

Skripte im Shaker Verlag

Max Eschweiler

Theoretische Elektrotechnik I

Die Berechnung zeitlich unveränderlicher
elektromagnetischer Felder

Shaker Verlag
Aachen 2004

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2004

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-2026-7

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407/95 96 - 0 • Telefax: 02407/95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Vorwort

Befragt man Studenten oder Absolventen elektrotechnischer Studiengänge an führenden deutschen Hochschulen oder Universitäten nach ihrem schwierigsten Studienfach, so lautet die Antwort nicht selten "Theo" und gemeint ist die Theoretische Elektrotechnik.

Zu dieser Einschätzung trägt wahrscheinlich nicht nur der abstrakte und mathematisch anspruchsvolle thematische Inhalt dieses Faches bei, sondern vermutlich auch der schier unerschöpfliche Reichtum an unterschiedlichsten Problemstellungen mit nahezu beliebigem Schwierigkeitsgrad, mit dem sich vor allem Studenten regelmäßig zu Prüfungszwecken auseinandersetzen müssen.

Die Bezeichnung *Theoretische* Elektrotechnik klingt zudem etwas abschreckend. Zwar ist der Gegenstand der Betrachtungen in der Tat die *Theorie* der elektromagnetischen Felder, der Name suggeriert aber gleichzeitig, dass es sich um rein akademische Problemstellungen ohne nennenswerten Praxisbezug handelt. Das ist nun aber ganz und gar nicht der Fall. Immerhin beruht nahezu die gesamte moderne Kommunikationstechnik, sowohl drahtlos als auch leitungsgebunden, auf der Ausbreitung elektromagnetischer Felder. Von der Mikroelektronik bis zur Hochspannungstechnik treten gewollte oder ungewollte elektromagnetische Felder immer wieder als bedeutsame Effekte in Erscheinung. Auch im Alltag begegnen uns elektromagnetische Erscheinungen in vielen Bereichen: als Gewitterblitz, in der Mikrowelle oder in Form von Elektrosmog. Das Verständnis dieser Zusammenhänge ist eine wichtige Grundlage für nahezu alle Bereiche der Elektrotechnik.

Das vorliegende Werk richtet sich an alle, die sich mit der Berechnung elektromagnetischer Feldverteilungen beschäftigen. Es enthält zu jedem Kapitel eine bewusst knapp gehaltene Einführung der wichtigsten theoretischen Grundbegriffe sowie einen ausführlichen Aufgabenteil mit kommentierten Lösungen. Die grundsätzliche Kenntnis der Grundbegriffe, wie elektrische und magnetische Feldstärke, Verschiebungsstrom etc. wird dabei vorausgesetzt. Am Ende des Buches sind darüber hinaus die wichtigsten Formeln in einer übersichtlichen Formelsammlung zusammengestellt.

Das Buch versteht sich als Repetitorium und Übungsbuch und möchte dazu beitragen, die Schwierigkeiten mit der mathematischen Behandlung dieser Materie zu verringern. Wer das vorliegende Buch als Student zur Vorbereitung auf eine Prüfung nutzt, der kann dabei außerdem eine eigene Strategie entwickeln, an Feldberechnungsaufgaben heranzugehen, denn wie bei allen Klausuren hilft die nötige Routine auch bei der Theoretischen Elektrotechnik, Zeit und Sicherheit zu gewinnen. Damit in Zukunft die Antwort auf die Frage nach dem schwierigsten Studienfach vielleicht nicht mehr so oft "Theo" lautet.

