

Berichte aus der Betriebswirtschaft

Birger Franck

**Prioritätsregelverfahren
für die ressourcenbeschränkte Projektplanung
mit und ohne Kalender**

Shaker Verlag
Aachen 1999

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Franck, Birger:

Prioritätsregelverfahren für die ressourcenbeschränkte Projektplanung
mit und ohne Kalender / Birger Franck.

- Als Ms. gedr. -

Aachen : Shaker, 1999

(Berichte aus der Betriebswirtschaft)

Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 1999

ISBN 3-8265-5840-5

Copyright Shaker Verlag 1999

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen
oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungs-
anlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Als Manuskript gedruckt. Printed in Germany.

ISBN 3-8265-5840-5

ISSN 0945-0696

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor Klaus Neumann für den Vorschlag, im interessanten Bereich der ressourcenbeschränkten Projektplanung zu forschen, und für die Möglichkeit, die vorliegende Arbeit während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Wirtschaftstheorie und Operations Research anfertigen zu können.

Für die kritische und konstruktive Durchsicht der Arbeit danke ich meinem Korreferenten Professor Hartmut Schmeck und meinem Prüfer Professor Georg Bol.

Desweiteren danke ich meinen Kollegen Roland Heilmann, Iris Lechleiter, Hartwig Nübel, Dr. Christoph Schwindt, Norbert Trautmann und Dr. Jürgen Zimmermann für die teilweise umfangreichen Diskussionen und die Durchsicht des Manuskriptes. Lars Hennig und Thomas Selle möchte ich für die Unterstützung bei den Programmierarbeiten danken.

Abstract

Problemstellungen der Produktionsplanung und Kundenauftragsfertigung lassen sich mit Hilfe von Modellen der Projektplanung darstellen und lösen. Ein Projekt besteht hierbei aus Vorgängen, die während ihrer Ausführung Arbeitsmittel oder Ressourcen beanspruchen. Zwischen den Vorgängen sind zeitliche Anordnungsbeziehungen gegeben. Die benötigten Ressourcen stehen nur in begrenztem Umfang zur Verfügung. Gesucht wird ein Zeitplan oder Schedule für die Vorgänge, so daß das Projekt möglichst früh beendet werden kann.

Zur Lösung dieses NP-schweren Optimierungsproblems werden zwei Prioritätsregelverfahren vorgestellt. Mit den Prioritätsregelverfahren erzeugte Anfangslösungen werden durch problem-angepaßte Metaheuristiken (Tabu Search, Genetische Verfahren) verbessert.

Für die Anwendung der entwickelten Prioritätsregelverfahren auf praxis-relevante Problemstellungen wird das betrachtete Modell um Arbeitskalender erweitert. Dieses neue Modell aus dem Bereich der Projektplanung wird ausführlich dargestellt und untersucht.

Abschließend wird ein iteratives Verfahren vorgestellt, mit welchem sich, unter Verwendung der zuvor entwickelten Prioritätsregelverfahren, Projektplanungsprobleme lösen lassen, bei denen für die Ausführung eines Vorganges jeweils mehrere Alternativen zur Auswahl stehen.

Alle entwickelten Verfahren werden mit Hilfe von experimentellen Performance-Analysen auf ihre Leistungsfähigkeit hin untersucht.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Ressourcenbeschränkte Projektplanung bei planungsabhängigen Zeitfenstern	5
2.1	Modellierung des Projektnetzwerks	5
2.2	Zeitplanung	9
2.3	Ordnungen auf Vorgangsmengen	11
2.4	Ressourcenbeschränkungen	13
2.5	Left-Shifts und Schedule-Klassen	15
2.6	Preprocessing	18
2.7	Untere Schranken für die kürzeste Projektdauer	19
3	Kalendrierung bei ressourcenbeschränkter Projektplanung	21
3.1	Modellierung der Kalendrierung	21
3.1.1	Kalender	21
3.1.2	Vorgänge	22
3.1.3	Zeitliche Anordnungsbeziehungen	24
3.1.4	Modellierung allg. AoN-Projektnetzwerke	31
3.1.5	Modellierung eines AoN-Netzwerks mit Start-Start-Pfeilen	37
3.2	Betrachtung des zeitzulässigen Bereichs	41
3.2.1	Bedingungen für die Existenz einer zeitzulässigen Lösung	41
3.2.2	Zeitzulässiger Bereich	45
3.3	Zeitplanung	51
3.3.1	Literaturübersicht	51
3.3.2	Konvergenz gegen den Earliest-Start-Schedule	52
3.3.3	Zeitplanungsalgorithmus	56
3.3.4	Obere Schranke für die kürzeste Projektdauer	61
3.3.5	Strenge Ordnungen	62
3.4	Projektdauerminimierung bei beschränkten Ressourcen und Kalendrierung	63

