

# Numerische Modellierung der Verdunstung turbulenter Zwei-Phasen-Strömungen mittels eines Euler/Euler-Verfahrens

Vom Fachbereich Maschinenbau an der  
Technischen Universität Darmstadt  
zur  
Erlangung des Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte

## D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Rodion Groll

geb. am 1. April 1975  
in Ludwigshafen/Rhein

Berichterstatter:  
Mitberichterstatter:

Prof. Dr.-Ing. habil. C. Tropea  
Prof. Dr.-Ing. habil. F. Ebert

Tag der Einreichung:  
Tag der mündlichen Prüfung:

16. April 2002  
11. Juni 2002



Berichte aus der Strömungstechnik

**Rodion Groll**

**Numerische Modellierung der Verdunstung  
turbulenter Zwei-Phasen-Strömungen mittels  
eines Euler/Euler-Verfahrens**

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag  
Aachen 2002

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Groll, Rodion:*

Numerische Modellierung der Verdunstung turbulenter Zwei-Phasen-Strömungen mittels eines Euler/Euler-Verfahrens/Rodion Groll.

Aachen : Shaker, 2002

(Berichte aus der Strömungstechnik)

Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2002

ISBN 3-8322-0652-3

Copyright Shaker Verlag 2002

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-0652-3

ISSN 0945-2230

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Gegenbeweis

Eine Methode, die in dieser Gesellschaft  
Erfolge aufweisen kann, zwingt uns,  
an Ihr zu zweifeln, aber eine Methode,  
mit der man Schiffbruch erleidet, muß  
deshalb noch nicht die richtige sein.

Erich Fried (1921-1988) [22]



# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Zeitraum von 1999 bis 2002 am Fachgebiet "*Strömungslehre und Aerodynamik*" (SLA) der Technischen Universität Darmstadt.

Meinen Dank möchte ich denjenigen zum Ausdruck bringen, die mich bei der Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben.

Zunächst bedanke ich mich bei meinem Doktorvater, dem Leiter des Fachgebiets, Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Cameron Tropea, der mir mit seiner großen Erfahrung in Fragen der experimentellen Strömungsmechanik stets mit zahlreichen Anregungen zur Seite stand, für die Betreuung meiner Promotion.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr.-Ing. Suad Jakirlić, der mich in den vergangenen drei Jahren mit seiner umfassenden fachlichen Kompetenz auf dem Gebiet der numerischen Turbulenzmodellierung unterstützte und mir in fruchtbaren Diskussionen neue Sichtweisen eröffnete.

Weiterhin danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Fritz Ebert, Universität Kaiserslautern, sich mit seiner hohen Fachkenntnis im Umgang mit der Verdunstung und Kondensation von Zwei-Phasen-Strömungen als Mitberichterstatter zur Verfügung zu stellen.

Aufgrund seiner wissenschaftlichen Vorarbeit danke ich Herrn Dr.-Ing. Gangolf Kohnen für die Bereitstellung und Aufarbeitung seiner Euler/Lagrange-Datensätze, welche eine sehr gute Grundlage für die Verifizierung meiner Berechnungsergebnisse darstellten.

Für die finanzielle Unterstützung über den Zeitraum von der Einarbeitung in das Themengebiet bis hin zur Fertigstellung der Dissertation sowie die unproblematische Abwicklung administrativer Aufgaben danke ich stellvertretend für das Graduiertenkolleg "*Modellierung und numerische Beschreibung technischer Strömungen*" dessen Koordinator Herrn Dr. rer. nat. habil. Amsini Sadiki.

Für die einmalig harmonische Arbeitsatmosphäre danke ich meinen Zimmerkollegen Dipl.-Ing. Ulf Meerwald, Dipl.-Ing. Sanjin Šarić sowie Dr.-Ing. Nikolay Semidetnov.

