

CPT Verletzung und chirale Gittereichtheorie

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN
von der Fakultät für Physik der
Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl. Phys. Jörn Schimmel
aus Heilbronn am Neckar

Tag der mündlichen Prüfung: 11. Juli 2003

Referent: Prof. Dr. F.R. Klinkhamer

Korreferent: PD Dr. K. Langfeld

Berichte aus der Physik

Jörn Schimmel

CPT Verletzung und chirale Gittereichtheorie

Shaker Verlag
Aachen 2003

Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 2003

Copyright Shaker Verlag 2003

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-1921-8

ISSN 0945-0963

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

CPT violation and chiral lattice gauge theory

Zur Erlangung des akademischen Grades eines
DOKTORS DER NATURWISSENSCHAFTEN
von der Fakultät für Physik der
Universität Karlsruhe (TH)

genehmigte

DISSERTATION

von

Dipl. Phys. Jörn Schimmel
aus Heilbronn am Neckar

Tag der mündlichen Prüfung: 11. Juli 2003

Referent: Prof. Dr. F.R. Klinkhamer

Korreferent: PD Dr. K. Langfeld

Zusammenfassung

Zielsetzung

Symmetrien spielen in der Physik eine wesentliche Rolle. Diese spiegeln sich in der klassischen Feldtheorie durch eine Invarianz der Wirkung unter Symmetrietransformationen wieder. Eine Quantenfeldtheorie muß nicht alle Symmetrien der zugrunde liegenden klassischen Feldtheorie besitzen. Das Brechen einer Symmetrie der klassischen Feldtheorie in der Quantenfeldtheorie nennt man eine *Anomalie*.

Die Symmetrien, die die heutige Teilchenphysik dominieren, sind die Lorentzinvarianz und die Eichsymmetrie. Die Wirkung, die das bis jetzt erfolgreichste Modell in der Teilchenphysik, das Standard-Modell, beschreibt, ist gerade so konstruiert, daß sie die Lorentz- und Eichinvarianz respektiert.

Eng verknüpft mit der Lorentzinvarianz ist das CPT-Theorem. Dieses besagt, daß die gleichzeitige Anwendung der Ladungskonjugation (C), der Paritätstransformation (P) und der Zeitumkehr (T) *immer* eine Symmetrietransformation ist, auch wenn die einzelnen diskreten Transformationen nicht Symmetrietransformationen sind. Die Voraussetzungen für die Gültigkeit des CPT-Theorems sind, daß die Quantenfeldtheorie Lorentzinvariant ist, die richtige Spin-Statistik vorhanden ist (Felder mit ganzzahligem Spin kommutieren, Felder mit halbzahligem Spin antikommutieren), es nur lokale Wechselwirkungen gibt und der Hamilton-Operator hermitesch ist. Diese Aussage ist überraschend, da keine diskreten Symmetrien postuliert werden.

Die Lorentz- und Eichinvarianz sind mit einer hohen Präzision getestet worden. Jedoch ist nicht auszuschließen, daß diese Symmetrien verletzt sind. Es wird angenommen, daß jede Verletzung dieser Symmetrien einen Hinweis auf neue Physik gibt. In Ref. [1] wurde ein Term, der Lorentzinvarianz, und damit CPT, verletzt, phänomenologisch in die Wirkung eines abelschen Eichfeldes eingefügt, jedoch nicht darauf eingegangen, woher dieser Anteil der Wirkung kommen soll. In Ref. [2] wurde gezeigt, daß chirale Eichtheorien, die über bestimmten Mannigfaltigkeiten mit nicht-trivialer Topologie definiert sind, eine CPT-Verletzung in der effektiven Wirkung der Eichfelder aufweisen. Dies ist bemerkenswert, da die CPT-Verletzung innerhalb der heutigen Quantenfeldtheorie auftritt.