3.4.1	Modellierung	63
3.4.2	Untere Schranken für die kürzeste Projektdauer	65
3.4.3	Zulässiger Bereich von RCPSP/max-cal	65
4	Prioritätsregelverfahren für RCPSP/max	69
4.1	Literaturübersicht	69
4.2	Direktes und Kontraktionsverfahren	72
4.2.1	Direktes Verfahren	72
4.2.2	Kontraktionsverfahren	73
4.2.3	Sequencing-Verfahren	74
4.3	Prioritätsregeln	75
4.4	Schedule-Konstruktionsverfahren	76
4.4.1	Vorgehensweise	76
4.4.2	Serielles und paralleles Generierungsschema	77
4.5	Schedule-Entzerrungsverfahren	83
4.6	Experimentelle Performance-Analyse	88
4.6.1	Schedule-Konstruktionsverfahren	89
4.6.2	Schedule-Entzerrungsverfahren	92
4.6.3	Vergleich mit branch-and-bound-basierten Heuristiken	93
5	Prioritätsregelverfahren für RCPSP/max-cal	97
5.1	Literaturübersicht	97
5.2	Direktes und Kontraktionsverfahren	98
5.3	Schedule-Konstruktionsverfahren	98
5.4	Schedule-Entzerrungsverfahren	101
5.5	Experimentelle Performance-Analyse	103
5.5.1	Erzeugung von Testproblemen mit CalProGen	103
5.5.2	Performance der Verfahren	104
6	Metaheuristiken für RCPSP/max	107
6.1	Grundlagen	107
6.1.1	Tabu Search	108
6.1.2	Genetische Verfahren	109
6.2	Verbesserungsverfahren für RCPSP/max	110
6.2.1	Literaturübersicht	110
6.2.2	Repräsentation als Vorgangsliste	112
6.2.3	Tabu Search für RCPSP/max	113
6.2.4	Genetische Verfahren für RCPSP/max	120
6.3	Experimentelle Performance-Analyse	124
6.3.1	Tabu Search	124
6.3.2	Genetische Verfahren	126

6.3.3	Vergleich von Tabu Search und Genetischem Verfahren	129
7	Verallgemeinerungen der betrachteten Problemstellungen	131
7.1	Beliebige Unterbrechung von Vorgängen	131
7.1.1	Modellierung	131
7.1.2	Schedule-Konstruktions- und Entzerrungsverfahren für PRCPSP/max	134
7.2	Mehrere Ausführungsmodi	135
7.3	Due-Dates und Deadlines	141
8	Zusammenfassung und Ausblick	143
8.1	Zusammenfassung	143
8.2	Ausblick	144
A	Algorithmen	147
A.1	Berechnung von ES_j und LS_i für Start-Start Pfeile	147
A.1.1	FUNKTION $ES^j(S_i, S_j, \mathcal{R}_{ij}, \delta_{ij}^{SS})$	147
A.1.2	FUNKTION $LS^i(S_j, S_i, \mathcal{R}_{ij}, \delta_{ij}^{SS})$	148
A.2	Paralleles Schema für RCPSP/max-cal	149
	Literaturverzeichnis	151
	Index	157

Algorithmenverzeichnis

3.54 Zeitplanungsverfahren für PSP/max-cal	59
4.1 Direktes Verfahren	72
4.4 Kontraktionsverfahren	74
4.6 Serielles Generierungsschema	78
4.7 UNSCHEDULE(t)	78
4.10 Entzerrungsverfahren mit Vorrangbeziehungen	86
4.11 Entzerrungsverfahren mit disjunktiven Vorrangbeziehungen	87
5.2 Serielles Schema für RCPSP/max-cal	100
6.2 Tabu Search für RCPSP/max	119
7.12 Prioritätsregelverfahren für MRCPSp/max	139
A.1.1 Funktion $ES^j(S_i, S_j, \mathcal{R}_{ij}, \delta_{ij}^{SS})$	147
A.1.2 Funktion $LS^i(S_i, S_j, \mathcal{R}_{ij}, \delta_{ij}^{SS})$	148
A.2 Paralleles Schema für RCPSP/max-cal	149