## *Vorwort*

Dank gebührt an dieser Stelle den Gruppen, die durch die stetige Optimierung und Bereitstellung des GNU-Compilers *gcc* sowie des Visualisierungswerkzeug *gnuplot* und der Textverarbeitungssoftware  $\text{T}\text{E}\text{X}/\text{\LaTeX}2_{\epsilon}$  eine solche Arbeit erst möglich machen.

Meinen Eltern danke ich für ihre Unterstützung, die sie mir während meiner Ausbildung, welche die Motivation für meine wissenschaftliche Arbeit lieferte, zuteil werden ließen.

Spezieller Dank gebührt meiner Freundin Kirstin Kabey für Ihre Hilfe in Fragen verständlicher Formulierungen sowie Ihre aufmunternden Worte für den Autor selbst.

Darmstadt, im April 2002

# Inhaltsverzeichnis

<b>Vorwort</b>	<b>i</b>
<b>Nomenklatur</b>	<b>ix</b>
<b>1 Motivation</b>	<b>1</b>
<b>2 Beschreibung einphasiger Transportprozesse</b>	<b>5</b>
2.1 Grundlagen der mathematischen Beschreibung . . . . .	5
2.1.1 Kontinuumsmechanische Grundlagen . . . . .	5
2.1.1.1 Lagrange-Betrachtung . . . . .	5
2.1.1.2 Euler-Betrachtung . . . . .	6
2.1.1.3 Verzerrung . . . . .	8
2.1.1.4 Die materielle Ableitung . . . . .	9
2.1.2 Isotropie . . . . .	10
2.1.2.1 Euklid'sche Transformation . . . . .	10
2.1.2.2 Materielle Objektivität . . . . .	11
2.1.2.3 Materielle Symmetrie . . . . .	12
2.1.2.4 Allgemeine Isotropiebedingung . . . . .	13
2.1.3 Statistische Grundlagen . . . . .	13
2.1.3.1 Die Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	14
2.1.3.2 Zeitliche Mittelung . . . . .	15
2.1.3.3 Korrelation . . . . .	15
2.1.3.4 Das statistische Moment . . . . .	16
2.2 Turbulente Strömungen . . . . .	17
2.2.1 Momentane Transportgleichungen . . . . .	17
2.2.1.1 Die Massenbilanz . . . . .	17
2.2.1.2 Die Impulsbilanz . . . . .	17
2.2.1.3 Kinetische Energie und Dissipation . . . . .	19
2.2.2 Momententransport . . . . .	20
2.2.2.1 Die Ergodenannahme . . . . .	20
2.2.2.2 Die Kontinuität . . . . .	21

## Inhaltsverzeichnis

2.2.2.3	Die mittlere Geschwindigkeit . . . . .	22
2.2.2.4	Die Schließungsproblematik . . . . .	23
2.2.3	Beschreibung isotroper Turbulenz . . . . .	23
2.2.3.1	Lokale Isotropie . . . . .	23
2.2.3.2	Die Entdimensionierung der Beziehung . . . . .	24
2.2.3.3	Das Null-Gleichungs-Modell . . . . .	25
2.2.3.4	Die turbulente kinetische Energie $k$ . . . . .	26
2.2.3.5	Die turbulente Viskosität . . . . .	27
2.2.4	Das $k$ - $\epsilon$ -Modell . . . . .	28
2.2.4.1	Die $k$ -Gleichung . . . . .	28
2.2.4.2	Der Ansatz für den turbulenten Transport . . . . .	30
2.2.4.3	Die molekulare Diffusion . . . . .	30
2.2.4.4	Isotrope Dissipation . . . . .	31
2.2.4.5	Der modellierte Transport isotroper Turbulenz . . . . .	32
2.3	Die Thermodynamik . . . . .	32
2.3.1	Energiegleichungen . . . . .	33
2.3.1.1	Thermodynamische Zustandsgleichungen . . . . .	33
2.3.1.2	Spezifische Wärmen . . . . .	34
2.3.1.3	Energie- und Enthalpiebilanz . . . . .	35
2.3.2	Die Irreversibilität . . . . .	36
2.3.2.1	Das Prinzip von Caratheodory . . . . .	36
2.3.2.2	Die Entropiebilanz . . . . .	40
2.3.2.3	Die Entropieproduktion . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Die Partikelbewegung</b> . . . . .	<b>43</b>
3.1	Angreifende Kräfte . . . . .	43
3.1.1	Die Reibungskräfte . . . . .	43
3.1.1.1	Der Widerstand nach Stokes . . . . .	44
3.1.1.2	Der normierte Widerstandskoeffizient $f$ . . . . .	45
3.1.1.3	Der Cunningham-Korrekturfaktor . . . . .	46
3.1.1.4	Kompressibilitätseffekte . . . . .	47
3.1.2	Die Gravitation . . . . .	49
3.1.2.1	Die Erdbeschleunigung . . . . .	49
3.1.2.2	Die Auftriebskräfte . . . . .	50
3.1.2.3	Druckinduzierte Kräfte . . . . .	50
3.2	Die charakteristischen Größen . . . . .	51
3.2.1	Volumen- und Massengrößen . . . . .	51
3.2.1.1	Der Volumenanteil . . . . .	51
3.2.1.2	Die effektive Dichte . . . . .	52
3.2.1.3	Massen- und Volumenbruch . . . . .	53

