

COMPUTATIONAL FUZZY PROCESSING
OF UNCERTAINTY
IN ENVIRONMENTAL MODELLING AND SIMULATION

Von der Fakultät für Bauingenieurwesen und Geodäsie
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

Dr.-Ing.

genehmigte Dissertation
von

M. Sc. Wassim Abu Abed
geboren am 1. Februar 1978 in Damaskus

2010

Referent: PD Dr.-Ing. habil. Peter Milbradt

Korreferenten: Prof. Dr.-Ing. habil. Hansjörg Kutterer

PD Dr.-Ing. habil. Volker Berkhahn

Tag der Promotion: 28. September 2010

Berichte aus der Bauinformatik

Wassim Abu Abed

**Computational Fuzzy Processing of Uncertainty
in Environmental Modelling and Simulation**

Shaker Verlag
Aachen 2010

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Hannover, Leibniz Univ., Diss., 2010

Copyright Shaker Verlag 2010

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-9630-8

ISSN 1612-6262

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

To Nadia, Taleb and Ammar

Acknowledgements

This thesis is the result of three years of research work at the Institute of Computer Science in Civil Engineering at the Gottfried Wilhelm Leibniz University of Hanover. Under the much appreciated guidance and supervision of PD Dr.-Ing. habil. Peter Milbradt, to whom I owe my deepest gratitude for his support and constructive criticism, I started my work on this thesis in October 2007. Since this time until September 2010 I was awarded a Doctor-student Fellowship in the DFG Research Training Group 615 by the German Research Foundation. It is a pleasure to thank those in the Research Training Group 615 for the support, without which this thesis would not have been possible.

I would also like to thank PD Dr.-Ing. habil. Volker Berkhahn, the head of the institute of Computer Science in Civil Engineering, who was always there for me when I needed his advice and support. Furthermore, I am very grateful to Prof. Dr.-Ing. habil. Hansjörg Kutterer for his interest in my research work and for the thoroughness with which he read my thesis.

Thank you to all my friends at the Institute of Computer Science in Civil Engineering for their support and assistance as well as for putting up with me during the last months of writing this dissertation.

I would also like to show my gratitude to Sheila and Wolfgang Schlüter for carefully reading every word of this thesis, finding countless errors, and making numerous suggestions for substantial improvement.

And last but not least, I would like to thank Franziska Marie for being wonderful ...

November 2010

Wassim Abu Abed

Zusammenfassung

Die am häufigsten auftretenden Arten von Unsicherheiten in den Daten und Informationen des Umweltingenieurwesens sind sowohl die Ungenauigkeit und Unvollständigkeit der Datensätze als auch die linguistische Unsicherheit und die Zufälligkeit. Die Verbesserung des Informationsgehalts der Datensätze durch die Quantifizierung dieser Unsicherheiten ist notwendig, damit fundierte Entscheidungen im Bereich des Umweltmanagements getroffen werden können. Ziel dieser Arbeit ist es, auf der Basis der Theorie der unscharfen Zahlen mathematische Beschreibungen und computer-gestützte Verfahren zu entwickeln, die geeignet sind, Unsicherheiten, die aus der Ungenauigkeit und Unvollständigkeit der Umweltdaten und -simulationstechnik entstehen können, konsistent abzuschätzen und fortzupflanzen, und so zu einem besser fundierten Entscheidungsprozess beizutragen.

Eine robuste mathematische Beschreibung der unscharfen Zahlen in deren Auffassung als Möglichkeitsverteilungen (possibility distribution) wurde eingeführt und weiterentwickelt. Durch die Einführung des Konzepts nicht-trennbarer unscharfer Punkte (non-separable fuzzy point) wurde in dieser Arbeit die Anforderung an eine unscharfe Funktion, mit dem Möglichkeits- und Notwendigkeitsmaß konsistent zu sein, erfüllt. Die hier erfolgte Einführung der Differentiation und Integration unscharfer Funktionen mit dem Raum der unscharfen Zahlen als Definitionsbereich, ermöglicht es, auch die Unsicherheiten in den gemessenen Größen und in den Koordinaten dieser Größen zu berücksichtigen.

Computer-gestützte Verfahren für eine unscharfe Modellbildung und Simulation von Umweltprozessen wurden auch verbessert und weiterentwickelt. Eine erweiterte Evolutionsstrategie wurde entwickelt, um die α -cut Mengen Formulierung des Erweiterungsprinzips von ZADEH korrekt berechnen zu können. Neue unscharfe Interpolationsmethoden wurden entwickelt, so dass die Unsicherheiten, die sowohl aus der diskreten und verstreuten Lage der gemessenen Datensätze als auch aus der von den gemessenen Größen und deren Koordinaten untrennbaren Ungenauigkeit resultieren, ausgewertet werden können. Mathematisch gut fundierte numerische Methoden für die Approximation der Lösung von unscharfen Anfangs- und Randwertproblemen wurden eingeführt. Die Unsicherheiten, die sowohl aus den Anfangs- und Randbedingungen und den Modellparametern als auch aus der Diskretisierung des Problemgebietes resultieren, wurden explizit behandelt und modelliert. Generalisierte Stabilisierungstechniken für die Behandlung von nicht-physikalischen Oszillationen in der Approximation eines advektionsdominanten Problems wurden vorgeschlagen. Zwei akademische Testfälle in den Bereichen der Analyse von Morphodynamik und der Modellbildung und Simulation von Grundwasserströmungen und Schadstofftransport wurden präsentiert.

