

**Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregelung
linearer und nichtlinearer Systeme
endlicher und unendlicher Dimension**

Joachim Rudolph

Dr. Joachim Rudolph:

*Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregung linearer und nichtlinearer Systeme
endlicher und unendlicher Dimension*

Von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Dresden zur Erlangung des akademischen Grades *Doktoringenieur habitatus* (Dr.-Ing. habil.) angenommene Habilitationsschrift.

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. habil. A. Reibiger
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Dr. rer. nat. K. Reinschke
	Prof. Dr. techn. K. Schlacher
	Prof. Dr. M. Fliess

Vortrag mit Kolloquium:	8. April 2003
Probavorlesung:	9. April 2003

Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik

Joachim Rudolph

**Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregelung
linearer und nichtlinearer Systeme endlicher
und unendlicher Dimension**

Shaker Verlag
Aachen 2003

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Rudolph, Joachim:

Beiträge zur flächenbasierten Folgeregelung linearer und nichtlinearer Systeme endlicher und unendlicher Dimension / Joachim Rudolph.

Aachen : Shaker, 2003

(Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik)

Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Habil.-Schr., 2003

ISBN 3-8322-1765-7

Copyright Shaker Verlag 2003

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-1765-7

ISSN 0945-1005

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

*Meinem Vater
in Erinnerung*

Vorwort

Die vorliegende Habilitationsschrift entstand im Rahmen meiner Tätigkeit am Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik an der Technischen Universität Dresden, vom Sommer 1997 bis in den Sommer 2000 im Rahmen eines Stipendiums im Habilitandenprogramm der Deutschen Forschungsgemeinschaft unter dem Thema „Beiträge zur flachheitsbasierten Folgeregelung“, seit August 2000 dann als wissenschaftlicher Oberassistent. Sie wurde zu Beginn des Jahres 2002 als Habilitationsschrift angenommen, und das Habilitationsverfahren fand Anfang April 2003 seinen Abschluß.

Ich fand am Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie unter der Leitung von Herrn Professor Dr.-Ing. Dr. rer. nat. K. Reinschke ausgezeichnete Bedingungen für meine theoretischen wie auch praktischen Arbeiten und danke ihm an dieser Stelle herzlich für das entgegengebrachte Interesse sowie die vielfältige erfahrene Unterstützung und Förderung.

Drei weiteren hochrangigen Vertretern unseres Fachgebiets Regelungs- und Steuerungstheorie, die ebenfalls der Habilitationskommission angehört haben, möchte ich gleichfalls für die stetige Förderung und das Interesse an meiner Arbeit danken: Prof. M. Fliess, Directeur de Recherche au C.N.R.S. an der Ecole polytechnique in Frankreich, Prof. Dr.-Ing. Dr. h. c. M. Zeitz von der Universität Stuttgart und Prof. Dr. techn. K. Schlacher von der Johannes Kepler Universität Linz. Bei Prof. Dr. Fliess konnte ich meine Doktorarbeit anfertigen, und wir haben seither einen regen wissenschaftlichen Austausch und haben unter anderem an einem Teil der hier vorgestellten Ergebnisse zusammengearbeitet. Prof. Zeitz weckte durch seine ausgezeichneten Lehrveranstaltungen mein Interesse an einer wissenschaftlichen Tätigkeit im Bereich der Theorie nichtlinearer und unendlich-dimensionaler Systeme, und auch mit ihm konnte ich seither mehrfach zusammenarbeiten. Prof. Schlacher hat mich insbesondere durch zwei Einladungen für Vorlesungen in Linz gefördert, einerseits zur flachheitsbasierten Folgeregelung und andererseits zum modultheoretischen Zugang für lineare Systeme. Die dazu angefertigten Skripten bildeten erste Kerne für die vorliegende Ausarbeitung.

Die in der vorliegenden Schrift vorgestellten Ergebnisse entstanden in Zusammenarbeit mit einer Reihe von Kooperationspartnern im In- und Ausland und mit tatkräftiger Unterstützung von Diplomanden und Doktoranden am Institut. Ihnen allen gilt mein großer Dank. Einige dieser Partner und Freunde möchte ich hier nennen. Mit Emmanuel Delaleau habe ich insbesondere die verallgemeinerten Zustände und die quasistatischen Rückführungen für nichtlineare endlich-dimensionale Systeme erforscht, mit Ralf Rothfuß beispielsweise die Anwendung zur Regelung chemischer Reaktoren und elektromechanischer Systeme. Zusammen mit Hugues Mounier konnte ich die linearen und nichtlinearen Totzeitsysteme und

dann die linearen Systeme mit verteilten Parametern untersuchen. Diese letztgenannte Systemklasse haben wir zunächst vor allem mit Michel Fliess und Pierre Rouchon erforscht. Mit beiden habe ich auch zu nichtlinearen Beobachtern gearbeitet, mit Pierre Rouchon außerdem zur sogenannten invarianten Folgeregelung. Die Erweiterung der flachheitsbasierten Trajektorienplanung und Steuerung von Systemen mit verteilten Parametern auf den nichtlinearen Fall war das zentrale Thema meiner Zusammenarbeit mit Alan Lynch.

