

S. Kessel – D. Fröhling

Notwendig ^{und} _{zunächst} hinreichend

Mathematik-Know-how für den effektiven
Einstieg in ein Ingenieurstudium

Dortmund 2009

Industriemathematik und Angewandte Mathematik

S. Kessel • D. Fröhling

Notwendig und zunächst hinreichend

Mathematik-Know-how für den effektiven
Einstieg in ein Ingenieurstudium

Shaker Verlag
Aachen 2009

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2009

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-8684-2

ISSN 1615-6390

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Dieses Buch richtet sich an Studienanfänger im Ingenieurwesen. Es stellt keinen Ersatz für ein Mathematik-Skript dar, es soll stattdessen den Übergang zwischen Schul- und Hochschulmathematik erleichtern.

Die Mathematik hat ihre Bedeutung als Werkzeug im Ingenieursalltag nach wie vor nicht verloren. Viele Studienanfänger sind erstaunt, wie viel Mathematik in Fächern verlangt wird, die gar nicht so heißen. Technische Mechanik z.B. gilt als „klassisches Looser-Fach“. Die Studierenden scheitern aber daran, dass Mechanik zum größten Teil angewandte Mathematik ist. Gewisse mathematische Grundkenntnisse und vor allem Routine sind daher für den Studienerfolg in diesem und vielen anderen Ingenieursfächern vonnöten. Da man aber auf unterschiedlichen Wegen die Hochschulzugangsberechtigung erlangen kann, sind auch die mathematischen Kenntnisse und Erfahrungen der Studierenden sehr unterschiedlich.

Von Lücken im mathematischen Basiswissen kann sich kaum ein Student freisprechen. Schade ist es nur, wenn man aufgrund der einen oder anderen Lücke den Faden verliert und so unnötige Schwierigkeiten bekommt. In diesem Buch sind daher die notwendigen (und zunächst hinreichenden) mathematischen Grundlagen und Methoden sehr ausführlich erläutert. Je nach Erfahrung mag die eine oder andere Erläuterung als zu trivial und ausführlich erscheinen, sie kann aber andererseits eine zufällig vorhandene Lücke schließen und so den Grundstein zum Verstehen darauf aufbauender Zusammenhänge bilden.

Eine Mathematik-Vorlesung kann nicht in diesem Maße auf das Schließen von Lücken abzielen – sie soll ja auch zusätzlich benötigten Stoff vermitteln. Daher dieses Buch, das nicht dazu gedacht ist, von vorne bis hinten durchgelesen zu werden, sondern eher ein Nachschlagewerk zu sein für „Fragen, die ich mir immer schon gestellt, aber die ich mich nie zu fragen getraut habe“.

Da der Preis eines Buches in erster Näherung eine wachsende Funktion der Seitenzahl ist, haben sich die Autoren entschlossen, einen Teil der Beispiele zur Förderung der Methodenkompetenz über das Internet verfügbar zu machen. Ausführlich ausgearbeitete Anwendungen – insbesondere aus dem Bereich der Mechanik – stehen auf der Website www.dirk-froehling.privat.t-online.de zur Verfügung, über die die Autoren auch für kritische Bemerkungen und Anregungen zu erreichen sind.

Eins noch vorweg:

Bei der Formulierung eines physikalisch-technischen Problems in mathematischer Darstellung ist es unbedingt erforderlich, unterschiedliche Begriffe mit jeweils eigenen Buchstaben zu kennzeichnen. Das primär zur Verfügung stehende deutsche Alphabet mit kleinen und großen Buchstaben

$$\{a, b, c, \dots, z\} \{A, B, C, \dots, Z\}$$

ist dabei oft nicht ausreichend. Neben der häufig angewendeten Methode der Indizierung von Buchstaben

$$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} \{A_{11}, A_{12}, A_{13}, \dots, A_{nn}\}$$

ist es zweckmäßig, für besonders markante Begriffe Buchstaben des griechischen Alphabets zu verwenden. Dabei handelt es sich vorwiegend um die in der folgenden Tabelle mit ihren Namen dargestellten Buchstabensymbole, die man durchaus zur Übung ein paar mal abschreiben sollte:

α	Alpha	φ, Φ	Phi
β	Beta	ϑ, Θ	Theta
γ, Γ	Gamma	ρ	Rho
δ, Δ	Delta	π, Π	Pi
κ	Kappa	ψ, Ψ	Psi
λ, Λ	Lambda	χ	Chi
μ	My	ξ	Xi
ν	Ny	η	Eta
ε	Epsilon	ζ	Zeta
σ, Σ	Sigma	ω, Ω	Omega
τ	Tau		

Hat man sich an diese Symbole und ihre Bedeutung in einem bestimmten Kontext gewöhnt, fällt es viel leichter, Formeln wirklich zu „lesen“ und zu verstehen.