In den letzten Jahren gab es einen großen Fortschritt bei der Behandlung chiraler Fermionen auf dem Gitter. Dadurch wurde es möglich, diesen Mechanismus,

der zur CPT Verletzung führt, mittels einer Gitterregularisierung neu zu betrachten. Dies wird soweit wie möglich nicht-perturbativ gemacht. Desweiteren ist es wichtig nachzuweisen, ob die CPT Verletzung auch bei anderen Regularisierungsverfahren als in [2] angegeben, auftritt.

Inhalt der Dissertation

Nach einer Einführung in Kapitel 1 werden in Kapitel 2 die grundlegenden Eigenschaften von Fermionen unter euklidischen Transformationen diskutiert. Weiterhin werden innere Symmetrien und eine kurze Zusammenfassung des CPT Theorems angegeben.

In Kapitel 3 wird die zugrunde liegende chirale Eichtheorie vorgestellt. Das Kernstück ist die Mannigfaltigkeit, auf der die Eichtheorie definiert ist. Diese ist $M = \mathbb{R}^3 \times S^1$, d. h. eine euklidische Mannigfaltigkeit, die eine kompaktifizierte Richtung hat. Die Randbedingungen in dieser Richtung sind *periodisch* für die Fermionen und für die Eichfelder. Durch die Auszeichnung einer Richtung ist die $SO(4)$ -Rotationsinvarianz gebrochen. Jedoch gibt es eine Klasse von Feldern, die rotationsinvariant sind. Dies sind die Felder, die einen kompakten Träger haben, der von einer Kugel mit dem vierdimensionalen Radius $r < L/2$ eingeschlossen werden kann, wobei L die Länge der kompaktifizierten Richtung bezeichnet. Solche Felder werden lokalisiert genannt. Als Eichgruppe wird die Gruppe $G = SO(10)$ in der komplexen Darstellung $R_L = \mathbf{16}$ verwendet. Diese hat den Vorteil, daß sie frei ist von perturbativen Eichanomalien.

Das Hauptinteresse in dieser Arbeit liegt in der effektiven Wirkung der Eichfelder. Im Vakuum gibt es eine andauernde Erzeugung und Vernichtung von virtuellen Fermion-Antifermion Paaren, die mit den Eichfeldern wechselwirken. Die effektive Wirkung ist nun ein Funktional des Eichfeldes, das diesen Wechselwirkungen auf klassischem Niveau Rechnung trägt. Eine Möglichkeit der Berechnung der effektiven Wirkung im Rahmen des Pfadintegral-Formalismus wird angegeben.

In Kapitel 4 werden die grundlegenden Methoden der chiralen Gittereichtheorie besprochen. Es war lange Zeit nicht klar, ob eine chirale Eichtheorie auf dem Gitter überhaupt definiert werden kann. Im naiven Übergang vom Kontinuum auf das Gitter zeigt der masselose Diracoperator eine Verdoppelung der Teilchen für jede Raumzeit-Dimension. Durch Einführen eines Differenzenoperators zweiter Ordnung konnte Wilson diese Verdoppelung unterdrücken, jedoch zum Preis der Verletzung der chiralen Symmetrie. Ginsparg und Wilson gaben 1982 eine abgeschwächte Bedingung für eine Gitterversion der chiralen Symmetrie an. Operatoren, die diese Relation erfüllen, werden Ginsparg-Wilson Operatoren genannt.

Allerdings hängt nun der chirale Projektor von der Eichfeldkonfiguration ab. Ändert sich das Eichfeld, so ändert sich auch der Raum der linkshändigen Fermio-

nen. Diese Änderung hat Auswirkungen auf das Integrationsmaß, und damit auf die effektive Wirkung des Eichfeldes. Eine explizite Konstruktion eines Ginsparg-Wilson Operators wurde von Neuberger angegeben.

