Über die Dynamik von Kavitationswolken

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des akademischen Grades eines
Doktor-Ingenieurs
(Dr.-Ing.)

genehmigte

DISSERTATION

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Johannes Buttenbender

aus Wörrstadt

Berichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Peter F. Pelz
Mitberichterstatter:	Prof. Dr.-Ing. Cameron Tropea
Tag der Einreichung:	27.03.2012
Tag der mündlichen Prüfung:	19.06.2012

Darmstadt 2012
D 17

Forschungsberichte zur Fluidsystemtechnik

Band 1

Johannes Buttenbender

Über die Dynamik von Kavitationswolken

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag
Aachen 2012

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2012

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-1198-2
ISSN 2194-9565

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort des Herausgebers

Die Forschungsfrage

Kavitierende Strömungen sind Mehrphasenströmungen, bestehend aus gasförmigen und kondensierten Phasen. Wie turbulente Strömungen sind kavitierende Strömungen praktisch immer, abgesehen von Superkavitation, dreidimensional und instationär. Wie bei einphasigen aber trägheitsdominierten Strömungen, stellen sich bei kavitierenden Strömungen unterschiedliche Strömungsformen ein, die letztlich über eine Stabilitätskarte der Strömung bestimmt sind. Die verschiedenen Regime sind Einzelblasenkavitation (bei glatten Oberflächen) und Kavitation im Wirbelkern eines freien Wirbels (Spitzenwirbelkavitation). Beim Vorhandensein einer künstlichen (Stolperdraht) oder natürlich vorhandenen Rauheit kann die Einzelblasenkavitation zu einer zusammenhängenden Dampfschicht zusammenwachsen. D.h. der Verzweigungsparameter ist hier unter anderem die relative Rauheit. Wird eine kritische Reynoldszahl überschritten, so wird die anhaftende Dampfschicht periodisch abgetrennt und es schwimmen Kavitationswolken ab.

Dieser periodische Vorgang führt dazu, dass kinetische Energie der Strömung entnommen und in der Wolke konzentriert wird. Schwimmt die Wolke in Bereiche größeren Druckes so kommt es zum Wolkenkollaps, ein in der Natur und Technik ungeheuer dynamischer Vorgang, der seinesgleichen sucht. Der Wolkenkollaps ist ein weiterer Prozess der energetischen Fokussierung. Die schlagartig freigesetzte Energie im Kollaps bedingt letztlich die Schwingungsanregung von hydraulischen Komponenten (Lärm) aber auch eine Belastung von, meist metallischen, Materialoberflächen.

In den vergangenen 3 Jahren seit 2009 wurde am Institut für Fluidsystemtechnik ein Düsenkanal aufgebaut, der gezielt entwickelt wurde, um Schicht und Wolkenkavitation zu untersuchen. Hierbei wurden folgende Sachverhalte festgestellt:

(i) Kavitationswolken sind Wirbelröhren gegebener Zirkulation (wird beim Ablösevorgang der Wolke aufgeprägt);
(ii) die Wirbelröhren müssen dem Helmholtzschen Wirbelsatz genügen, d.h. enden entweder an starren Wänden (Schließung im Unendlichen) oder sind in sich als Wirbelringe geschlossen;
(iii) der Übergang von Blasen zu Wolkenkavitation findet ab einer kritischen relativen Rauheit statt;

(iv) der Übergang von Schicht zu Wolkenkavitation findet bei einer kritischen Reynoldszahl statt;
(v) die Dehnung der Wirbelröhre in Röhrenrichtung ist wichtig für den Kollapsvorgang, da dann die Rotation beschleunigt ist.

Aus diesen Überlegungen leitete sich die Forschungsfrage von Herrn Doktor Buttenbender ab:

Wie verhalten sich torodiale Kavitationswolken mit aufgeprägter Zirkulation unter Dehnung?