3.2.1.4	Der dimensionslose Durchmesser . . . . .	54
3.2.2	Die charakteristischen Zeiten . . . . .	54
3.2.2.1	Das Relaxationszeitmaß . . . . .	54
3.2.2.2	Das Flußzeitmaß . . . . .	55
3.2.2.3	Die Geschwindigkeitsrelaxation . . . . .	56
3.2.2.4	Die Kollisionszeit . . . . .	58
3.2.2.5	Die Thermische Relaxation . . . . .	59
3.2.3	Kopplungsparameter . . . . .	61
3.2.3.1	Die Partikeldichte . . . . .	61
3.2.3.2	Die Massenkopplung . . . . .	62
3.2.3.3	Die Impulskopplung . . . . .	63
3.2.3.4	Die Energiekopplung . . . . .	64
<b>4</b>	<b>Die Zwei-Phasen-Strömung</b>	<b>67</b>
4.1	Die Bewegung der dispersen Phase . . . . .	67
4.1.1	Die Kontinuität . . . . .	67
4.1.1.1	Die volumenbruchgewichtete Mittelung . . . . .	68
4.1.1.2	Prinzipien der gewichteten Mittelung . . . . .	69
4.1.1.3	Die Modellierung der Korrelation . . . . .	70
4.1.1.4	Die Massenerhaltung . . . . .	73
4.1.2	Angreifende Kräfte . . . . .	74
4.1.2.1	Die Reibungskräfte . . . . .	74
4.1.2.2	Die Gravitation . . . . .	76
4.1.2.3	Die Auftriebskräfte . . . . .	76
4.1.2.4	Druckinduzierte Kräfte . . . . .	77
4.1.2.5	Scherinduzierte Kräfte . . . . .	78
4.1.3	Der Impulstransport . . . . .	81
4.1.3.1	Die Impulserhaltung . . . . .	81
4.1.3.2	Die Druckkorrelation . . . . .	82
4.1.3.3	Modellierung der Geschwindigkeitskorrelation . . . . .	83
4.1.3.4	Die turbulente Diffusion . . . . .	84
4.1.3.5	Die Bewegungsgleichung . . . . .	85
4.2	Geschwindigkeitskorrelationen der beiden Phasen . . . . .	86
4.2.1	Der allgemeine Transport . . . . .	86
4.2.1.1	Die Aufspaltung . . . . .	86
4.2.1.2	Der Konvektionsterm . . . . .	87
4.2.1.3	Der instationäre Term . . . . .	88
4.2.1.4	Diffusion und Interaktion . . . . .	89
4.2.2	Turbulenz der kontinuierlichen Phase . . . . .	91
4.2.2.1	Diffusion der Turbulenz . . . . .	91

