

Adaptive finite und infinite Elementemethoden in der Akustik

Vom Promotionsausschuss der
Technischen Universität Hamburg–Harburg
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor–Ingenieur
genehmigte Dissertation

von

Steffen Petersen
aus Göttingen

2006

1. Gutachter Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff
2. Gutachter Prof. Dr.-Ing. Udo Nackenhorst

Tag der mündlichen Prüfung: 8. Dezember 2006

Schriftenreihe des Instituts für
Modellierung und Berechnung der
Technischen Universität Hamburg-Harburg

Band 2

Steffen Petersen

**Adaptive finite und infinite
Elementemethoden in der Akustik**

Shaker Verlag
Aachen 2007

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Hamburg-Harburg, Techn. Univ., Diss., 2006

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff

Technische Universität Hamburg-Harburg
Institut für Modellierung und Berechnung
Denickestraße 17
21073 Hamburg

Telefon: 040/42878-3032
Fax: 040/42878-4353
E-Mail: estorff@tu-harburg.de
Internet: <http://www.mub.tu-harburg.de>

Copyright Shaker Verlag 2007

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-5931-0
ISSN 1860-8221

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Danksagung

Diese Arbeit entstand während meiner Zeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in den Instituten für Modellierung und Berechnung sowie Mechanik und Meerestechnik der Technischen Universität Hamburg-Harburg.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. von Estorff für die wissenschaftliche Betreuung und die stets wohlwollende Unterstützung dieser Arbeit. Prof. Nackenhorst danke ich für die Übernahme des Mitberichts sowie die rege Zusammenarbeit im Rahmen des Forschungsprojektes „Leiser Straßenverkehr“. Herr Prof. Hoffmann übernahm freundlicherweise den Prüfungsvorsitz.

Das Gelingen der vorliegenden Arbeit wäre ohne die freundschaftliche Hilfe der Mitarbeiter in den Instituten für Modellierung und Berechnung sowie Mechanik und Meerestechnik nicht möglich gewesen. Mein Dank gilt allen Kollegen für die liebenswerte Zusammenarbeit. Insbesondere danke ich Daniel Dreyer für unzählige fachliche Diskussionen.

Der größte Dank gilt aber meiner Frau Katrin, die mich stets geduldig und nachsichtig unterstützte sowie meinen Kindern Emma und Gustav, die mir in der Endphase der Arbeit nur wenig schlaflose Nächte bereitet haben.

Hamburg, im Dezember 2006

Steffen Petersen

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Einführung	1
1.2	Stand der Forschung	2
1.3	Aufbau und Zielsetzung	3
2	Grundlagen	7
2.1	Grundgleichungen der Akustik	7
2.1.1	Wellengleichung	7
2.1.2	Helmholtzgleichung	9
2.2	Numerische Verfahren	12
2.2.1	Finite-Elemente-Methode	13
2.2.2	Boundary-Elemente-Methode	16
2.3	Lösen von Gleichungssystemen	17
3	Finite Elemente für akustische Berechnungen	21
3.1	Das akustische Innenraumproblem	21
3.2	Schwache Formulierung	22
3.3	FE-Ansatzfunktionen und p -FEM	25
3.3.1	Herkömmliche Lagrangesche Ansatzfunktionen	25
3.3.2	FE-Ansatzfunktionen basierend auf integrierten Legendre-Polynomen	26
3.3.3	FE-Ansatzfunktionen basierend auf Bernsteinpolynomen	27
3.3.4	Herleitung von Ansatzfunktionen	29
3.4	Spektral-Elemente-Methode	33

3.5	Pollution Effekt und numerische Dispersion	34
3.6	1D-Beispiel	36
3.7	Fehlerschätzer und -indikatoren	41
4	Infinite Elemente für akustische Berechnungen im Außenraum	47
4.1	Das akustische Außenraumproblem	48
4.2	Schwache Formulierung	49
4.3	3D-Beispiel	56
5	Implementierung	59
6	Numerische Untersuchungen	63
6.1	Akustische Innenraumsimulationen mit finiten Elementen und Spektralelementen	63
6.1.1	Untersuchungen eines eindimensionalen Systems	63
6.1.2	Zweidimensionale Berechnungen	72
6.1.3	Untersuchung von dreidimensionalen praktischen Fragestellungen	76
6.2	Akustische Simulationen im Außenraum	78
6.3	Simulation von Reifen-Fahrbahngeräuschen	81
6.4	Infinite Elemente mit variabler Ordnung	87
6.5	Elemente mit Bernsteinpolynomen für weitere Wellenausbreitungsprobleme	92
7	Zusammenfassung	93
	Literaturverzeichnis	97