Symbolverzeichnis

Allgemeine Symbole

V	Vorgangsmenge $V = \{0, 1, \dots, n, n + 1\}$ eines Projektes
E	Pfeilmenge aller Pfeile $\langle i, j \rangle$ eines Netzwerkes N
$Pred(i)$	Menge der unmittelbaren Vorgänger von Vorgang i in Netzwerk N
$Succ(i)$	Menge der unmittelbaren Nachfolger von Vorgang i in Netzwerk N
p_i	Dauer eines Vorgangs $i \in V$
δ_{ij}	Bewertung des Pfeils $\langle i, j \rangle$
N	Projektnetzwerk eines Projektes mit $N = \langle V, E; \delta \rangle$
Z	Anzahl der Zyklenstrukturen eines Projektnetzwerkes
V_z	Vorgangsmenge der Zyklenstruktur z mit $V_z \subseteq V$ ($z = 1, \dots, Z$)
$z(i)$	Nummer der Zyklenstruktur, zu der Vorgang i gehört; $z(i) = 0$: Vorgang i gehört zu keiner Zyklenstruktur
S_i	Startzeitpunkt von Vorgang $i \in V$
C_i	Endzeitpunkt von Vorgang $i \in V$ (completion time)
ES_i	Frühester Startzeitpunkt von Vorgang $i \in V$ (earliest start time)
LS_i	Spätester Startzeitpunkt von Vorgang $i \in V$ (latest start time)
EC_i	Frühester Endzeitpunkt von Vorgang $i \in V$ (earliest completion time)
LC_i	Spätester Endzeitpunkt von Vorgang $i \in V$ (latest completion time)
d_{ij}^{min}	Zeitlicher Mindestabstand zwischen dem Start der Vorgänge i und j
d_{ij}^{max}	Zeitlicher Höchstabstand zwischen dem Start der Vorgänge i und j
d_{ij}	Größte Weglänge von Vorgang i nach Vorgang j im Netzwerk N
D	Matrix der größten Weglängen d_{ij}
\mathcal{R}	Menge der erneuerbaren Ressourcen des Projektes
r_{ik}	Ressourcennachfrage von Vorgang i nach Ressource $k \in \mathcal{R}$
$R_k, R_k(t)$	Ressourcenverfügbarkeit von Ressource $k \in \mathcal{R}$ (zum Zeitpunkt t)
S	Schedule $S = (S_i)_{i \in V}$ eines (ressourcenbeschränkten) Projektplanungsproblems
$r_k(S, t)$	Ressourcennachfrage nach Ressource $k \in \mathcal{R}$ zum Zeitpunkt t bei gegebenem Schedule S
$\mathcal{A}(S, t)$	Menge von Vorgängen, die sich zum Zeitpunkt t bei gegebenem Schedule S in Ausführung befinden
F	Verbotene Menge mit $F \subset V$
\mathcal{F}	Menge der minimal verbotenen Mengen
$\mathcal{S}_T(P)$	Menge der zeit zulässigen Schedules der Problem Instanz (P)
$\mathcal{S}_R(P)$	Menge der ressourcen zulässigen Schedules der Problem Instanz (P)
$\mathcal{S}(P)$	Menge der zulässigen Schedules der Problem Instanz (P)

C	Menge von Vorgängen, denen in einem Schedule-Konstruktionsverfahren ein Startzeitpunkt zugewiesen wurde (completion set)
\bar{C}	Menge von Vorgängen, denen in einem Schedule-Konstruktionsverfahren noch kein Startzeitpunkt zugewiesen wurde
$Pred^<(i)$	Vorgängermenge von i gemäß einer strengen Ordnung $<$ auf V
\mathcal{E}	Menge einplanbarer Vorgänge
\mathcal{M}_2	Verzögerungsalternative für die verbotene Menge $\mathcal{A}(ES, t)$ zum Zeitpunkt t in Schedule ES ; $\mathcal{M}_1 = \mathcal{A}(ES, t) \setminus \mathcal{M}_2$
ν	Aktueller Knoten in einem (Branch-and-Bound-) Suchbaum bei Tiefensuche