## Inhaltsverzeichnis

4.2.2.2	Transport der Turbulenz . . . . .	93
4.2.2.3	Dissipation der Turbulenz . . . . .	93
4.2.3	Varianz der Partikelgeschwindigkeit . . . . .	94
4.2.3.1	Das Moment dritter Ordnung . . . . .	94
4.2.3.2	Dissipation durch Inelastizität . . . . .	95
4.2.3.3	Die turbulente Diffusion . . . . .	96
4.2.3.4	Transport der Varianz . . . . .	96
4.2.3.5	Dissipation durch Zähigkeit . . . . .	97
4.2.4	Die Kovarianz der Geschwindigkeiten . . . . .	97
4.2.4.1	Konzept der Transportgleichung . . . . .	98
4.2.4.2	Dissipation und Diffusion der Kovarianz . . . . .	99
4.2.4.3	Produktion der Kovarianz . . . . .	100
4.2.4.4	Transport der Kovarianz . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Der Sprühnebel</b>	<b>103</b>
5.1	Modellierung des Sprühnebelwolkenaufbaus . . . . .	103
5.1.1	Die Selbstähnlichkeit . . . . .	104
5.1.1.1	Das Trema . . . . .	104
5.1.1.2	Der Generator . . . . .	104
5.1.1.3	Die fraktale Dimension . . . . .	105
5.1.1.4	Die Skaleninvarianz . . . . .	106
5.1.2	Der fraktale Aufbau eines Tropfenverbandes . . . . .	106
5.1.2.1	Skaleninvariante Tropfenverbände . . . . .	106
5.1.2.2	Die Tremakonstante $\gamma$ . . . . .	108
5.1.2.3	Die Variation des Generators . . . . .	108
5.1.2.4	Die Dichtefunktion des Tropfendurchmessers . . . . .	109
5.2	Die statistische Verteilung des Tropfendurchmessers . . . . .	110
5.2.1	Die Hypothese der Selbstähnlichkeit . . . . .	110
5.2.1.1	Die Tropfenverdunstung . . . . .	110
5.2.1.2	Die Variation der Skalierung . . . . .	112
5.2.1.3	Die Wahrscheinlichkeitsdichte . . . . .	114
5.2.1.4	Die Oberfläche eines Tropfenverbandes . . . . .	115
5.2.2	Der Einfluß der Verdunstung . . . . .	117
5.2.2.1	Die Veränderung der Anzahldichte . . . . .	117
5.2.2.2	Die Veränderung des Volumenbruchs . . . . .	118
5.2.2.3	Die Verdunstungsrate . . . . .	120
5.3	Die Thermodynamik der Sprühnebelwolke . . . . .	121
5.3.1	Die thermodynamische Diffusion . . . . .	121
5.3.1.1	Der Dunstanteil . . . . .	121
5.3.1.2	Die Dunstdiffusion . . . . .	122

