

# Unterstützende Optimierungsstrategien zur robusten aerodynamischen Verdichterschaufelauslegung

Von der Fakultät für Maschinenbau, Elektrotechnik und  
Wirtschaftsingenieurwesen der  
Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus  
zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs genehmigte

## Dissertation

vorgelegt von

**Dipl.-Ing. Peter Michael Flassig**

geboren am 20. Juni 1981 in Pritzwalk

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. Christoph Egbers  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Dieter Bestle  
Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn

Tag der mündlichen Prüfung: 17. Juni 2011



Berichte aus der Luft- und Raumfahrttechnik

**Peter Flassig**

**Unterstützende Optimierungsstrategien zur robusten  
aerodynamischen Verdichterschaufelauslegung**

Shaker Verlag  
Aachen 2011

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Cottbus, BTU, Diss., 2011

Copyright Shaker Verlag 2011

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-0580-6

ISSN 0945-2214

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Danksagung

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Technische Mechanik und Fahrzeugdynamik der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus. Entscheidend zum Gelingen der Arbeit beigetragen hat Prof. Dr.-Ing. habil. Dieter Bestle, dem ich nicht nur für die zahlreichen befruchtenden Diskussionen, Tipps und Anregungen, sondern auch für die vielen Stunden des Korrekturlesens von Veröffentlichungen und Vorträgen danken möchte.

Ebenso danken möchte ich dem Zweitgutachter dieser Arbeit, Prof. Dr.-Ing. Arnold Kühhorn, sowie Prof. Dr.-Ing. Christoph Egbers für die Übernahme des Vorsitzes meines Promotionsverfahrens. Beide kamen meiner Bitte sofort und mit Freude nach – toll!

Ohne ein wohlthuendes und inspirierendes Team am Lehrstuhl hätte ich wohl so manche Hürde eher ungerissen als übersprungen. Besonders bedanken möchte ich mich bei meinen Kollegen und Freunden Amit Dutta, Lars Sommer, Michèl Hinz und Torsten Funke. An dieser Stelle will ich mich auch sehr bei Lutz Anklam für seine Unterstützung bei der Bewältigung von IT-Hürden bedanken, denn ohne eine stets funktionierende Computertechnik wären die numerischen Analysen dieser Arbeit nicht möglich gewesen. Außerordentlich erfreulich war, dass ich meine ehemaligen Kommilitonen und Freunde Anatol Schulz und Philipp Kupijai motivieren konnte, am gleichen Lehrstuhl wissenschaftlich zu arbeiten. Ihr seid alle Klasse!

Einen nicht zu vernachlässigenden Beitrag zum Entstehen dieser Arbeit haben Michael Lockan, Hua Zhang und Johannes Mundstock mit ihren studentischen Arbeiten geleistet, weshalb ich mich auch bei ihnen bedanken will. Sehr wichtig waren auch die Zuarbeiten von den Mitarbeitern Dr.-Ing. Matthias Voigt, Alexander Lange und Kay Heinze am Lehrstuhl Turbomaschinen und Strahlantriebe von Prof. Dr.-Ing. Konrad Vogeler an der Technischen Universität Dresden. Ohne die Bereitstellung von realistischen Streuungen von gefertigten Verdichterschaufeln und die fachliche Unterstützung bei der Verarbeitung dieser wäre das Thema Robustheitsoptimierung nicht so gut gelungen. Ebenso wichtig war die Unterstützung der Firma Rolls-Royce Deutschland.

Prof. Dr.-Ing. Marius Swoboda, Dr.-Ing. André Huppertz und Dr.-Ing. Akin Keskinkin bin ich zu großem Dank verpflichtet. Ihre Art der Förderung durch Forderung und Motivation ist einzigartig und hat unschätzbaren Wert.

Wichtig für das Gelingen war auch das persönliche Umfeld. Alexander, Ina, Matthias, Ralf, Ulrike, Freunde wie euch kann man sich nur wünschen. Ihr seid *indispensable*. Und was wäre ich ohne meine Eltern?! Mutter, Vater, ihr habt mich immer in die richtige Richtung geführt. Dafür will ich euch danken und umarmen. Mein Bruder, Sara und Alwin sind etwas ganz besonderes. Ich möchte sie nicht missen.