Mehrere Diplomanden und Doktoranden am Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie haben mich bei dieser Arbeit unterstützt, stellvertretend möchte ich drei von ihnen nennen. Johannes von Löwis hat über die flachheitsbasierte Trajektorienfolgeregelung elektromechanischer Systeme promoviert, und wir haben im Rahmen eines Forschungsprojekts mit der Fa. Axomat an der Regelung magnetisch gelagerter Spindeln gearbeitet. Mit Jan Winkler arbeite ich im Rahmen eines BMBF-Projekts am Institut für Kristallzüchtung Berlin an der Regelung und Beobachtung von Kristallzüchtungsprozessen sowie über Totzeitsysteme, mit Frank Woittennek an den flachheitsbasierten Methoden für Systeme mit verteilten Parametern. Ihnen allen danke ich ebenfalls für die angenehme und fruchtbare Zusammenarbeit.

J. Rudolph

Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie
Technische Universität Dresden

Dresden, Mai 2003

Das Flachheitskonzept stammt aus der Regelungstheorie für nichtlineare endlichdimensionale Systeme, die durch gewöhnliche Differentialgleichungen beschrieben werden. Charakteristisch für die flachen Systeme ist, daß das gesamte Systemverhalten durch die Trajektorie einer endlichen Zahl von Größen, eines sog. flachen Ausgangs, bestimmt wird: Für die Komponenten eines flachen Ausgangs können Trajektorien gewählt werden, und die Trajektorien der übrigen Systemgrößen ergeben sich daraus ohne Integration. Das ermöglicht eine effiziente Trajektorienplanung. Zudem wird durch die spezielle Struktur der flachen Systeme der Entwurf einer Folgeregelung vereinfacht. Die linearen (endlichdimensionalen) Systeme sind genau dann flach, wenn sie steuerbar sind.

Das Konzept der Flachheit kann auf unendlichdimensionale Systeme ausgedehnt werden: auf lineare und nichtlineare Systeme mit Totzeiten, die durch Differenz-Differentialgleichungen beschrieben werden, und auf Systeme mit örtlich verteilten Parametern mit Randeingriffen, deren mathematische Modelle partielle Differentialgleichungen enthalten. Durch diese Verallgemeinerung des Flachheitskonzepts ergeben sich analog zu den (endlichdimensionalen) nichtlinearen flachen Systemen leistungsfähige Methoden zur Realisierung von Übergangsvorgängen für diese allgemeineren Systemklassen.

Es werden folgende Systemklassen in einem algebraischen Rahmen betrachtet:

- zeitvariante endlichdimensionale lineare Systeme,
- endlichdimensionale nichtlineare Systeme,
- zeitvariante lineare Systeme mit konstanten Totzeiten,
- nichtlineare Totzeit-Systeme,
- zeitinvariante lineare Systeme mit örtlich verteilten Parametern und Randeingriffen.

Dabei liegt der Schwerpunkt auf der Untersuchung und der Verallgemeinerung der Flachheitseigenschaft und ihrer Anwendung für die Trajektorienplanung, die Steuerung und die Folgeregelung. In einem Ausblick werden außerdem Möglichkeiten der Verallgemeinerung des Flachheitskonzepts auf weitere Klassen örtlich verteilter Systeme (nichtlinear, zeitvariant, örtlich dreidimensional) aufgezeigt.

Den mathematischen Rahmen für die Betrachtung der drei linearen Systemklassen bildet die Modultheorie, jenen für die nichtlinearen Systeme die Differentialalgebra- bzw. die Differenzen-Differentialalgebra. Die benötigten mathematischen Grundlagen sind in einem Anhang zusammengestellt.

The flatness concept has its origin in the control theory of nonlinear finite dimensional systems, which are described by ordinary differential equations. Flat systems are characterized by the property that the entire system behavior is determined by the trajectories of a finite number of variables, a so-called flat output. Trajectories can be chosen for the flat output components and the trajectories of any other system variable follow from these without integration. This leads to efficient trajectory planning. Moreover, the particular structure of flat systems simplifies the design of tracking controllers. Linear (finite dimensional) systems are flat if and only if they are controllable.