Die Methode

Kavitationsmodelle werden unterschieden in „separierte“ und „homogene“. In die erste Kategorie gehören:
(i) Level Set, (ii) Volume of Fluid oder (iii) Randelemente Methoden. Bei diesen Modellansätzen werden für jede Phase die Erhaltungsgleichungen gelöst und die Wechselwirkung zwischen den Phasen über lokale Transportgleichungen an der Phasengrenze behandelt. Bei der Randelemente Methode wird die Phasengrenze mit Singularitäten belegt, deren Position und Stärke in jedem Zeitschritt mittels Integralgleichungen zu bestimmen ist. Insbesondere die Methode (ii) (VoF) ist für Einzelblasenrechnungen weit verbreitet und in vielen CFD Paketen enthalten. Darauf aufbauend ist eine direkte numerische Simulation auch für hohe Blasendichten theoretische vorstellbar. Praktisch verbietet sich dieses Verfahren, da auf absehbare Zeit die Rechenleistung nicht zur Verfügung stehen wird, um technische relevante Kavitationswolken zu berechnen. In die zweite Klasse der "homogenen"Methoden gehören (iv) empirisch-dynamische Ansätze, (v) empirisch-statische Ansätze und (vi) physikalisch-dynamische Ansätze. Empirisch-dynamische Ansätze finden sich in den meisten käuflich zu erwerbenden CFD Programmen (CFX, Fluent, ...). Hier wird die Quelle einer Transportgleichung mittels einfacher Ansätze dargestellt. Die Ansätze vereinfachen die nichtlineare gewöhnliche Differentialgleichung zweiter Ordnung für die Blasendynamik (Rayleigh-Plesset-Gleichung) derart, dass die Methoden das Prädikat „empirisch“ erhalten müssten. Neuere Forschungen (z.B. Fa. Bosch) behandeln kavitierende Strömung mittels barotroper Zustandsgleichungen für das Zweiphasengemisch. Dabei wird von lokalem Gleichgewicht ausgegangen und die eigentliche Dynamik der Blasen vollkommen ignoriert.

Für eine streng physikalisch motivierte Modellbildung gebieten sich zusammenfassend nur die separierten Ansätze (welche für Wolken ausscheiden) und der homogenisierte Ansatz (vi), bei dem die Blasendynamik und da-mit Nichtgleichgewichtszustände abgebildet werden. Gegebenenfalls ist auch über einen separierten Ansatz nachzudenken, bei dem die Wechselwirkung der Blasen über Singularitäten (i.d.R. Quellpotentiale) berücksichtigt werden. Die Erfahrung hat aber gezeigt, dass diese Probleme schnell, wie das Dreikörperproblem, chaotisch werden.

Der Ansatz (vi) ist aus wissenschaftlicher Sicht der einzig zielführenden Weg, und diesen hat Herr Buttenbender zur Beantwortung der Frage gewählt. Erstaunlich ist, dass dieser Weg kaum begangen wird. Hier ist ein Trend festzustellen, bei dem die Modelle, die in kommerzieller Software verfügbar sind, zur Ultima Ratio erhoben werden. Es ist umso mehr herauszustellen, dass Herr Buttenbender einen lohnenden und schwierigen Weg geht, um mittels Modellbildung die Dynamik von Kavitationswolken zu verstehen. Er greift dabei auf einen Ansatz aus den 60er Jahren des letzten Jahrhunderts zurück, der als „van Wijngaardensche Gleichungen“ bekannt ist. Die Rayleigh-Plesset-Gleichung, welche die Dynamik einer Einzelblase beschreibt (s.o.) dient dabei als Bindeglied zwischen Impulsbilanz (Eulersche Gleichung) für das homogenisierte Zweiphasenmodell und der Massenbilanz. D.h. die Nichtlinearität der Dynamik bleibt vollständig abgebildet. Die Rayleigh-Plesset-Gleichung kann als eine Art dynamisches Materialgesetz in dem kontinuumsmechanischen Ansatz interpretiert werden.