Mit Blick auf die wissenschaftliche Vielfalt zum Thema Robustheit liefert diese Arbeit nur einen bescheidenen Beitrag. Die Erstellung einer solchen Arbeit lässt persönlich Grenzen erkennen, weshalb ich allen Ingenieuren und Forschern, die ihre wissenschaftlichen Tätigkeiten in Ehrfurcht vor der Schöpfung ausüben, maximalen Erfolg und Mut bei ihren Arbeiten wünsche.

# Kurzfassung

## Unterstützende Optimierungsstrategien zur robusten aerodynamischen Verdichterschaufelauslegung

Schlüsselwörter: Robustheit, Verdichterauslegung, Aerodynamik, Mehrkriterien-Optimierung

Auf dem Gebiet der virtuellen Entwicklung von Verdichterschaufeln ist das Konzept der numerischen Mehrkriterien-Optimierung zu einem wichtigen Bestandteil gereift. Durch die automatisierte Suche nach optimalen Lösungen steht dem Entwurfsingenieur ein wichtiges Werkzeug zur Verfügung, um den gewachsenen Anforderungen an heutige Verdichter entgegen zu können und Lösungen für komplexe Problemstellungen auch unter dem Druck von immer kürzer werdenden Entwurfszyklen zu finden.

Ein wesentliches Ziel für zukünftige Triebwerksgenerationen ist, die Überarbeitung (engl. *Rework*) von bereits entwickelten Produkten zu vermeiden. Hierzu rückt das Bewusstsein des Ingenieurs immer mehr darauf, real stets vorhandene Unsicherheiten aufgrund von Produktionsstreuungen oder variierenden Umwelteinflüssen bereits während der Auslegung zu berücksichtigen. Im Ergebnis kann damit ein Entwurf gefunden werden, der deutlich dazu beiträgt, spätere Überarbeitungen infolge von Robustheitsdefiziten zu vermeiden. Eine rein auf Determinismus fußende Auslegungsphilosophie kann dies nicht leisten, da sie stets nur das ideale Verhalten betrachtet oder an die Grenzen der Anforderungen geht, wohl aber Entwicklungsstrategien, die Optimierung und Robustheit koppeln und damit zugleich robuste und bestmögliche Entwürfe suchen.

Ein wesentlicher Aspekt dieser Arbeit besteht deshalb darin, unterstützende Strategien und Prozesse für die robuste, aerodynamische Verdichtergestaltung zu entwickeln. Es wird gezeigt, wie eine deterministische Problemformulierung in eine probabilistische Entwurfsaufgabe überführt werden kann, wie repräsentative Stichproben von Eingangsstreuungen erzeugt werden, und wie Antwortflächenverfahren und Parallelisierungskonzepte erheblich zur Rechenzeitreduktion beitragen können. Am Beispiel einer robustheits- und zuverlässigkeitsbasierten Optimierung einer Verdichterschaufelsektion unter realen Produktionsstreuungen wird nicht nur die Notwendigkeit einer solchen Auslegungsprozedur gezeigt, es wird auch vielmehr die Machbarkeit aus industrieller Sicht demonstriert.



# Abstract

## Optimisation Strategies Supporting Robust Aerodynamic Compressor Blade Design

Keywords: robust design, aerodynamic compressor design, multi-objective optimisation

Within the field of virtual compressor blade design the concept of numerical multi-objective optimisation has become an important part. The application of automated search for optimal design solutions enables the design engineer to face the enormous performance demands on today's compressors and to provide solutions for complex and challenging designs tasks, even under the pressure of shorter development times.

A major goal for future generations of aero engines is a significant reduction of re-working time. Here, consideration of uncertainties due to manufacturing noise or varying environmental conditions will provide assistance and become an essential part for aero-engine engineering. In general, influence of uncertainties on system's performance is addressed by robustness analysis. The application of such an analysis during system development yields designs which will reduce the amount of rework forced by non robust behavior. Coupling of nominal design optimisation and robustness assessment provides a strategy beyond pure optimal deterministic design philosophy, which clearly helps to achieve both optimal performance and avoidance of unnecessary rework by sufficient robustness.

