Lehrstuhl für Bauinformatik
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen
Technische Universität München

# An anisotropic $p$-adaptive method for linear elastostatic and elastodynamic analysis of thin-walled and massive structures

Dominik Nikolaus Scholz

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines

Doktor-Ingenieurs

genehmigten Dissertation.

| | | |
|---|---|---|
| Vorsitzender: | | Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. habil. G. H. Müller |
| Prüfer der Dissertation: | | |
| | 1. | Univ.-Prof. Dr.rer.nat. E. Rank |
| | 2. | Associate Prof. Z. Yosibash, D. Sc. |
| | | Ben-Gurion University of The Negev / Israel |

Die Dissertation wurde am 17.11.2005 bei der Technischen Universität München eingereicht und durch die Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen am 27.01.2006 angenommen.

Berichte aus der Bauinformatik

**Dominik Scholz**

# An anisotropic *p*-adaptive method for linear elastostatic and elastodynamic analysis of thin-walled and massive structures

Shaker Verlag
Aachen 2007

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**
The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at http://dnb.d-nb.de.

Zugl.: München, Techn. Univ., Diss., 2006



Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-6006-4
ISSN 1612-6262

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

# Zusammenfassung

Basierend auf einer Hexaederelement-Formulierung, die eine anisotrope Wahl der Polynomgrade für die lokalen Richtungen sowie die Komponenten des kartesischen Verschiebungsvektors erlaubt, wird in dieser Arbeit eine $p$-adaptive Methode für linear elastostatische sowie linear elastodynamische Probleme vorgeschlagen. Die $p$-adaptive Methode für statische Probleme wird durch einen anisotropen, hierarchischen Fehlerindikator gesteuert, der auf einer lokalen Projektion der Lösung aus einem gegebenen Ansatzraum in einen reduzierten, hierarchisch eingebetteten Raum beruht, wobei die Differenz in der Dehnungsenergie minimiert wird. Die $p$-adaptive Methode für dynamische Problemstellungen basiert auf der Anpassung der Polynomgrade mit dem Ziel, die dominanten Eigenfrequenzen genau darzustellen, die aus einer transienten Vorabrechnung mit grober Diskretisierung erhalten werden. Der hierfür entwickelte $p$-adaptive Eigenwertlöser wird durch einen analog konstruierten, lokal berechneten, anisotropen, hierarchischen Fehlerindikator kontrolliert, um somit den Rayleigh Quotienten zu minimieren. Für alle in dieser Arbeit untersuchten Beispiele zeigen die $p$-adaptiven Diskretisierungen im Vergleich zu uniformer $p$-Verfeinerung eine deutlich höhere Effizienz sowie höhere asymptotische Konvergenzraten. Daher kann die Methode als Abhilfe von einer wesentlichen Schwäche uniformer $h$- und $p$-Versionen gesehen werden, nämlich den oftmals geringen Konvergenzraten im asymptotischen Bereich, im Besonderen bei irregulären Lösungen. Somit können äußerst effiziente, strikt drei-dimensionale Diskretisierungen für Strukturen gefunden werden, die sowohl aus dünnwandigen als auch massiven Teilen bestehen.



# Abstract

An anisotropic $p$-adaptive method for linear elastostatic and linear elastodynamic problems is proposed, based on a high-order hexahedral element formulation allowing for an independent adjustment of the polynomial degrees for different local directions and different components of the cartesian displacement vectors. The $p$-adaptive method for static problems is driven by an anisotropic hierarchic error indicator based on the idea of locally projecting the solution from a given Ansatz space to a reduced, hierarchically nested space, minimizing the difference in strain energy. The $p$-adaptive method for dynamic problems is based on adjusting the polynomial degrees to achieve an optimal representation of the dominant eigenfrequencies, obtained from an initial transient computation with a coarse discretization. The $p$-adaptive eigensolver required for this purpose is driven by an analogously constructed, locally computed, anisotropic hierarchic error indicator, thus minimizing the Rayleigh quotient. For all numerical examples investigated herein, the $p$-adaptive discretizations show a considerably higher efficiency and higher rates of convergence compared to uniform $p$-refinement. This method can accordingly be understood as a remedy for one basic problem of uniform $h$- and $p$-versions, i.e. the possibly poor asymptotic behavior, especially in presence of any irregularities in the solution. As a result, it is possible to obtain an efficient, fully three-dimensional discretization of both thin-walled and compact parts of structures.

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Bauinformatik der Fakultät Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München (2000 – 2005). Die Ideen zur Arbeit wurden in dem Projekt *Fluid-Struktur-Wechselwirkungen im Bauwesen — Numerische Simulation mit Höchstleistungsrechnern* (FLUSIB) des *Kompetenznetzwerkes für wissenschaftliches Hoch- und Höchstleistungsrechnen in Bayern* (KONWIHR) und dem Projekt *Elemente hoher Ordnung zur Struktursimulation in der Fluid-Struktur-Wechselwirkung* der DFG-Forschergruppe 493 (*Fluid-Struktur-Wechselwirkung: Modellierung, Simulation, Optimierung*) entwickelt und umgesetzt.

An erster Stelle möchte ich mich bei meinem Doktorvater Prof. Ernst Rank bedanken, bei dem ich beobachten und lernen durfte, wie er Probleme ganzheitlich und umfassend betrachtet und diese dabei trotzdem auf das Wesentliche reduziert, und ich bewunderte stets seinen Ideenreichtum bei der Problemlösung. Begeistert war ich von seiner großen Begeisterungsfähigkeit. Trotz seines vollen Terminkalenders schaffte er immer Freiräume zur ausführlichen und konstruktiven Diskussion, wenn Ziele wieder einmal unerreichbar schienen.

Bei Prof. Zohar Yosibash möchte ich mich bedanken für die Übernahme des Zweitgutachtens. Die Gespräche mit ihm und seine kritischen und detaillierten Anmerkungen haben einen signifikanten Gewinn für diese Arbeit bedeutet.

Prof. Gerhard Müller hat auf unkomplizierte Art den Vorsitz der Prüfung übernommen und während dieser eine angenehme Atmosphäre geschaffen.

Mein besonderer Dank gilt Alexander Düster für die ausgezeichnete wissenschaftliche und überaus geduldige Betreuung. Er hat diese Arbeit wesentlich mit definiert.

Bei Roland Krause möchte ich mich bedanken, der mich während meines Auslandaufenthalts zur Diplomarbeit in St. Louis, Missouri, USA für das Gebiet der mechanischen Simulation begeistern konnte und mich dort wie ein Familienmitglied aufgenommen hat.

Bei allen Kolleginnen und Kollegen — Hanne Cornils eingeschlossen — möchte ich mich bedanken für das ausgesprochen freundschaftliche Lehrstuhlklima und die zahlreichen Diskussionen. Zu groß war bei manchen der Beitrag zum Gelingen dieser Arbeit, dass sie nicht zu erwähnen sträflich wäre: Besonderer Dank geht daher (in alphabetischer Reihenfolge) an Ansgar Halfmann, Ulrich Heißerer, Stefan Kollmannsberger, Alexander Muthler, Andreas Niggl, Andreas Rabold, Matthias Schleinkofer, Christian Sorger und Christoph van Treeck.

Meine Eltern Gabriele und Uwe und meine Geschwister Annette und Johannes haben mir immer gezeigt, wo ich gut aufgehoben bin.

Bei Vera möchte ich mich für die vielen wertvollen Ratschläge und auch für ihre Zuwendung bedanken, beides machte die Mühen des Zusammenschreibens erträglich.

# Contents