Die Schwierigkeit bei dem Ansatz liegt in dessen Lösbarkeit. So ist es mit Eulerscher Beschreibungen, bei denen Raum und Zeit diskretisiert werden müssen, nicht möglich, das Gleichungssystem zu lösen. Herr Buttenbender wählt daher eine Lagrange Beschreibung, bei dem die Ortsableitung in eine Zeitableitung übergeht. Hierfür gelingt es Herrn Buttenbender für Kugel, Torus, Zylinder und ebene Geometrie ein jeweils eindimensionales Problem im Raum zu formulieren, welches dann mittels Zeitintegration hoher Ordnung als Anfangswertproblem gelöst werden kann.

Durch dieses Herangehen ist es möglich, Verdichtungsstöße innerhalb der Wolke sehr hoch aufzulösen und die Dynamik zu studieren.

Die Ergebnisse

Herr Buttenbender vergleicht das Systemverhalten immer mit einem vereinfachten System, bei dem sich die Blasen in Phase und Größe synchron verhalten. Dieses Modell wird als homogenes Modell bezeichnet (Achtung: die Bezeichnung homogen ist doppelt belegt s.o.) und erlaubt bereits viele Aussagen über das dynamische Wolkenverhalten. Abb. 3.3 zeigt die asymptotischen Eigenschaften des Wolkenmodells bei Variation des Interaktionsparameters, der von Brennen eingeführt wurde. Für kleine Interaktionen geht das Wolkenmodell in das Einzelblasenmodell (Individualsystem beschrieben durch die Rayleigh-Plesset-Gleichung) über. Für große Interaktionsparameter, d.h. große Wolken stellt sich wiederum ein asymptotisches Verhalten ein. Die Blasen wachsen deutlich weniger im Vergleich zum Individualsystem, was durch die gegenseitige Behinderung der Blasen erklärt wird.

Herr Buttenbender zeigt, dass die Wolke für kurze Anregungszeiten deutlich später auf Druckänderungen reagiert im Vergleich zu Einzelblasen. Diese Trägheit des Kollektivs wird von ihm „Wachstumsverzug“ genannt.

Hinsichtlich der oben angesprochenen Energiefokusierung (Energiespeicherung) ist Abschnitt 3.2.3 ein sehr wichtiger. Diese Art von Betrachtungen sind bisher nicht gemacht worden. Herr Buttenbender führt einen energetischen Beladungsfaktor ein, der wiederum das System Wolke mit der Einzelblase vergleichbar macht.

Abschnitt 3.2.4 behandelt den Wolkenkollaps und die Stoßfronten innerhalb der Wolke. Abbildung 3.14 zeigt im x-t-Diagramm, allerdings mit der Lagrangen Koordinate als Wegkoordinate, eine ausgebildete Stoßfront, die vom Wolkenrand in das Wolkeninnere verläuft. Die Trajektorie der Stoßfront ist in Abbildung 3.16 eindrücklich gezeigt.

Am Schluss seiner Arbeit zeigt Herr Buttenbender den Einfluss der Zirkulation und Dehnung auf die Dynamik der Wolke.

Letztlich verbleibt mir, den Leser in die Welt der Wolkenkavitation zu schicken. Er wird sehen, dass der Weg dorthin voller physikalischer und mathematischer Schönheit ist, dass der Weg schwierig ist der Ausblick und der Lohn nach dem Aufstieg aber grandios.