A key result of this thesis is a collection of several strategies for design process integration, supporting robustness analysis and optimal aerodynamic compressor optimisation. It is shown how deterministic design problems can be transformed into probabilistic design problems, how sets of random samples representing given input uncertainties should be generated, and how response surface methodologies as well as parallelisation concepts can reduce computational costs. An example of this work is a robustness- and reliability-based multi-objective optimisation for a compressor blade section under realistic manufacturing uncertainties which impressively demonstrates the benefits and the necessity of a robustness-based design procedure, and further shows the technical feasibility from an industrial point of view.



# Inhaltsverzeichnis

Symbolverzeichnis	XIII
Abkürzungen	XVII
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Klassischer und robuster aerodynamischer Verdichterentwurf . . .	4
1.2 Stand der Forschung robuster, aerodynamischer Optimierung . . .	6
1.3 Motivation und Zielsetzung . . . . .	12
<b>2 Grundlagen einer probabilistischen Analyse</b>	<b>15</b>
2.1 Robustheitsbewertung . . . . .	16
2.2 Beschreibung von Eingangsstreuungen . . . . .	17
2.3 Erzeugung von repräsentativen, zufälligen Stichproben . . . . .	21
2.4 Versuchsplanungen . . . . .	27
2.5 Statistische Bewertung von Ausgangsstreuungen . . . . .	30
2.6 Methoden der Zuverlässigkeitsbewertung . . . . .	34
<b>3 Übergang von der deterministischen zur robusten Mehrkriterien-Optimierung</b>	<b>43</b>
3.1 Deterministische Mehrkriterien-Optimierungsprobleme . . . . .	44
3.2 Robuste Mehrkriterien-Optimierung . . . . .	49
3.3 Übersicht verwendeter Optimieralgorithmen . . . . .	54

<b>4</b>	<b>Antwortflächenverfahren</b>	<b>59</b>
4.1	Lineare Regression . . . . .	59
4.2	Radiale Basisfunktionen . . . . .	63
4.3	Kriging Approximation . . . . .	67
4.4	Approximationsverfahren im Vergleich . . . . .	72
<b>5</b>	<b>Robustheitsbasierte Optimierung bei unsicheren Betriebs-</b>	<b>77</b>
	<b>zuständen</b>	
5.1	Parametrisierung einer Verdichterschaufelsektion . . . . .	78
5.2	Formulierung des Problems . . . . .	82
5.3	Prozessintegration und Automatisierung . . . . .	86
5.4	Optimierung einer Rotormittensektion . . . . .	88
5.5	Mehrkriterien-Optimierung einer Strut-Sektion . . . . .	90
<b>6</b>	<b>Zuverlässigkeits- und robustheitsbasierte Optimierung</b>	<b>95</b>
6.1	Formulierung des Mehrkriterien- Optimierungsproblems . . . . .	95
6.2	Optimierung einer Rotormittensektion . . . . .	99
	6.2.1 AMGA basierte Pareto-Suche . . . . .	100
	6.2.2 SPEA2 gestützte Mehrziel-Auslegung . . . . .	104
	6.2.3 Problemreduktion und Konvergenzdiskussion . . . . .	108
6.3	Robuste quasi-3D Optimierung einer Statorschaufel . . . . .	110
<b>7</b>	<b>Optimierung einer Verdichtersektion unter realen</b>	<b>117</b>
	<b>Produktionsstreuungen</b>	
7.1	Gemessene Fertigungsunsicherheiten . . . . .	117
7.2	Erzeugung einer repräsentativen Profilstichprobe . . . . .	120
7.3	Formulierung des robusten Optimierungsproblems . . . . .	125
7.4	Evolutionäre Pareto-Suche . . . . .	128
	7.4.1 Alternative Parametrisierung . . . . .	128

7.4.2	Prozessintegration . . . . .	133
7.4.3	Ergebnisse und Diskussion . . . . .	135
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>139</b>
	<b>Anhang A: Kenngrößen der aerodynamischen Auslegung</b>	<b>143</b>
	<b>Anhang B: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik</b>	<b>151</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>173</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>179</b>
	<b>Literatur</b>	<b>181</b>