In Kapitel 5 wird das Modell aus Kapitel 3 auf das Gitter übertragen. Zur Vereinfachung wird eine spezielle Klasse von Eichfeldern gewählt. Diese Eichfelder haben eine verschwindende Komponente in der Richtung der kompaktifizierten Koordinate, die in Richtung der x_4 -Koordinate gewählt wird, während die anderen Komponenten von dieser Koordinate unabhängig sind. Diese Wahl hat den Vorteil, daß der Ginsparg-Wilson Operator blockdiagonal in den Fourierkomponenten in x_4 -Richtung ist.

In diesem Kapitel wird auch gezeigt, daß die Änderung der effektiven Wirkung unter einer CPT Transformation nur vom Imaginärteil der effektiven Wirkung abhängt.

In Kapitel 6 wird die Änderung der effektiven Wirkung unter einer CPT Transformation berechnet. Dazu muß eine Basis für die fermionischen Felder gefunden werden. Diese Basis wird durch unitäre Diagonalisierungsoperatoren der einzelnen Fourierkomponenten des chiralen Projektionsoperators auf dem Gitter konstruiert. Da diese Operatoren nicht eindeutig festgelegt sind, wird eine Bedingung zur Festlegung dieser Freiheit angegeben. Diese Diagonalisierungsoperatoren bestimmen das Integrationsmaß. Es wird in diesem Kapitel gezeigt, daß das Integrationsmaß nicht invariant unter einer CPT Transformation ist. Weiterhin wird gezeigt, daß diese Änderung von der Zeitumkehr herrührt, während das Maß invariant unter der CP Transformation ist.

In Kapitel 7 wird das Ergebnis diskutiert, und in Kapitel 8 werden einige abschließende Bemerkungen gemacht.

Anhang A enthält die in dieser Arbeit verwendeten Konventionen und Notationen. Anhang B enthält die explizite Berechnung der Diagonalisierungsoperatoren, die in Kapitel 6 Verwendung finden. Anhang C enthält weitere Möglichkeiten von Diagonalisierungsoperatoren, die der Bedingung aus Kapitel 6 genügen. In Anhang D wird gezeigt, daß nur eine Fouriermode einen imaginären Beitrag zur effektiven Wirkung liefert. Anhang E verallgemeinert das Ergebnis aus Kapitel 6 auf eine andere kompaktifizierte Koordinate.

Eine Liste der wichtigsten Symbole, die in dieser Arbeit verwendet werden, ist in Anhang F zusammengestellt.

Contents

1	Introduction	3
2	Euclidean fermions	5
2.1	Spacetime symmetries	5
2.1.1	Rotations	6
2.1.2	Parity	7
2.1.3	Time reversal	7
2.2	Local gauge transformations	8
2.3	Charge conjugation	10
2.4	Chiral symmetry	10
2.5	CPT theorem	12
3	$SO(10)$ chiral gauge theory	14
4	Chiral fermions on the lattice	17
4.1	Preliminary remarks	17
4.2	Ginsparg-Wilson relation	18
4.3	Integration measure	20
4.4	Neuberger's Dirac operator	21
4.5	Discrete transformations	22
5	Effective action and CPT transformation	24
5.1	$SO(10)$ lattice model	24
5.2	Effective action	25
5.3	CPT transformation	29
6	CPT anomaly for a special class of gauge fields	31
6.1	CPT anomaly for odd N	31
6.1.1	Fixing the phases in the $n \neq 0$ sectors	33
6.1.2	Fixing the phases in the $n = 0$ sector	34
6.1.3	CPT anomaly	35
6.2	CPT anomaly for even N	37
6.3	T noninvariance	38

6.4	Continuum limit	42
7	Discussion	44
8	Concluding remarks	46
A	Notation	48
A.1	Dirac matrices	48
A.2	Lattice notation	49
A.2.1	Inner product	49
A.2.2	Fourier transformation	49
A.2.3	Difference operators	50
B	Diagonalization operator	51
C	Different phases	54
D	Reality of $\det(M^{(n)}M^{(-n)})$ for $n \neq 0$	55
E	Generalization to other compact coordinates	57
F	List of symbols	61
	Bibliography	64
	Acknowledgments	65