

# **Control of Crystallization Processes Based on Population Balances**

## **Dissertation**

zur Erlangung des akademischen Grades

**Doktoringenieur  
(Dr.-Ing.)**

von Dipl.-Ing. Ulrich Vollmer

geb. am 9. März 1972 in Kirchheim unter Teck

genehmigt durch die Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Raisch  
Prof. Dr.-Ing. habil. Andreas Seidel-Morgenstern  
Prof. Dr. Doraiswami Ramkrishna

Promotionskolloquium am 20. Mai 2005



Forschungsberichte aus dem Max-Planck-Institut  
für Dynamik komplexer technischer Systeme

Band 11

**Ulrich Vollmer**

**Control of Crystallization Processes  
Based on Population Balances**

Shaker Verlag  
Aachen 2005

**Bibliographic information published by Die Deutsche Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data is available in the internet at <http://dnb.ddb.de>.

Zugl.: Magdeburg, Univ., Diss., 2005

Copyright Shaker Verlag 2005

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-4317-8

ISSN 1439-4804

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Max-Planck-Institut für Dynamik komplexer technischer Systeme in Magdeburg. Ich hatte das Vergnügen, zu sehen wie das Institut gewachsen ist, von den Anfängen mit einer Hand voll Mitarbeitern in Räumen der Universität Stuttgart bis hin zum beeindruckenden Institutsgebäude an der Elbe, in dem rund 150 Mitarbeiter tätig waren.

Mein Dank gilt an erster Stelle Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Raisch, der mein Interesse am Thema dieser Dissertation geweckt, mich bei der Bearbeitung stets unterstützt und mir dabei ein außergewöhnliches Maß an Freiraum eingeräumt hat.

Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. A. Seidel-Morgenstern danke ich für sein Interesse an meiner Arbeit und die Begutachtung derselben. Weiter danke ich Herrn Prof. Dr. D. Ramkrishna für die freundliche Übernahme eines weiteren Mitberichts.

Darüberhinaus bedanke ich mich beim Gründungsdirektor des Max-Planck-Instituts Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. mult. E.D. Gilles, der die günstigen Rahmenbedingungen ermöglicht hat, unter denen meine Arbeit entstanden ist.

Den Mitarbeitern am Institut, insbesondere den Kollegen in der Fachgruppe für System- und Regelungstheorie und im Kristallisationsprojekt sowie den „Stuttgartern“ Stefan Motz und Aleksandar Mitrović danke ich für offene Türen, für vielfältige Hilfe und für ebenso anregende wie kurzweilige Diskussionen. Dies gilt in ganz besonderer Weise für meinen (Büro-)Nachbarn Eckart Mayer.

Schließlich danke ich meiner Familie: meinen Eltern, die die Grundlage für alles legten, meiner Frau Elisabeth, die mich begleitet und mir den Rücken gestärkt hat, sowie meinen Kindern, Sophie und Julian, die mir die nötige Ablenkung verschafften.



# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Population Balance Modelling . . . . .	1
1.2	Control of Crystallization Processes . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Population Balance Model for a Continuous Crystallizer</b>	<b>5</b>
2.1	Introduction to Continuous Crystallization . . . . .	5
2.2	Population Modelling . . . . .	7
2.2.1	Modelling of the Dispersed Solid Phase in the Crystallizer . . . . .	9
2.2.2	Modelling of Liquid Phase in the Crystallizer . . . . .	14
2.2.3	Modelling of the Dispersed Solid Phase in the Settling Zone . . . . .	15
2.2.4	Modelling of the Liquid Phase in the Settling Zone . . . . .	16
2.2.5	Modelling of the Fines Dissolution Unit . . . . .	17
2.3	Comparison to Real Plant . . . . .	17
2.4	Discussion . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Model Simplification</b>	<b>20</b>
3.1	Introduction . . . . .	20
3.2	Simplified Population Balance Model . . . . .	22
3.2.1	Dispersed Solid Phase in the Crystallizer . . . . .	22
3.2.2	Reformulation of Solute Mole Balance for the Crystallizer . . . . .	26
3.2.3	Settling Zone and Fines Dissolution Loop . . . . .	27

3.2.4	Summary of Simplified Model . . . . .	31
3.2.5	Derivation of Transfer Function . . . . .	34
3.3	Discussion . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Controller synthesis</b>	<b>40</b>
4.1	Introduction to Continuous Crystallizer Control . . . . .	40
4.2	Choice of Controller Synthesis Method . . . . .	42
4.3	$H_\infty$ -Control for Infinite-Dimensional Systems . . . . .	44
4.3.1	Multiplicative Model Uncertainty . . . . .	45
4.3.2	Coprime Factor Uncertainty . . . . .	46
4.3.3	Computation of Optimal Controller . . . . .	48
4.3.4	Reduction of Controller Dimension . . . . .	51
4.4	$H_\infty$ -Controller Design for the Crystallizer Model . . . . .	53
4.4.1	Factorization of Plant Transfer Function . . . . .	53
4.4.2	Controller Design for Multiplicative Uncertainty . . . . .	54
4.4.3	Controller Design Based on Coprime Factor Uncertainty . . . . .	57
4.5	Simulation Study . . . . .	58
4.6	Discussion . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Batch Crystallization – Flatness Analysis</b>	<b>65</b>
5.1	Introduction to Batch Crystallization . . . . .	65
5.2	Batch Crystallizer Model . . . . .	68
5.2.1	Population Balance Model . . . . .	68
5.2.2	Moment Model . . . . .	70
5.3	Differential Flatness and Orbital Flatness . . . . .	72
5.3.1	Introduction to Flatness . . . . .	72
5.3.2	Orbital Flatness . . . . .	73
5.4	Orbital Flatness of Crystallizer Model . . . . .	73

5.4.1	Flatness Test for Moment Model . . . . .	73
5.4.2	Flatness of Time-Scaled Moment Model . . . . .	74
5.5	Discussion . . . . .	77
<b>6</b>	<b>Batch Crystallization – Flatness Based Control Synthesis</b>	<b>79</b>
6.1	Introduction to Batch Crystallizer Control . . . . .	79
6.2	Feedforward Control for Desired CSD . . . . .	81
6.3	Optimization of CSD Properties . . . . .	88
6.4	Feedforward Control for Desired CSD Properties . . . . .	94
6.5	Feedback Tracking Control . . . . .	98
6.6	Discussion . . . . .	103
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>105</b>
7.1	Summary . . . . .	105
7.2	Perspectives . . . . .	106
<b>A</b>	<b>Continuous Crystallizer</b>	<b>108</b>
A.1	Details for Reference Model . . . . .	108
A.2	Parameters for Reference Model . . . . .	112
A.3	Parameters for Design Model . . . . .	114
<b>B</b>	<b>Batch Crystallizer</b>	<b>116</b>
<b>C</b>	<b>Computations for the Derivation of Plant Transfer Function</b>	<b>118</b>
<b>D</b>	<b>Notation</b>	<b>121</b>
D.1	Continuous Crystallization, Chapters 2-4 . . . . .	121
D.2	Batch Crystallization, Chapters 5-6 . . . . .	125