The flatness concept can be generalized to infinite dimensional systems, namely to linear and nonlinear systems with time delays, which are described by difference-differential equations, and to systems with spatially distributed parameters, the mathematical models of which contain partial differential equations. As for the (finite dimensional) nonlinear systems, this generalization of the flatness concept leads to powerful methods for the realization of transient processes for these more general classes of systems.

The following classes of systems are considered in an algebraic framework:

- time-varying finite dimensional linear systems,
- finite dimensional nonlinear systems,
- time-varying linear systems with constant time delays,
- nonlinear delay systems,
- time invariant linear systems with spatially distributed parameters and boundary controls.

The emphasis is put on the investigation and the generalization of the flatness property and its application in trajectory planning, open-loop control and closed-loop tracking. Furthermore, as a prospect, possible generalizations to further classes of distributed parameter systems (nonlinear, time varying, in three space dimensions) are shown.

The mathematical framework for the three classes of linear systems considered is module theory, for the nonlinear systems differential and difference-differential algebra are used. The required mathematical basis is laid in an appendix.

Le concept de la platitude a son origine dans la théorie du contrôle des systèmes non linéaires de dimension finie, qui sont décrits par des équations différentielles ordinaires. La propriété caractéristique des systèmes plats est que le comportement du système entier est déterminé par celui d'un nombre fini de variables, appelé une sortie plate : Les trajectoires des composantes de la sortie plate peuvent être choisies, et les trajectoires des autres variables du système en résultent sans intégration. Il en découle des méthodes efficaces pour la planification de trajectoires. En outre, la structure particulière des systèmes plats simplifie la synthèse de contrôleurs pour le suivi de ces trajectoires. Les systèmes linéaires (de dimension finie) sont plats si, et seulement si, ils sont commandables.

Le concept de la platitude peut être généralisé aux systèmes de dimension infinie : aux systèmes à retards, linéaires ou non, qui sont décrits par des équations différentielles aux différences, et aux systèmes à paramètres répartis, dont les modèles mathématiques comprennent des équations aux dérivées partielles. Comme pour les systèmes non linéaires (de dimension finie), la généralisation de la platitude à ces classes plus générales de systèmes mène à des méthodes puissantes pour la réalisation de transitions.

Les classes de systèmes suivantes sont considérées :

- les systèmes linéaires instationnaires de dimension finie,
- les systèmes non linéaires de dimension finie,
- les systèmes linéaires instationnaires à retards constants,
- les systèmes à retards non linéaires,
- les systèmes à paramètres répartis linéaires invariants avec commandes aux bords.

Les thèmes centraux sont l'étude et la généralisation de la propriété de platitude et son application à la planification de trajectoires, ainsi que le suivi de trajectoires en boucle ouverte ou fermée. Des possibilités de généralisation à d'autres classes de systèmes à paramètres répartis (non linéaires, instationnaires, dans l'espace tridimensionnel) sont montrées en perspective.

Le cadre mathématique pour l'étude des trois classes de systèmes linéaires considérées est la théorie des modules ; pour les systèmes non linéaires ce sont respectivement l'algèbre différentielle et l'algèbre différentielle aux différences. Les bases mathématiques nécessaires sont réunies dans une annexe.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Flachheit nichtlinearer endlichdimensionaler Systeme	2
1.2	Ein Permanentmagnet-Schrittmotor: ein flaches nichtlineares System	5
1.3	Ein torsionselastischer Stab: ein lineares Totzeit-System	9
1.4	Der Permanentmagnet-Schrittmotor mit elastischem Schaft: ein nicht-lineares Totzeit-System	13
1.5	Ein hinsichtlich Biegung elastischer Roboterarm: ein System mit verteilten Parametern	14
1.6	Gliederung der folgenden Kapitel	22
2	Endlichdimensionale lineare Systeme	27
2.1	Systeme	27
2.2	Eingangs-Ausgangs-Systeme	29
2.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	31
2.3.1	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit von Polynom-Matrix-Darstellungen	33
2.4	Übertragungs-Matrizen	35
2.5	Inversion	37
2.6	Trajektorienplanung und Steuerung	38
2.7	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	39
2.8	Kalmansche Zerlegung	41
2.9	Brunovský-Zustand und verallgemeinerte Regelungsform	43
2.10	Äquivalenz unter quasi-statischen Zustandsrückführungen	45
2.11	Folgeregelung durch Vorgabe einer stabilen Fehlerdynamik	48
2.12	Beispiel: Linearisiertes Modell eines Schrittmotors	52
2.12.1	Eingangs-Ausgangs-System	54
2.12.2	Steuerbarkeit des Schrittmotors	56
2.12.3	Beobachtbarkeit	56
2.12.4	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	58
2.12.5	Äquivalenz zu einer verallgemeinerten Regelungsform	60
2.12.6	Stabilisierende Folgeregelung	62