Diese Dissertation versteht sich als Beitrag zu den Bemühungen, in dem Bereich des Umweltingenieurwesens eine Modellbildungs- und Simulationspraxis zu etablieren, die auftretende Unsicherheiten als unverzichtbaren Bestandteil ihrer Ergebnisse ansieht.

Schlüsselwörter: Unsicherheit in Umweltingenieurwesen, unscharfe Interpolationen, unscharfe FEM und FVM

Abstract

Impreciseness, incomplete knowledge, linguistic vagueness and randomness are the main sources of uncertainty in environmental engineering. The enhancement of the information content of environmental data by including a quantification of the resulting uncertainties is very important to help the engineer make better informed decisions. The development of a fuzzy mathematical and computational framework for the consistent estimation and propagation of the uncertainty that is induced by the inherent impreciseness and incomplete knowledge in environmental data and simulation techniques for the purpose of a well-informed decision making process is the subject of this thesis.

A robust mathematical framework of fuzzy numbers based on their interpretation as possibility distributions are introduced and further developed. The adoption of the concept of non-separable fuzzy points in this thesis has fulfilled the usually missing consistency of fuzzy functions with the possibility and necessity measures. Differentiation and integration of fuzzy functions with domains of fuzzy numbers are developed so that uncertainties inherent in the measured quantities as well as in the coordinates of the samples of environmental data sets are correctly dealt with.

The computational foundation of fuzzy environmental modelling and simulation is also improved. An enhanced evolution strategy is developed to correctly evaluate the α -cut sets formulation of ZADEH's extension principle. New fuzzy interpolation methods are developed to meet the need of reflecting the uncertainty resulting from the discrete and distributed state of the measured data sets as well as the intrinsic impreciseness in the measured quantities and coordinates of the locations of the measurements. Mathematically thorough and rigorous fuzzy numerical methods for the solution of fuzzy initial and boundary value problems are also addressed. The uncertainty in the initial and boundary conditions or in the model parameters along with the uncertainty resulting from the discretisation of the domain of the problem are, thereby, dealt with explicitly. Generalised stabilisation techniques are suggested for these numerical methods to overcome the non-physical oscillation in the approximation resulting from solving an advection dominated problem. Two academic case studies of morphodynamic analysis and groundwater and contaminant transport modelling and simulation are demonstrated as prototypes of the applications of the achieved results.

This dissertation is a contribution to the efforts made to establish an environmental modelling and simulation practice that considers the uncertainty as a non-separable part of the results it delivers.

Keywords: uncertainty in environmental engineering, fuzzy interpolation, fuzzy FEM and FVM

Contents

1	Introduction	3
1.1	State of the Art	4
1.2	Objectives	5
1.3	Outlines	7
2	Processing Uncertainty	9
2.1	Uncertainty and Decision Making	9
2.1.1	Sources of Data Uncertainty	9
2.1.2	Modelling of Data Uncertainty	11
2.2	Fuzzy Set Theory	11
2.2.1	Fuzzy Sets	12
2.2.2	Possibility Theory	15
3	Calculus of Fuzzy Numbers	21
3.1	Fuzzy Numbers	21
3.2	Functions of Fuzzy Numbers	31
3.2.1	The Extension Principle	31
3.2.2	Possibility Propagation	37
3.2.3	Consistency of Possibility Propagation	40
3.2.4	α -Cut Sets of Fuzzy Functions	43
3.3	Differentiation and Integration	45
3.3.1	Continuity of Fuzzy Functions	45
3.3.2	Differentiation of Fuzzy Functions	47
3.3.3	Integration of Fuzzy Functions	48
4	Computational Methods	53
4.1	Computational Fuzzy Calculus	53
4.1.1	Discretised Fuzzy Number	54
4.1.2	Optimisation	56
4.2	Fuzzy Interpolation Methods	66
4.2.1	Interpolation with Genuine Fuzziness	67
4.2.2	Interpolation under Information Deficiency	72
4.2.3	Excursion in Interpolation Methods	78
4.2.4	Morphing of fuzzy Numbers in $\mathbb{R}^n$	89
4.3	Fuzzy Finite Element Method	91

4.3.1	The Galerkin Method	93
4.3.2	The Finite Element Method	94
4.3.3	Genuine Fuzziness	97
4.3.4	Discretisation Fuzziness	99
4.3.5	Time integration	100
4.3.6	Stabilisation and the Petrov-Galerkin Method	102
4.4	Fuzzy Finite Volume Method	103
4.4.1	The Finite Volume Method	104
4.4.2	Genuine Fuzziness	107
4.4.3	Discretisation Fuzziness	108
4.4.4	Generalised Stabilisation Techniques (GST)	109
5	Applications	111
5.1	Coastal Morphodynamics	111
5.1.1	Digital Temporal Bathymetric Model	112
5.1.2	Fuzzy Digital Temporal Bathymetric Model	114
5.1.3	Analysis of Morphodynamic Processes	115
5.1.4	Academic Case Study	116
5.2	Groundwater Dynamics and Transport	121
5.2.1	Modelling of Groundwater Flow and Transport	121
5.2.2	Fuzzy Modelling of Groundwater Flow and Transport	128
5.2.3	Academic Case Study	129
6	Conclusion and Outlook	139