5.3.1.3	Die Wärmeübertragung . . . . .	123
5.3.1.4	Die Wärmestrahlung . . . . .	124
5.3.2	Die Sättigung . . . . .	125
5.3.2.1	Der Sättigungsdruck . . . . .	125
5.3.2.2	Die absolute Luftfeuchtigkeit . . . . .	126
5.3.2.3	Der Dunst-Volumenanteil . . . . .	127
5.3.2.4	Die relative Luftfeuchtigkeit . . . . .	127
5.3.3	Die Irreversibilität . . . . .	128
5.3.3.1	Die Oberflächenspannung . . . . .	128
5.3.3.2	Die Maxwell-Beziehungen . . . . .	129
5.3.3.3	Das Clausius-Clapeyron-Theorem . . . . .	130
5.3.3.4	Die Verdunstungsenthalpie . . . . .	130
5.4	Der thermodynamische Transport . . . . .	132
5.4.1	Das Verdunstungsmodell von Abramzon/Sirignano . . . . .	132
5.4.1.1	Dimensionslose Kennzahlen . . . . .	132
5.4.1.2	Der Massentransferkoeffizient . . . . .	134
5.4.1.3	Das 1/3-Gesetz . . . . .	134
5.4.1.4	Die Korrektur des Wärmeübergangs . . . . .	135
5.4.1.5	Der Algorithmus . . . . .	137
5.4.1.6	Das charakteristische Verdunstungszeitmaß . . . . .	137
5.4.2	Die kinematische Bilanz . . . . .	138
5.4.2.1	Die momentane Darstellung . . . . .	138
5.4.2.2	Massenquellterme . . . . .	139
5.4.2.3	Die turbulente Massendiffusion . . . . .	139
5.4.3	Die thermische Bilanz . . . . .	141
5.4.3.1	Der Wärmetransport . . . . .	141
5.4.3.2	Wärmeaustausch und latente Wärme . . . . .	142
5.4.3.3	Die turbulente Wärmetransport . . . . .	143
5.4.4	Die Modifikation der Energiebilanz . . . . .	144
5.4.4.1	Die Impulsgleichungen . . . . .	144
5.4.4.2	Der Turbulenztransport . . . . .	145
5.4.4.3	Die Dissipation . . . . .	146
5.4.4.4	Die Kovarianz . . . . .	146
<b>6</b>	<b>Die Numerik</b>	<b>149</b>
6.1	Die Diskretisierung . . . . .	149
6.1.1	Die Konvektion . . . . .	150
6.1.1.1	Die UPWIND-Diskretisierung . . . . .	150
6.1.1.2	Die zentralen Differenzen . . . . .	152
6.1.1.3	Das hybride Diskretisierungsschema . . . . .	153

## Inhaltsverzeichnis

6.1.1.4	Die Unterrelaxation . . . . .	153
6.1.2	Die Kontinuität . . . . .	154
6.1.2.1	Die konservative UPWIND-Modifikation . . . . .	154
6.1.2.2	Der SIMPLE-Algorithmus . . . . .	156
6.1.2.3	Die Modifikation des Korrekturverfahrens . . . . .	158
6.2	Die explizite Darstellung der Gleichungen . . . . .	159
6.2.1	Die Transportgleichungen . . . . .	159
6.2.1.1	Der Dunstanteil . . . . .	160
6.2.1.2	Der thermische Transport . . . . .	160
6.2.1.3	Die Impulsgleichungen . . . . .	161
6.2.1.4	Der Turbulenztransport . . . . .	163
6.2.1.5	Die Dissipationsgleichung . . . . .	164
6.2.1.6	Die Kovarianz . . . . .	164
6.2.2	Die Randbedingungen . . . . .	165
6.2.2.1	Die Wandspannung . . . . .	165
6.2.2.2	Das logarithmische Wandgesetz . . . . .	167
6.2.2.3	Die Turbulenz der kontinuierlichen Phase . . . . .	168
6.2.2.4	Randbedingungen der dispersen Phase . . . . .	169
6.2.3	Die Sättigungsfunktion . . . . .	170
6.2.3.1	Das Verfahren der dividierten Differenzen . . . . .	171
6.2.3.2	Die Auswahl der Stützstellen . . . . .	172
<b>7</b>	<b>Anwendung der verwendeten Modelle und deren Ergebnis</b>	<b>175</b>
7.1	Simulation partikelbeladener Strömungen . . . . .	175
7.1.1	Modellierung des Ungleichgewichtes . . . . .	175
7.1.1.1	Beschreibung des instationären Effektes . . . . .	176
7.1.1.2	Korrektur der Geschwindigkeitsvarianz . . . . .	178
7.1.2	Kanalströmung . . . . .	179
7.1.3	Stufenströmung . . . . .	188
7.2	Simulation der Verdunstung eines Sprühnebels . . . . .	210
7.2.1	Darstellung absoluter Größen eines Referenztestfalls . . . . .	210
7.2.2	Vergleich von Testfällen unterschiedlicher Tropfengrößen . . . . .	229
7.3	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen . . . . .	238

