

Berichte aus der Mathematik

Wolfgang Mückenheim

Die Mathematik des Unendlichen

Shaker Verlag
Aachen 2006

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2006

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN-10: 3-8322-5587-7

ISBN-13: 978-3-8322-5587-9

ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Dieses Buch entstand aus einer Reihe von Vorlesungen zur Geschichte des Unendlichen. Es wendet sich nicht nur an Mathematiker, sondern ist so angelegt, daß es von jedem interessierten Laien mit guten mathematischen Schulkenntnissen verstanden werden kann.

Die Darstellung ordnet die großen Bereiche, in denen das Unendliche in der Mathematik gesucht und — tatsächlich oder vermeintlich — gefunden worden ist: Die natürlichen Zahlen, unendliche Folgen und Reihen nebst Grenzwertbegriff sowie als Anwendung dieses Instrumentariums die Theorie der irrationalen und der transzendenten Zahlen. Dazu kommt die Entwicklung des unendlich Kleinen vom Exhaustionsverfahren zu den Integralen und von den Infinitesimalen zu den Differentialen. Nach der Behandlung dieser klassischen mathematischen Themen findet der Leser eine genaue Analyse des Wandels vom Begriff des potentiell Unendlichen zum Begriff des aktual Unendlichen, der mit den herausragenden Forscherpersönlichkeiten Bernard Bolzano und Georg Cantor verbunden ist. Die daraus erwachsene moderne Mengenlehre erlaubte in Form transfiniten Zahlen erstmals eine quantitative Fassung des Unendlichen und unendlich vieler Unendlichkeiten darüber hinaus. Sie führte notwendig zur Spaltung des Zahlbegriffs in Ordinalzahl und Kardinalzahl. Diese Entwicklung wird im einzelnen dargestellt und abschließend kritisiert, indem verschiedene Widersprüche aufgezeigt werden, die insbesondere bei der Interpretation der transfiniten Äquivalenzklassen als Zahlen unvermeidbar sind.

Stärker als sonst in mathematischen Untersuchungen üblich wird der Aspekt der physikalischen Basis der Mathematik betont und zur Grundlage eines realistischen Zahlenverständnisses gewählt. Als Ergebnis stellt sich heraus, daß die Mathematik zum Zwecke des Diskurses über Zahlen und Zusammenhänge auf die begrenzten Ressourcen des Universums angewiesen ist. Diese sind weitaus geringer, als man gemeinhin annimmt. Sämtliche im Universum vorhandenen Atome würden nicht einmal ausreichen, um alle achtzigstelligen Dezimalzahlen zu notieren. Als Resümee ergibt sich, daß das heute aus allen exakten Wissenschaften verbannte Unendliche auch in der Mathematik keinen Platz mehr findet.

Wolfgang Mückenheim, geboren 1949 in Zorge/Harz, studierte Physik, Mathematik und Astronomie an der Georg-August Universität Göttingen, wo er 1979 mit einem Thema zur Vakuumpolarisation promovierte. Unter seinen weit über 100 Publikationen fand die Erweiterung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs für eine formale Lösung der Nichtlokalitätsprobleme der relativistischen Quantenmechanik besondere Beachtung. 1989 wurde er als Hochschuldozent an die TU Clausthal berufen. 1990 nahm er einen Ruf auf eine Professur an der FH Augsburg an. Dort lehrt er seitdem Physik, Mathematik und Geschichte der Mathematik.