Peter Pelz
Damstadt, im Juli 2012

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Doktorandentätigkeit am Institut für Fluidsystemtechnik der technischen Universität Darmstadt. Dem Leiter, Herrn Prof. P.F. Pelz, danke ich für die Anregung zu dieser Arbeit und die Bereitstellung der am Lehrstuhl vorhandenen Infrastruktur. Die von ihm formulierte Fragestellung verdient aus meiner Sicht das Prädikat „schönes Problem“. Weiter möchte ich allen Mitgliedern des Instituts danken, die mich bei der Durchführung meiner Arbeit unterstützt haben. Ausdrücklich hervorheben möchte ich Herrn Dipl.-Ing. T. Keil, mit dem ich viele interessante Gespräche führte und dessen Visualisierungen mir den Einstieg in die Thematik ermöglichten. Herrn Dr. H. Marschall, meinem ehemaligen Kollegen, danke ich für die lebhaften Diskussionen zu grundlegenden Fragestellungen der theoretischen Strömungsmechanik und Mathematik sowie für seine Hinweise auf diesbezügliche Literatur.
Schließlich aber nicht zuletzt danke ich Herrn Prof. C. Tropea für die Übernahme des Korefferats aber auch für die Unterstützung, die er mir seit der Beendigung meiner Mitarbeitertätigkeit an seinem Lehrstuhl angedeihen ließ.

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit, abgesehen von den in ihr ausdrücklich genannten Hilfen, selbständig verfasst habe.

Udenheim, im März 2012

Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis

Die Symbole der ersten Spalte werden in der zweiten Spalte beschrieben. Die dritte Spalte, wenn vorhanden, gibt die Dimension als Monom mit den Basisgrößen Länge (L), Masse (M), Zeit (T) , Temperatur (Θ) und Stoffmenge (N) an. Dimensionsbehaftete Größen sind grundsätzlich mit einer Tilde versehen.

Dimensionsbehaftete Größen:

Symbol	**Beschreibung**	**Dimension**
$\tilde{c}_\infty$	Gaskonzentration im Gleichgewicht	$L^2MT^{-2}N$
$\tilde{c}_0$	Phasengeschwindigkeit bei Frequenz Null	LT^{-1}
$\tilde{L}$	typische Länge des Kanals	L
$\tilde{p}$	Druck in der Wolke an Position $\vec{\tilde{x}}$	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{p}_\infty$	Druck im Unendlichen	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{p}_G$	Partialdruck des Restgases	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{p}_{G0}$	$\tilde{p}_G$ zu Beginn ($\tilde{t} = 0$)	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{p}_v$	Dampfdruck	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{p}_{BA}$	Druck an der Blasenoberfläche	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{p}_A$	Druck im Fernfeld, akustische Belastung	$L^{-1}MT^{-2}$
$\tilde{R}$	Blasenradius	L
$\tilde{R}_0$	Anfangsblasenradius	L
$\tilde{R}_{Cl}$	Wolkenradius	L
$\tilde{S}$	Oberflächenspannung	$L^{-2}MT^{-2}$
$\tilde{t}$	Zeit	T
$\tilde{t}_B$	typische Zeit der Blase	T
$\tilde{t}_C$	Kollapsverzug	T
$\tilde{t}_{Cl}$	typische Zeit der Wolke	T
$\tilde{t}_E$	Anregungszeit	T
$\tilde{T}_\infty$	Temperatur im Unendlichen	Θ

Symbol	Beschreibung	Dimension
$\tilde{U}$	mittlere Kanalgeschwindigkeit	LT^{-1}
$\tilde{W}_{Cl}$	an der Wolke verrichtete Arbeit	ML^2T^{-2}
$\tilde{\vec{x}}$	Ortsvektor	L
$\tilde{\eta}$	Blasenpopulation	L^{-3}
$\tilde{\eta}_L$	dynamische Viskosität der Flüssigkeit (mikroskopische Ebene)	$L^{-1}MT^{-1}$
$\tilde{\rho}$	Dichte des Wolkenmediums	$L^{-3}M$
$\tilde{\rho}_L$	Dichte der Flüssigkeit	$L^{-3}M$

Dimensionslose Größen:
Die Größen sind entdimensioniert mit der Länge $\tilde{R}_0$, der Zeit $\tilde{R}_0/\tilde{U}$ und der Masse $\tilde{\varrho}_L\tilde{R}_0^3$.