# Nomenklatur

## Große Lateinische Buchstaben

$A$	allgemeine Form einer Matrix / Tensor 2. Stufe
$A$	allgemeine Form einer Fläche
$A, A_x$	Ereignismenge
$A$	Arbeit
$A$	dimensionsloser Parameter in Lösungsansatz
$A$	skalarer Quellterm
$A_p$	Partikelquerschnittsfläche
$A_O$	Phasenoberfläche
$A_I$	Grenzfläche zwischen den Zellen $P$ und $L$
$B_0$	Raum der materiellen Darstellung
$B$	dimensionsloser Parameter in Lösungsansatz
$B$	skalarer Quellterm
$B_M$	Massentransferkoeffizient
$B_T$	Wärmetransferkoeffizient
$C_\beta$	Durchmischungsparameter
$C_n$	Anzahlquotient
$C_\mu$	Koeffizient der turbulenten Viskosität $\nu_t$
$C_1, C_2$	skalare Quellterme
$C_{\epsilon 1}$	Koeffizient des Produktionsterms der Dissipationsrate
$C_{\epsilon 2}$	Koeffizient des Dissipationsterms der Dissipationsrate
$D$	fraktale Dimension
$D_1, D_2$	skalare Quellterme
$D^k$	Diffusionsterm
$D_T$	Maximaldimension
$D_{32}$	Sauter-Durchmesser
$D_{ij}$	Deformationsgeschwindigkeitstensor
$D_{12,ij}$	Diffusionstensor
$D_p$	Partikel-/Tropfendurchmesser
$D_{\alpha\beta}$	binärer Diffusionskoeffizient
$E$	dimensionsloser Parameter in Lösungsansatz

## Nomenklatur

$\vec{E}_\alpha$	Einheitsvektor der materiellen Darstellung
$E_1, E_2$	skalare Quellterme
$\vec{E}_{ij}$	Distorsionstensor
$E$	Energie
$F$	Verteilungsfunktion
$F(B)$	Modifikationsfunktion der Transferkoeffizienten
$F_{i\alpha}$	Deformationsgradient
$\vec{F}_\alpha$	Vektor einer angreifenden Massenkraft
$\vec{F}_A$	Auftriebskraft
$\vec{F}_D$	Strömungswiderstandskraft
$\vec{F}_G$	Gravitationskraft
$\vec{F}_\Sigma^k$	Aus der angreifenden Spannung resultierende Volumenkräfte
$G$	allgemeine Form einer Transportgröße
$G^k$	drittes Moment der RANS-Formulierung
$G_q$	drittes Moment der Kovarianz
$\vec{H}$	Matrix des hohen Diskretisierungsschemas
$I_i^k$	Instationärer Term der Transportgleichung einer vektoriellen Größe
$I_q$	Interaktionsterm der Kovarianz
$I_A$	1. Hauptinvariante der Matrix A
$II_A$	2. Hauptinvariante der Matrix A
$III_A$	3. Hauptinvariante der Matrix A
$J$	Determinante des Deformationsgradienten
$K$	kinetische Energie
$K_i^k$	Konvektionsterm der Transportgleichung einer vektoriellen Größe
$K_i^D$	Diffusivität der turbulenten kinetischen Energie der dispersen Phase
$K_{rel}$	relative kinetische Energie der Partikelgeschwindigkeit
$L$	Matrix des niedrigen Diskretisierungsschemas
$L_{ij}$	Geschwindigkeitsgradient der räumlichen Darstellung
$L, L^*$	charakteristisches Längenmaß
$L$	Latente Wärme
$M$	Molmasse
$M_i$	geometrischer Raum
$M_{ij}$	Korrekturmatrix des konservativen Upwind-Verfahrens
$N$	integrierender Nenner
$N$	ganzzahlige Anzahl
$N_V$	Anzahl von Partikeln in Volumen $V$

