt werden und eine ganze Reihe ist fertig implementiert. In der vorliegenden Arbeit wird zuerst ein Überblick über Optimierungskriterien gegeben. Sie entscheiden nicht nur über die Effizienz und Konvergenz, sondern legen in vielen Fällen auch die Form möglicher Lösungen fest. Zudem beeinflussen sie, wie Gradienten berechnet werden können, was für viele Verfahren essentiell ist. Dies wird an vier Beispielen untersucht.

Für die Optimierung wurden unterschiedliche Ansätze und Verfahren implementiert. In dieser Arbeit werden diese danach sortiert und klassifiziert, welche Eigenschaften am System verändert werden können. Aufgrund der symbolischen Modellierung ist die Parameteroptimierung die am einfachsten umzusetzende Möglichkeit. Da ein Mehrkörpersystem optimiert wird, können zusätzliche Körper zur Veränderung des Systems hinzugefügt werden. Dies stellt eine interessante Möglichkeit der Formoptimierung dar, bei der der Ausgangskörper nicht in jedem Schritt neu modelliert werden muss. Darüber hinaus werden noch andere Verfahren zur Optimierung eines Systems, wie die Topologieoptimierung vorgestellt und verglichen.

Die Software Neueul-M² bündelt viele Möglichkeiten zur Untersuchung und Optimierung elastischer Mehrkörpersysteme. Dies umfasst effiziente Implementierungen für eine Vielzahl von Systemen. Die Systeme können elastische Körper, Bindungsgleichungen, beliebige Kraftgesetze und andere hilfreiche Elemente enthalten. Das Programm kann durch die offenen Schnittstellen und das zentrale Datenmanagement sehr einfach in bestehende Arbeitsabläufe eingebunden oder durch Nutzerfunktionen erweitert werden. Somit wird dem Anwender ein wertvolles Werkzeug zur Verfügung gestellt, welches über zahlreiche Möglichkeiten zur Untersuchung, Analyse, Simulation und Visualisierung des Systems verfügt.

Abstract

The method of elastic multibody systems is a powerful tool to simulate and analyze mechanical systems. Its main applications are systems with large, nonlinear motions but small deformations. Here, the software Neweul-M² is described, which is a simulation package in Matlab. The author of this thesis was involved in its development. It uses the Matlab Symbolic Math Toolbox to perform symbolic computations in order to set up the kinematics and equations of motion of the system under consideration. With this approach, the symbolic engine and the large numerical toolset of Matlab can be applied. The symbolic equations of motion enable an efficient optimization of the system. This optimization can modify a wide variety of properties, starting from a parameter optimization to the modification of the shape or topology of an elastic body or to apply additional bodies.

In the first part, the fundamental relations to describe multibody systems and to set up the equations are explained. These can be implemented to obtain a multibody simulation software like Neweul-M². Four different formulations are discussed. Using symbolic modeling, the *minimal* formulation can be used to obtain the equations of motion fully symbolic. In some cases, it is advantageous to perform some operations numerically, namely the premultiplication with the transposed global Jacobian matrix $\mathbf{J}^T$, which leads to the *Newton-Euler* formulation. This algorithm is recommended if the symbolic expressions become too large for the *minimal* formulation. In addition to setting up the system symbolically, the equations can be obtained purely numerical. Again, two different formulations are presented, the *recursive* and the *recursive-minimal* one. The *recursive* formulation is a classic implementation of a numerical algorithm to obtain the equations of motion. The main disadvantage of this approach is that no other values are available, even though they might be necessary. The *recursive-minimal* formulation is a remedy to this and provides a lot more possibilities for applications. The different formulations are investigated by their performance on three systems.

All these algorithms use only very few algebraic constraint equations. Usually, their information is contained inherently in the equations of motion. However, for some systems, e.g. when using kinematic loops, algebraic constraints are preferred. The easiest way to handle such systems is to choose an appropriate integrator which ensures that the constraint equations are respected. In these formulations, most often only the time derivatives of the constraints are considered, which can lead to integration errors. Alternatives are methods, where the generalized coordinates are projected onto the available directions of motion. Then, this combination locally respects the constraint equations, making a root-search unnecessary. Commonly, the user has to select the set of independent coordinates, when this method is applied. While this may work well for some systems, this often leads to problems in certain system configurations. Here, two alternatives are presented, which

automatically select the best linear combination of generalized coordinates using the QR- or SVD-decomposition.

The software Neweul-M² is only one of many available solutions. However, it is special in some aspects. One specialty is that the modeling and the equations of motion can be set up symbolically. All large commercial softwares provide mainly numerical evaluations and only some smaller symbolic features. Neweul-M² is further characterized by its data management. The cornerstone of the software is a global data structure containing all information, the system definition as well as the results and options. This concept makes the handling very easy for the users, as the complete information is available in readable form. Also an export to other languages can be easily done.

One of the goals of implementing Neweul-M² is to use it to optimize the elastic multibody systems under consideration. As a wide variety of different optimizations is possible with Neweul-M² and many of them are implemented ready to use, these possibilities are explained. First, available criterion functions are presented. They are important, as the function criterion is one of the main elements in an optimization and has many consequences. This starts at the computational effort and convergence of the solution. But also the availability of a gradient to the chosen criterion function is very important. The choice of the criterion also decides the shape of possible solutions, which is especially visible when optimizing elastic bodies. These effects are investigated using four examples.

In order to structure the different optimizations, the possible modifications of the system under consideration are used. The easiest way is the parameter optimization, especially as the system has been set up symbolically. As the optimization subject is a multibody system, the possibility to add bodies in order to modify the system has been explored. This presents interesting options, e.g. for shape optimizations, where the existing body does not have to be recomputed in every step. Furthermore, some other strategies to optimize a system, like a topology optimization are presented and compared as well.

Most of the presented methods to optimize a system are implemented ready to use in Neweul-M². With this, the user of the software has many valuable tools available to investigate and optimize a multibody system. This includes efficient implementations for a variety of systems. The software can include elastic bodies, constraint equations, arbitrary force laws, and many other useful elements. Many different possibilities are not only available concerning the optimization, but also the investigation, analysis, simulation, and visualization of systems. It can easily be extended by the user and further developers to incorporate some of the not yet investigated fields. With this, a useful toolkit has been set up, ready for many applications.