# Symbolverzeichnis

## Mathematische Zeichen und Operatoren

$\forall$	für alle
$\subset$	Teilmenge
$\wedge$	logisches <i>und</i>
$\infty$	unendlich
$\in$	Element
$\exists, \nexists$	es existiert, existiert kein
$\mathcal{A} \setminus \mathcal{B}$	$\mathcal{A}$ ohne $\mathcal{B}$
$\nabla a$	Gradient von $a$
$ a $	Betrag von $a$
$\ \mathbf{a}\ $	Betrag eines Vektors $\mathbf{a}$ (Euklidische Norm)
arg max	Argument des Maximums
arg min	Argument des Minimums
Cov	Kovarianz
E	Erwartungswert
exp	e-Funktion, d.h. $\exp(x) = e^x$
det	Determinante
lim	Grenzwert bzw. Limes
ln	natürlicher Logarithmus
log	dekadischer Logarithmus
$\text{mod}_m a$	Modulus $(a, m)$
$P$	Wahrscheinlichkeit
sup	Supremum
tanh	Hyperbeltangens
Var	Varianz
Vark	Variationskoeffizient
!	Fakultät

## Vektoren und Matrizen

$\mathbf{P}$	Permutationsvektor
$\mathbf{R}$	Korrelationsmatrix
$\mathbf{U}, \mathbf{X}, \mathbf{Y}, \mathbf{Z}$	Zufallsvektoren
$\mathbf{b}$	Modellparametervektor eines Approximationsmodells
$\mathbf{d}$	unsicherer Parametervektor
$\mathbf{f}$	Vektorkriterium

$\mathbf{g}$	Gleichungsnebenbedingungen
$\mathbf{h}$	limitierende Funktionen/Ungleichungsnebenbedingungen
$\mathbf{p}$	Entwurfsvektor
$\mathbf{s}$	Koordinatenvektor einer Hyperfläche
$\mathbf{\Gamma}$	Vektor von Schätzfunktionen
$\boldsymbol{\mu}$	Mittelwertvektor
$\boldsymbol{\Sigma}$	Kovarianzmatrix mit $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$
$\boldsymbol{\gamma}$	Kennzahlvektor

### Mengen und Zufallsvariablen

$\mathcal{A}$	Ergebnismenge
$\mathcal{F}$	erreichbarer Kriterienraum
$\mathcal{D}$	dreiecksverteilte Zufallsvariable
$\mathcal{G}$	geometrischer Entwurfsraum
$\mathbb{I}$	Teilmenge des $\mathbb{R}^2$
$\mathbb{I}_a$	Indexmenge $\{1, 2, \dots, a\}$
$\mathcal{K}$	Kegelmenge
$\mathbb{M}$	Menge von diskreten Zufallszahlen
$\mathcal{N}$	normalverteilte Zufallsvariable
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen $\{1, 2, 3, \dots\}$
$\Omega$	Ergebnisraum
$\mathcal{P}$	zulässiger Entwurfsraum
$\mathcal{Q}$	Kolmogorov-verteilte Zufallszahl
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathcal{S}$	studentverteilte Zufallsvariable
$\mathcal{T}$	gestutzt-normalverteilte Zufallsvariable
$\mathcal{U}$	gleichverteilte Zufallszahl
$\chi$	$\chi^2$ -verteilte Zufallszahl

### Lateinische Buchstaben

$A$	Fläche
$F$	Verteilungsfunktion, Fitness
$G$	Einzelkraft
$H$	Hypothese, absolute Häufigkeit
$I$	Indikatorfunktion/Heavisidefunktion
$J$	Zahl der Modellparameter
$K$	Zahl der Klassen, Zahl der Richtungen
$L$	Likelihood-Funktion
$M$	arithmetischer Mittelwert
$N$	Stichprobenumfang
$R^2$	Bestimmtheitsmaß

$S$	Zahl geschätzter Parameter, radizierte Stichprobenvarianz
$T$	statistische Testgröße, Profildicke
$X$	Zufallsvariable
$Z$	standardnormalverteilte Zufallsvariable
$a$	Faktor, Kantenlänge, Intervallgrenze
$b$	Intervallgrenze
$c$	Sehnenlänge, Inkrement, Pos. der max. Dichte einer $\mathcal{D}$ -Verteilg.
$d$	Abstand
$f$	Wahrscheinlichkeits-/Dichtefunktion, skalare Zielfunktion, Freiheitsgrade, Skelettlinie
$g$	skalare Gleichungsnebenbedingung
$h$	Zahl der Gütefunktionale, skalare Ungleichungsnebenbedingung
$l$	Balkenlänge/Spannweite
$n$	Entwurfsraumdimension
$p$	Quantil einer Verteilungsfunktion, skalarer Entwurfsparameter, Dickenrücklage
$r$	Radius
$s$	Sicherheitszahl
$t, x, y, z$	reelle Variablen