Köln, Dezember 2003

Max Eschweiler

Inhaltsverzeichnis

1	Elektrostatik	1
1.1	Feldgleichungen	1
1.1.1	Maxwell'sche Gleichungen	1
1.1.2	Elektrisches Potenzial	2
1.1.3	Grenzbedingungen	4
1.1.4	Materialgleichung	4
1.1.5	Poisson-Gleichung	5
1.1.6	Laplace-Gleichung	5
1.2	Ladungsverteilungen	5
1.2.1	Punktladung	5
1.2.2	Linienladung	6
1.2.3	Raumladung	6
1.2.4	Flächenladung	7
1.2.5	Ideale Leiter	7
1.3	Elektrischer Dipol	8
1.3.1	Dipolmoment	8
1.3.2	Polarisation	9
1.3.3	Elektrische Suszeptibilität	10

1.3.4	Elektrische Doppelschicht	10
1.4	Kraft und Energie	11
1.4.1	Coulomb–Kraft	11
1.4.2	Elektrische Feldenergie	11
1.5	Wechselwirkung mehrerer Ladungsträger	12
1.5.1	Kapazität	12
1.5.2	Maxwell’sche Kapazitätskoeffizienten	13
1.5.3	Kondensator	14
1.6	Spiegelungsmethode	15
1.6.1	Spiegelung an leitenden Oberflächen	15
1.6.2	Spiegelung an Grenzflächen dielektrischer Halbräume . .	17
	AUFGABEN	19
2	Stationäre Strömungsfelder	59
2.1	Feldgleichungen	60
2.1.1	Elektrische Stromdichte	60
2.1.2	Maxwell’sche Gleichungen	60
2.1.3	Grenzbedingungen	61
2.1.4	Materialgleichung (Ohm’sches Gesetz)	62
2.2	Stromlinien, Linienleiter, Linienströme	63
2.3	Leistung	64
2.4	Analogie zwischen elektrostatischem Feld und elektrischem Strömungsfeld	64
2.5	Spiegelungsmethode	65
	AUFGABEN	68

3	Zeitlich unveränderliche Magnetfelder	117
3.1	Feldgleichungen	117
3.1.1	Maxwell'sche Gleichungen	117
3.1.2	Grenzbedingungen	118
3.1.3	Materialgleichung	119
3.1.4	Biot-Savart'sches Gesetz	119
3.2	Magnetisches Potenzial	120
3.2.1	Magnetisches Vektorpotenzial	120
3.2.2	Magnetisches Skalarpotenzial	120
3.3	Magnetischer Dipol	121
3.3.1	Dipolmoment	121
3.3.2	Magnetisierung	122
3.3.3	Magnetisches Blatt	123
3.3.4	Ampère'sche Äquivalenz	123
3.4	Kraft und Energie	123
3.4.1	Lorentzkraft	123
3.4.2	Magnetische Feldenergie	124
3.4.3	Poynting-Vektor	124
3.5	Wechselwirkung mehrerer Magnetfelder	125
3.5.1	Magnetischer Fluss	125
3.5.2	Bündelfluss und Flussverkettung	125
3.5.3	Induktivität	126
3.6	Spiegelungsmethode	127
	AUFGABEN	129

4 Komplexe Darstellung ebener Potenzialfelder	161
4.1 Ebene Vektorfelder	161
4.2 Die komplexe Ebene	162
4.3 Konjugierte Funktionen	162
4.4 Konforme Abbildung	163
4.5 Abbildungsfunktion	164
4.6 Komplexes Potenzial	165
4.7 Komplexe Feldstärke	166
AUFGABEN	167
 FORMELSAMMLUNG	 193
Koordinatentransformationen	194
Zylinderkoordinaten	194
Kugelkoordinaten	194
Vektoroperationen	195
in kartesischen Koordinaten	195
in Zylinderkoordinaten	195
in Kugelkoordinaten	196
Flächenoperationen	196
Vollständige Feldgleichungen	197
Maxwell'sche Gleichungen	197
Grenzbedingungen	197
Materialgleichungen	197
Kontinuitätsgleichung	197

Formeln zur Elektrostatik	198
Formeln zum elektrischen Strömungsfeld	204
Formeln zu zeitlich unveränderlichen Magnetfeldern	205
Formeln zur komplexen Darstellung ebener Potenzialfelder	209