Symbol	Beschreibung
A	Koordinatenfläche
c	Phasengeschwindigkeit
c_0	c bei Frequenz Null
C_p	Druckbeiwert in der Wolke. Funktion von Ort und Zeit
C_p'	kleine Störung im Druckbeiwert
C_{Ad}	dynamischer Anteil des Duckbeiwerts am Wolkenaußenrand
C_{At}	instationärer Anteil des Duckbeiwerts am Wolkenaußenrand
$\hat{C}_p$	Amplitude im Druckbeiwert
$C_{p\infty}$	Druckbeiwert im Unendlichen
C_{pA}	Druckbeiwert am Wolkenrand
$\bar{C}_{pA}$	über dem Umfang gemittelter Druckbeiwert am Wolkenrand
C_{pi}	Diskretisierter Druckbeiwert $C_p(\xi_{ri}, t)$
C_{pmin}	minimaler Druckbeiwert bei dynamischer Anregung
C_Γ	Beiwert der kritischen Zirkulation (Abb. 3.24)
E	Dehnungsfunktion $E_s = e^{-\varepsilon(t)}$
E_s	Ergiebigkeit $E_s = \mathrm{d}V/\mathrm{d}t$
F	allgemeiner funktioneller Zusammenhang
F_q	Koeffizientenfunktion, Quellanteil
$F_{q\varepsilon}$	Koeffizientenfunktion, Dehnungsanteil
$\hat{h}$	Störung des Blasenradius
h'	Störung des Blasenradienfeld
i	$\sqrt{-1}$

Symbol	**Beschreibung**
j	Fokussierung (1: Zylindrisch, 2: Sphärisch)
k	Polytropenexponent
k_α	Trägheitskoeffizient der Außenlösung
k_β	Trägheitskoeffizient der Außenlösung
k_A	Rest der diskretisierten Integralgleichung der Randbedingung
$\vec{K}_A$	Koeffizientenvektor im Druckbeiwert der diskretisierten Integralgleichung der Randbedingung (Zahlenschema)
$\boldsymbol{K}$	Koeffizientenmatrix des linearen Gleichungssystems im Druckbeiwert
L	typische Länge des Kanals
L_0	Länge der zylindrischen Wolke zu Beginn
L_s	Länge der zylindrischen Wolke
p_A	Druck im Fernfeld, akustische Belastung
p_{Amax}	$max(p_A, t)$
p_{Amin}	$min(p_A, t)$
q	bezogene Ergiebigkeit: $q = E_s/(8\pi^2 R_T)$
q_s	Atmungsanteil von q
q_ε	Dehnungsanteil von q
r	radiale Euler Koordinate
r_s	radiale Eulersche Bahnkoordinate der Stoßfront
$\vec{r}_A, r_A$	Vektor vom Aufpunkt bis zum Ort $\vec{x}$ und dessen Betrag
R	Blasenradius
R_0	Anfangsblasenradius
R_A	Abstand des Beobachters zur Schallquelle
R_B	Einzelblasenradius
R_{Cl}	Wolkenradius
R_{Cl0}	Anfangswolkenradius
R_{Clmax}	maximaler Wolkenradius, Wolkenwachstum
R_{Cmax}	maximaler Blasenradius im Wolkenzentrum
R_i	diskretisierter Blasenradius $R(\xi_{ri}, t)$
R_{Imax}	maximaler Einzelblasenradius, Individualwachstum
R_{Imin}	minimaler Einzelblasenradius, Kompression
R_{krit}	maximaler Einzelblasenradius für stabiles Gleichgewicht
R_{max}	maximaler Blasenradius, Blasenwachstum
R_{min}	minimaler Blasenradius, Kompression
R_{Smax}	maximaler Blasenradius an der Wolkenoberfläche
R_T	Torusmittenkreisradius
R_{T0}	Torusmittenkreisradius zu Beginn
$\vec{R}_k$	rechte-Seite-Vektor des linearen Gleichungssystems im Druckbeiwert
Re	Reynoldszahl: $\mathrm{Re} = \tilde{\varrho}_L \tilde{U} \tilde{R}_0 / \tilde{\eta}_L$