2.13	Beispiel: Linearisiertes Modell eines Doppelpendels	64
2.13.1	Polynom-Matrix-Darstellungen und Übertragungs-Matrix . .	67
2.13.2	Kalmansche Zerlegung	68
2.14	Anmerkungen zur Literatur	69
3	Nichtlineare endlichdimensionale Systeme	73
3.1	Systeme	73
3.2	Eingang und Dynamik	76
3.3	Eingangs-Ausgangs-Systeme	78
3.3.1	Systeminversion	78
3.4	Differentielle Flachheit	79
3.4.1	Flachheit und Inversion	83
3.4.2	Trajektorienplanung und Steuerung	85
3.5	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	87
3.6	Brunovský-Zustand und verallgemeinerte Regelungsform	89
3.7	Äquivalenz unter quasi-statischen Zustandsrückführungen	91
3.8	Linearisierbarkeit durch quasi-statische Zustandsrückführungen . . .	94
3.9	Folgeregelung flacher Systeme	95
3.10	Das (tangential) linearisierte System	96
3.11	Beobachtbarkeit	98
3.12	Beispiel: Brückenkran	99
3.12.1	Definition der differentiellen Körpererweiterung	101
3.12.2	Flachheit	102
3.12.3	Trajektorienplanung und Entwurf einer Steuerung	104
3.12.4	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	109
3.12.5	Entwurf einer stabilisierenden Folgeregung	111
3.12.6	Ein Stabpendel an einem Wagen: ein Beispiel für ein nicht-flaches System	113
3.13	Anmerkungen zur Literatur	116
4	Lineare Systeme mit Totzeiten	123
4.1	Totzeit-Systeme	123
4.2	Eingangs-Ausgangs-Systeme	125
4.3	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	126
4.3.1	Kriterien für die Steuerbarkeit zeitinvarianter Totzeit-Systeme	128
4.3.2	π -freie Systeme	129
4.3.3	Beobachtbarkeit	132
4.4	Trajektorienplanung und Steuerung	133
4.5	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	135
4.6	Brunovský-Zustand und verallgemeinerte Regelungsform	138
4.7	Äquivalenz unter prädiktiven Zustandsrückführungen	143

4.7.1	Äquivalenz unter prädiktiven quasi-statischen Rückführungen eines A -verzögerten Zustands	143
4.7.2	Äquivalenz unter prädiktiven quasi-statischen Rückführungen eines erweiterten Brunovský-Zustands	145
4.8	Folgeregelung π -frei steuerbarer Totzeit-Systeme	147
4.8.1	Fall 1: Frei steuerbares System mit verzögertem Brunovský-Zustand	148
4.8.2	Fall 2: π -frei steuerbares System mit verzögertem Brunovský-Zustand	149
4.8.3	Fall 3: π -frei steuerbares System, wobei der Brunovský-Zustand nur ein $k[\delta, (\gamma\pi)^{-1}]$ -verzögerter ist	150
4.8.4	Fall 4: π -freies System und Rückführung eines erweiterten Brunovský-Zustands	152
4.8.5	Prädiktion	153
4.9	Beispiel: Eine Punktmasse auf einer schwingenden Saite	158
4.9.1	Zwei Stellgrößen	160
4.9.2	Eine Stellgröße	162
4.9.3	Steuerung auf einer Trajektorie für die Punktmasse	163
4.9.4	Zustandsdarstellungen	164
4.9.5	Stabile Folgeregelung	166
4.10	Anmerkungen zur Literatur	171
5	Nichtlineare Totzeit-Systeme	173
5.1	Systeme	173
5.2	Eingang und Totzeit-Dynamik	175
5.2.1	Inversion von Systemen mit Totzeiten	176
5.3	Flachheitsbegriffe	177
5.3.1	π -Flachheit und Inversion	180
5.3.2	Trajektorienplanung und Steuerung	181
5.4	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	183
5.4.1	Brunovský-Zustand und verallgemeinerte Regelungsform	185
5.5	Äquivalenz unter quasi-statischen Zustandsrückführungen	188
5.5.1	Äquivalenz unter prädiktiven quasi-statischen Rückführungen eines γ -verzögerten Zustands	188
5.5.2	Äquivalenz unter prädiktiven quasi-statischen Rückführungen eines erweiterten Brunovský-Zustands	190
5.6	Folgeregelung π -flacher Totzeit-Systeme	192
5.6.1	Fall 1: Flaches Totzeit-System mit verzögertem Brunovský-Zustand	193
5.6.2	Fall 2: π -flaches Totzeit-System mit verzögertem Brunovský-Zustand	193