Kalendrierung

$A_k^{\mathcal{R}}$	<u>R</u> essourcenkalender der Ressource k mit $A_k^{\mathcal{R}} : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \{0, 1\}$
\mathcal{R}_i	Menge von Ressourcen, die von Vorgang i während seiner Ausführung beansprucht werden; $\mathcal{R}_i \subseteq \mathcal{R}$.
\mathcal{R}_{ij}	Menge von Ressourcen, die für Pfeil $\langle i, j \rangle$ bzw. zeitlichen Abstand d_{ij}^{min} bzw. d_{ij}^{max} angeben, aus welchen Ressourcenkalendern sich der Kalender A_{ij} ergibt; $\mathcal{R}_{ij} \subseteq \mathcal{R}$.
A_i	Vorgangskalender von Vorgang i mit $A_i : \mathbb{Z}_{\geq 0} \rightarrow \{0, 1\}$, der sich aus den Ressourcenkalendern der beanspruchten Ressourcen $k \in \mathcal{R}_i$ ergibt
A_{ij}	Kalender des Pfeils $\langle i, j \rangle$ bzw. der Anordnungsbeziehung d_{ij}^{min} oder d_{ij}^{max} , der sich aus den Ressourcenkalendern der Ressourcen $k \in \mathcal{R}_{ij}$ ergibt
T	Vorgegebener Zeithorizont für ein Projekt bis zu dem alle Ressourcenkalender definiert sind
u_i	Unterbrechbarkeit von Vorgang i bei Nicht-Arbeitsperioden. $u_i = 1$: Vorgang i ist unterbrechbar; $u_i = 0$: Vorgang i ist nicht unterbrechbar
V^p	Menge der unterbrechbaren Vorgänge mit $V^p = \{i \in V \mid u_i = 1\}$
V^{np}	Menge der nicht unterbrechbaren Vorgänge mit $V^{np} = \{i \in V \mid u_i = 0\}$
X_i	Zeitpunkt des Ereignisses e_i von Vorgang i ; $X_i = S_i$ wenn $e_i = S$ (Start); $X_i = C_i$ wenn $e_i = C$ (Ende)
$\tilde{p}_i(S_i)$	Tatsächliche Dauer von Vorgang i in Abhängigkeit von Startzeitpunkt S_i und Kalender A_i
\bar{p}_i	Obere Schranke für die tatsächliche Dauer $\tilde{p}_i(S_i)$ von Vorgang i
$e_i e_j d_{ij}^{min}$	Mindestabstand zwischen den Zeitpunkten der Ereignisse $e_i \in \{S, C\}$ von Vorgang i und $e_j \in \{S, C\}$ von Vorgang j

$e_i e_j d_{ij}^{max}$	Höchstabstand zwischen den Zeitpunkten der Ereignisse $e_i \in \{S, C\}$ von Vorgang i und $e_j \in \{S, C\}$ von Vorgang j
$\tilde{d}_{ij}^{e_i e_j}(X_i)$	Tatsächlicher Abstandswert der Anordnungsbeziehung $e_i e_j d_{ij}^{min}$ bzw. $e_i e_j d_{ij}^{max}$ in Abhängigkeit von Zeitpunkt X_i und Kalender A_{ij}
$\delta_{ij}^{e_i e_j}$	Pfeilbewertung von Pfeil $\langle i, j \rangle$ bzgl. der Ereignisse $e_i \in \{S, C\}$ und $e_j \in \{S, C\}$
$\tilde{\delta}_{ij}^{e_i e_j}(X_i)$	Tatsächlicher Pfeilwert von Pfeil $\langle i, j \rangle$ in Abhängigkeit von Zeitpunkt X_i und Kalender A_{ij}
$\underline{\delta}_{ij}^{e_i e_j}$	Untere Schranke für den tatsächlichen Pfeilwert $\tilde{\delta}_{ij}^{e_i e_j}(X_i)$ von Pfeil $\langle i, j \rangle$
$\overline{\delta}_{ij}^{e_i e_j}$	Obere Schranke für den tatsächlichen Pfeilwert $\tilde{\delta}_{ij}^{e_i e_j}(X_i)$ von Pfeil $\langle i, j \rangle$
ρ_k^R	Ressourceninanspruchnahme bei Unterbrechung. $\rho_k^R = 1$: Falls ein Vorgang i unterbrochen wird, wird Ressource k weiterhin belegt. $\rho_k^R = 0$: Ressource k ist bei Unterbrechung eines Vorgangs i für einen anderen Vorgang verfügbar.
(S_q^u, C_q^u)	Unterbrechung von Kalender A mit $A(t) = 0$ für alle $t \in \{S_q^u, \dots, C_q^u - 1\}$ sowie $A(S_q^u - 1) = 1$ und $A(C_q^u) = 1$
\mathcal{U}_A	Unterbrechungsmenge von Kalender A mit $\mathcal{U}_A = \bigcup_{q=1, \dots, U_A} \{(S_q^u, C_q^u)\}$

Abkürzungen

AoN-Netzwerk	Vorgangsknoten-Netzwerk (Activity-on-Node)
PSP	Project Scheduling Problem (ohne Ressourcenbeschränkungen)
PSP/max	Project Scheduling Problem mit allgemeinen Mindest- und Höchstabständen
PSP/max-cal	Project Scheduling Problem bei Kalendrierung mit allg. Mindest- und Höchstabständen
RCPSP	Resource-Constrained Project Scheduling Problem (ohne Höchstabstände)
RCPSP/max	Resource-Constrained Project Scheduling Problem mit allg. Mindest- und Höchstabständen
RCPSP/max-cal	Resource-Constrained Project Scheduling Problem mit allg. Mindest- und Höchstabständen und Kalendrierung
PRCPSP/max	Preemptive Resource-Constrained Project Scheduling Problem mit allgemeinen Mindest- und Höchstabständen