Symbol	**Beschreibung**
Re_{eff}	Reynoldszahl unter phänomenologischer Berücksichtigung von Irreversibilitäten
RP	Zusammenfassung der Einzelblasenparameter in der Rayleigh-Plesset Gleichung
S_{Cl}	Integrationsgrenze Wolkenoberfläche
S_∞	Integrationsgrenze im Unendlichen
t	Zeit
t_B	typische Zeit der Blase
t_C	Kollapsverzug
t_{Cl}	typische Zeit der Wolke
t_E	Anregungszeit
t_{IC}	Kollapsverzug, Einzelblase
t_{IM}	Wachstumsverzug, Einzelblase
t_M	Wachstumsverzug
t_ε	Typische Zeit der Dehnung: $t_\varepsilon = \dot{\varepsilon}_0^{-1}$
$\vec{t}$	Spannungsvektor
T_0	Temperatur im Blaseninneren zu Beginn
T_{max}	Temperatur im Blaseninneren bei maximaler isentroper Kompression
u'	Schnelle, kleine Störung in der Geschwindigkeit
u_A	Betrag der Geschwindigkeit am Wolkenaußenrand
u_s	Geschwindigkeit der Stoßfront
$u_{\varphi 0}$	Umfangsgeschwindigkeit zu Beginn
$u_{\varphi A0}$	Umfangsgeschwindigkeit zu Beginn am Wolkenrand
$\vec{u}$	Geschwindigkeitsvektor
$\vec{u}_s$	Anteil des Geschwindigkeitsvektors aus Quellpotential
$\vec{u}_\Gamma$	Biot-Savart Anteil des Geschwindigkeitsvektors
$\vec{u}_\gamma$	geometrischer Anteil der vom Wirbelring induzierten Geschwindigkeit
u_r, u_z, u_φ	Geschwindigkeitskomponenten in Zylinderkoordinaten
V	Blasenvolumen zur Zeit t
V_0	Blasenvolumen zu Beginn ($t = 0$)
V_B	Einzelblasenvolumen
V_{Cl}	Wolkenvolumen
V_I	Volumen des Individualsystems
V_T	Volumen der toroidalen Wolke
W_B	an der Einzelblase verrichtete Arbeit
W_{Cl}	an der Wolke verrichtete Arbeit