### Griechische Buchstaben

$\Gamma$	Schätzfunktion
$\alpha$	Signifikanzniveau, relativer/absoluter Strömungswinkel
$\beta$	Sicherheitsindex, Skelettlinienwinkel, Signifikanzniveau
$\varepsilon$	Fehler
$\gamma$	Kennzahl bzw. Parameter
$\eta$	Wirkungsgrad
$\theta$	Formparameter
$\mu$	arithmetischer Mittelwert
$\sigma$	Standardabweichung, Spannung
$\omega$	Versuchsergebnis, Verlustbeiwert
$\rho$	linearer Korrelationskoeffizient

### Indizes und sonstige Zeichen

$i, j, k$	Indizes
$I$	Schaufeleintritt
$CV$	kreuzvalidierungsbasiert
$E$	Schaufelaustritt
$D$	Kolmogorov-Smirnov-Testgröße
$DP$	Auslegungspunkt (Design Point)
$DS$	Druckseite

$\mathcal{K}$	Knie-Entwurf
$LH$	likelihoodbasiert
$P$	Pearson, MCS-basierter Schätzer für $P^f$ , Pareto-optimal
$R$	Rotor, DiS-basierter Schätzer für $P^f$
$S1$	Meridianstromfläche
$S2$	Schaufelkanalstromfläche
$S$	Stator
$SS$	Saugseite
$c$	Begrenzung
$erf$	erforderlich
$f$	Versagenswahrscheinlichkeit
$in$	initiale/intuitive Größe
$kor$	korrigiert
$krit$	kritische Größe
$l$	Zahl der Gleichungsnebenbedingungen
$m$	Zahl der Ungleichungsnebenbedingungen
$max$	maximal
$o$	obere Grenze
$opt$	optimal
$u$	untere Grenze
$zul$	zulässig
$\beta$	FORM-basierter Schätzer für $P^f$
$\Gamma$	Schätzer für $\rho$
$\chi^2$	$\chi^2$ -Testgröße
$\tilde{\cdot}$	normierte Größe
$\hat{\cdot}$	approximierte Größe
$\cdot^*$	optimierte, gewählte Größe
$0$	Nullhypothese, Startzahl

# Abkürzungen

ACARE	Advisory Council for Aeronautics Research in Europe
ADV	Arbeitsgemeinschaft Deutscher Verkehrsflughäfen
AMGA	Archive based Micro Genetic Algorithm
BFU	Bundesstelle für Flugunfalluntersuchung
BLISK	Blade Integrated Disk
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
CFD	Computational Fluid Dynamics
DACE	Design and Analysis of Computer Experiments
DFSS	Design for Six Sigma
DoE	Design of Experiment/statistische Versuchsplanung
DS	Descriptive Sampling
DiS	Directional Sampling
engl.	englisch
FORM	First Order Reliability Method
Isight	Prozessintegrationswerkzeug
KV	Kontrollvolumen
LHC	Latin Hypercube Sampling
Matlab	Matrix Laboratory
MCS	Monte Carlo Simulation
MDCT	Matlab Distributed Computing Toolbox
MIGA	Multi-Island Genetic Algorithm
NSG	Navier-Stokes-Gleichungen
Mises	Multiple Interacting Streamtube Euler Solver
NSGA-II	Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm
NTSB	National Transportation Safety Board
NURBS	Non-Uniform Rational B-Spline
o.g.	oben genannt
oLHC	optimal Latin Hypercube Sampling
optiSLang	optimizing Structural Language
PBS	Portable Batch System
Pos.	Position
QMC	Quasi Monte Carlo Sampling
s.	siehe
s.a.	siehe auch
S1	Meridianstromfläche
S2	Schaufelkanalstromfläche

<i>SM</i>	Surge Margin (Pumpgrenze)
SPEA2	Strength Pareto Evolutionary Algorithm 2
SQP	Sequential Quadratic Programming
u. a.	unter anderem
usw.	und so weiter
vgl.	vergleiche
<i>WR</i>	Working Range (Arbeitsbereich)