Inhaltsverzeichnis

1 Rechnen mit Zahlen und Buchstaben

Positive und negative Zahlen – Zahlengerade – Vorzeichen –
Multiplikation – Division – Rechensymbole – Gleichungen – Umformung –
Rechnen mit Klammern – Bruchrechnung – Mittelwert – Prozentrechnung –
Potenzrechnung – Dezimalsystem – Binomische Formeln – Quadratwurzel –
Kubikwurzel – Zinsrechnung – Fakultät – PASCALSches Dreieck –
Binomialkoeffizienten – Kombinatorik – Gewinnaussicht beim Zahlenlotto
(1-1 – 1-24)

2 Längen- und Winkelmessung

Erzeugung einer Längenmesssskala – Längeneinheiten – Längenmessung –
Kreis und Kreisumfang – Einteilung des Kreisumfangs in Winkel –
Winkelmessung
(2-1 – 2-8)

3 Elementare EUKLIDische Geometrie

Winkelsumme im Dreieck – Dreieckstypen – Rechteck – Dreiecksfläche –
Satz von PYTHAGORAS – Kartesische Koordinaten – Anwendungen
des Satzes von PYTHAGORAS – Satz von THALES – Ellipse
(3-1 – 3-18)

4 Funktionen

Lineare Funktionen – Graphische Darstellung – Geradengleichungen –
Gerade durch zwei Punkte – Abschnittsgleichung – Seitenhalbierende
im rechtwinkligen Dreieck – Schnittpunkt von zwei Geraden –
Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit – Dreisatz –
Polynome zweiten Grades – Parabel – Quadratische Gleichung –
Parabel durch drei Punkte – Geometrische Definition der Parabel –
Wurfparabeln – Spezielle Koordinatentransformation – Hyperbel –
Kegelschnitte – Zustandsgleichung idealer Gase –
Begriff der Unstetigkeit – Funktionen von zwei Variablen
(4-1 – 4-24)

5 Winkelfunktionen

Definitionen von Sinus und Cosinus – Spezielle Funktionswerte –
periodische Zeigerdarstellung – Funktionsgraphen – Rechtwinkliges Dreieck –
Additionstheoreme – Berechnung der Kreiszahl Pi – Trigonometrisches
Messverfahren – Cosinussatz – Arcusfunktionen – Tangensfunktion –
Gleichung einer Geraden – Ähnliche Dreiecke – Harmonische
Schwingungen und Wellen – Punktbewegung auf einer Kreisbahn –
Sinussatz – Reihendarstellungen – Schreibweisen der Winkelfunktionen
(5-1 – 5-22)

6 Exponentialfunktion und Logarithmusfunktionen

Definition der Exponentialfunktion als unendliche Reihe – Eigenschaften
der Exponentialfunktion – Natürlicher Logarithmus – Exponentialausdrücke –
Gewöhnlicher Logarithmus – Logarithmische Skalen – Schalldruck –
Hyperbelfunktionen – Exponentialfunktion und natürlicher Logarithmus
(6-1 – 6-12)

7 Matrizen und lineare Gleichungssysteme

Quadratische Matrizen – Spaltenvektoren – Transponierte Matrizen –
Matrizenmultiplikation – Lineare Gleichungssysteme – Determinanten –
Inverse Matrix – Schnittpunkt von zwei Geraden –
Schnittpunkt von drei Ebenen – Homogene lineare Gleichungssysteme
(7-1 – 7-16)

8 Vektorrechnung im dreidimensionalen Raum

Ortsvektoren – Basisvektoren – Abstand zwischen zwei Punkten –
Richtungs-Einheitsvektoren – Betrag von Vektoren – Raumrichtung –
Gerade durch zwei Raumpunkte – Skalarprodukt – Vektorprodukt –
Orthogonalprojektion – Matrixdarstellung – Spatprodukt –
Dreiecksberechnungen – Vektorielle Geradengleichung –
Schnittpunkt der Höhen im Dreieck – Flächennormalenvektor –
Abschnittsgleichung einer Ebene – Tetraeder – Schwerpunkt eines Dreiecks –
Kreisdarstellung – Polarkoordinaten – Zylinderkoordinaten – Schraubenlinie –
Momentenvektor – Ellipsengleichung – Kugelkoordinaten
(8-1 – 8-30)

9 Komplexe Zahlen

Quadratische Gleichung – Definition der imaginären Einheit –
GAUSSsche Zahlenebene – komplexe Zahlen – Betrag einer komplexen
Zahl – Pfeildarstellung – Rechenregeln – Exponentialfunktion mit imaginärem
Exponenten – Polarkoordinatendarstellung – Zahlenbeispiele –
Dritte Wurzel aus 1 – Additionstheoreme
(9-1 – 9-10)

10 Differentialrechnung

Tangente an einen Funktionsgraphen – Definition des Differentialquotienten –
Ableitung von Potenzfunktionen – Lokale Extremwerte – Geschwindigkeit –
Beschleunigung – Ableitung der Winkelfunktionen – Ableitung der
Exponentialfunktion – Differentiationsregeln – NEWTONsches
Näherungsverfahren – Umkehrfunktionen – Stammfunktion – Spezielle
Ableitungseigenschaften von wichtigen Funktionen – Wachstumsfunktionen –
Geometrische Anwendung – TAYLOR-Entwicklung einer Funktion –
Kurvenkrümmung – Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvektor
eines Punktes im Raum – Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung –
Kreisbewegung eines Punktes – Partielle Differentiation
(10-1 – 10-36)

11 Integralrechnung

Fläche unter einem Funktionsgraphen – Integral und Stammfunktion –
Bewegung mit konstanter Beschleunigung – Integrationsregeln –
Flächenintegration – Volumenintegration – Schwerpunkt einer Fläche –
Kreisringsektor – Kreiskegel – Kugelabschnitt – Zylinderkeil –
Tetraeder – Kugelfläche – Integration mit Hyperbelfunktionen
(11-1 – 11-26)