Symbol	**Beschreibung**
We	Weberzahl: We $= \tilde{\varrho}_L \tilde{U}^2 \tilde{R}_0 / \tilde{S}$
x	kartesiche Euler Koordinate
X	Wolkeneigenschaft
z	kartesiche Euler Koordinate
α	volumetrischer Dampfanteil, Gleichung (2.15)
α_0	volumetrischer Dampfanteil zu Beginn
$\bar{\alpha}_0$	bei Zirkulation: Dampfanteil mit $R = 1$, sonst $\bar{\alpha}_0 = \alpha_0$
α_H	Koeffizient des Trägheitsterms in der Rayleigh-Plesset Gleichung der homogenen Approximation
β_0	Interaktionsparameter: $\beta_0 = R_{Cl0}^2 \alpha_0 (1 - \alpha_0)$
β_E	Anregungsparameter: $\beta_E = t_E / t_{Cl}$
β_H	Koeffizient des Trägheitsterms in der Rayleigh-Plesset Gleichung der homogenen Approximation
β_W	energetischer Beladungsfaktor
$\beta_{W\Gamma}$	energetischer Beladungsfaktor infolge Zirkulation
β_ε	Dehnungsparameter $\beta_\varepsilon = t_\varepsilon / t_{Cl}$
γ	$\Gamma/(4/\pi)$
γ_i	Isentropenexponent
Γ	Zirkulation
Γ_{krit}	Maximalzirkulation für stabiles Gleichgewicht in einer Wolke
Δt_s	Zeit zwischen dem Erreichen des maximalem Blasenradius und des -kollaps an einer festen materiellen Position
φ	Umfangswinkel im Wolkenquerschnitt
φ_s	geometrischer Anteil des Potentials der Ringquelle
φ_z	geometrischer Anteil des Potentials der Linienquelle
Φ	Potential des Geschwindigkeitsfeldes
ε	maximale Dehnung
ζ	Integrationsvariable
θ	Winkel in der Torusmittenkreisebene
$\hat{\varepsilon}$	maximale Dehnung
$\dot{\varepsilon}_0$	Dehnrate
η	Blasenpopulation
κ	Wellenzahl
κ_i	typische Längen bei Abweichung von geometrischer Ähnlichkeit
ξ'	transformierte materielle Koordinate
ξ_A	materielle Koordinate des Wolkenrandes: $\xi_A = R_{Cl0}$
$\xi_r, \xi_z, \xi_\varphi$	materielle (Lagrangesche) Koordinaten
ξ_s	radiale Lagrangesche Bahnkoordinate der Stoßfront

Symbol	Beschreibung
χ	Integrationsvariable
ω	Kreisfrequenz (Eigenverhalten)
ω_0	Winkelgeschwindigkeit (Feldfunktion) zu Beginn
ω_B	natürliche (dämfungsfreie) Blaseneigenfrequenz
ω_H	Eigenfrequenz der Wolke im Rahmen der homogenen Approximation
ω_P	Frequenz der maximalen Antwort
ω_z	Winkelgeschwindigkeit (Feldfunktion)
ρ	Dichte des Wolkenmediums, Gleichung (2.15)
ρ_0	Dichte des Wolkenmediums zu Beginn
ρ_B	Dichte des Blaseninneren
σ	Kavitationszahl: $\sigma = \frac{\tilde{p}_\infty(0)-\tilde{p}_v}{(\tilde{\rho}_L/2)\tilde{U}^2}$
$\mathcal{B}$	Bewegungszustand
$\mathcal{D}$	dehnungsgewichtetes Dichteverhältnis: $\mathcal{D} = (\varrho_0/\varrho)e^{-\varepsilon(t)}$
$\mathcal{D}_p, \mathcal{D}_R$	Koeffizientenfunktionen der linearen Zerlegung von $\partial^2\mathcal{D}/\partial t^2$ im Druckbeiwert
$\mathcal{F}, \mathcal{R}$	Abkürzungen von Funktionen im Blasenradienfeld und dessen zeitlicher Ableitung

Indices

Index	Beschreibung	Index	Beschreibung
0	Start $t = 0$	q	quellenbezogen
A, a	Außenrand, akustisch	R	Rest
B	Einzelblase	s	Stoß, Quelle oder Oberfläche
I	Individualsystem	t	instationär
E	Anregung	T	Torus
H	homogen	d	dynamisch
C	Kollaps	W	Arbeit
Cl	Wolke	∞	weit entfernt
i	Zähler Diskretisierung		
k	linearem System zugehörig	α	erster
$krit$	Grenz-	β	zweiter
M	Maximimum Wachstum	Γ, γ	zirkulationsbedingt
max	Maximum	ε	dehnungsbedingt
min	Minimum	r, φ, z	Koordinatenrichtungen
p	druckbeiwertbezogen		

Operatoren

∇	Nabla Operator, Differentialoperator der Feldtheorie
$\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D}t}$	materielle Ableitung. Ableitung entlang der Teilchenbahn
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}$	allgemeine Zeitableitung
$\frac{\partial}{\partial t}$	partielle Zeitableitung