5.6.3	Fall 3: π -flaches System mit einem γ -verzögerten Brunovský-Zustand	194
5.6.4	Fall 4: π -flaches System und Rückführung eines erweiterten Brunovský-Zustands	195
5.6.5	Prädiktion	196
5.7	Beispiel: Folgeregelung für den Schrittmotor mit elastischem Schaft	197
5.7.1	Mathematisches Modell	197
5.7.2	δ -Flachheit, Bewegungsplanung und Steuerung	197
5.7.3	Verallgemeinerte Zustandsdarstellungen	198
5.7.4	Folgeregelung	199
5.7.5	Simulationsergebnisse	200
5.8	Beispiel: Folgeregelung für einen chemischen Rührkesselreaktor	203
5.8.1	Mathematisches Modell eines chemischen Reaktors mit Totzeiten	203
5.8.2	δ -Flachheit des Rührkesselreaktors	205
5.8.3	Stabilisierende Zustandsrückführung	206
5.8.4	Ein diskreter Prädiktor	207
5.8.5	Simulationsergebnisse	210
5.9	Anmerkungen zur Literatur	215
6	Örtlich verteilte Systeme mit Randeingriffen	217
6.1	Betrachtete Modellklasse	218
6.2	Lösung durch Operatorenrechnung	220
6.3	Verteilte R -Systeme	223
6.4	Steuerbarkeitseigenschaften für verteilte R -Systeme	226
6.5	Trajektorienplanung und Berechnung einer Steuerung	231
6.6	Beispiel: Eine Wärmeleitungsaufgabe	234
6.6.1	Verteiltes R -System und Steuerbarkeitseigenschaften	235
6.6.2	Trajektorienplanung	237
6.7	Beispiel: Ein isothermer Rohrreaktor	239
6.7.1	Verteiltes R -System und Steuerbarkeitseigenschaften	241
6.7.2	Trajektorienplanung	242
6.8	Beispiel: Ein Biegebalken mit piezoelektrischem Aktuator	245
6.8.1	Verteiltes R -System und Steuerbarkeitseigenschaften	246
6.8.2	Auswertung im Zeitbereich und Trajektorienplanung	249
6.9	Beispiel: Ein elastischer Roboterarm	252
6.10	Beispiel: Eine Wärmeleitungsaufgabe für einen langen Hohlzylinder	253
6.10.1	Verteiltes R -System und Steuerbarkeitseigenschaften	254
6.10.2	Trajektorienplanung	255
6.11	Beispiel: Wärmetauscher	259
6.11.1	Verteilte R -Systeme und Steuerbarkeitseigenschaften	261

6.11.2	Übergang zwischen stationären Profilen	264
6.11.3	Trajektorienplanung und Berechnung der Steuerungen . . .	265
6.11.4	Simulationsergebnisse	266
6.12	Beispiel: Seile mit beweglichem Aufhängepunkt	269
6.12.1	Verteiltes R -System und Steuerbarkeitseigenschaften	271
6.12.2	Trajektorienplanung und Berechnung der Steuerung	271
6.12.3	Zwei Seile mit einem gemeinsamen beweglichen Aufhängepunkt	272
6.13	Anmerkungen zur Literatur	275
7	Ausblick: Flachheitsbegriff für allgemeinere Systemklassen	279
7.1	Allgemeinere parabolische Systeme mit verteilten Parametern . . .	279
7.1.1	Formale Lösung durch Potenzreihenansatz	281
7.1.2	Konvergenzanalyse der Potenzreihen für die Steuerung . . .	282
7.1.3	Ein Rohrreaktor mit quadratischer Reaktionsrate	283
7.1.4	Temperaturabhängige volumenspezifische Wärmekapazität . . .	285
7.1.5	Veränderliche Strömungsgeschwindigkeit	286
7.2	Ein nichtisothermer Rohrreaktor	288
7.2.1	Flachheitsbasierte Steuerung	290
7.3	Ein Rohrreaktor mit vernachlässigbarer Diffusion	292
7.4	Unendlichdimensionale Approximation einer Reaktorkaskade	296
7.5	Eine örtlich dreidimensionale Wärmeleitungsaufgabe	297
	Mathematische Grundlagen	xxi
	Index	xcv
	Literaturverzeichnis	xcv