$\dot{N}$	charakteristische Frequenz eines Partikelflusses
$O$	Tensor einer orthogonalen Transformation
$O_p$	Partikeloberfläche
$P$	materieller Gradient
$P^k$	Druckterm
$P_{ab}$	Absorptionsleistung
$P_{em}$	Emissionsleistung
$Q$	Tensor einer orthogonalen Transformation
$Q$	Wärme
$Q_{\tau,ij}$	Differenz der effektiven Scherspannungstensoren
$Q_L$	durch Stefanstrom beeinflusster Wärmefluß
$R_0$	allgemeine Gaskonstante
$R_i$	geometrischer Raum
$S$	isotrope Matrix
$S$	Quellterm
$S_i^k$	Quellterm der Transportgleichung einer vektoriellen Größe
$T$	Maß eines Zeitintervalls
$T$	absolute Temperatur
$T$	Integrales Zeitmaß
$T^*$	charakteristisches Zeitmaß
$T_0$	Referenztemperatur
$T^C$	absolute Temperatur der kontinuierlichen Phase
$T^D$	Partikel-/Tropfentemperatur
$T^{E}$	Euler'sches Zeitmaß
$T_L$	Lagrange'sches Zeitmaß
$T_{ref}$	Referenztemperatur im Dunstfilm
$T_{krit}$	kritische Temperatur
$U^*$	charakteristische Geschwindigkeit
$\vec{U}_{rel}$	Relativgeschwindigkeit
$U^C$	Betrag der Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase
$U_{rms}^C$	rms-Geschwindigkeit der kontinuierlichen Phase
$U^D$	Betrag der Geschwindigkeit der dispersen Phase
$U_{rms}^D$	rms-Geschwindigkeit der dispersen Phase
$V$	Volumen der materiellen Darstellung
$V_p$	Partikelvolumen
$dV$	infinitesimales Volumeninkrement

## Nomenklatur

$\delta V^C$	finites Volumeninkrement der kontinuierlichen Phase
$\delta V^D$	finites Volumeninkrement der dispersen Phase
$W^k$	Strömungswiderstandsterm
$X$	Ereigniswert
$\vec{X}$	Positionsvektor der materiellen Darstellung
$Y$	Ereigniswert
$Y$	Massenanteil des Flüssigkeitsdunstes
$Y_\infty$	lokales Minimum des Dunstmassenanteils
$Y_{\text{sat}}$	Dunst-Massenanteil in vollständig gesättigtem Gas
$Z$	Massenladung

### Kleine Lateinische Buchstaben

$a$	allgemeine Form eines Vektors / Tensor 1. Stufe
$a$	Tropfenoberfläche pro Gesamtvolumen
$a^C$	Schallgeschwindigkeit der kontinuierlichen Phase
$a_L$	Element der Matrix $A$
$\vec{b}, \vec{b}^*, \vec{b}^{**}$	Quellterme eines linearen Gleichungssystems repräsentierender Vektor
$\vec{c}$	Translationsvektor
$c_D$	Strömungswiderstandsbeiwert
$c_p$	isobare spezifische Wärme
$c_p^C$	spezifische Wärme der kontinuierlichen Phase
$c_p^D$	spezifische Wärme der dispersen Phase
$c_\omega$	isochore spezifische Wärme
$d$	Tropfendurchmesser
$d_0$	Referenzdurchmesser
$d^*$	Inertialdurchmesser
$e$	Euler'sche Zahl
$\vec{e}_i$	Einheitsvektor der räumlichen Darstellung
$e$	massenspezifische innere Energie
$e_0$	innere Energie bei der Referenztemperatur $T_0$
$e_c$	Elastizitätskoeffizient
$f$	Korrekturparameter Stokes'schen Strömungswiderstand
$f$	Wahrscheinlichkeitsdichte
$f, f^*$	Funktion dimensionsloser Produkte
$f_l^c$	konvektiver Fluß an der Zellgrenze $l$
$f_l^d$	diffusiver Fluß an der Zellgrenze $l$

$\hat{f}$	umkehrbare Funktion
$\vec{f}$	aus von außen angreifenden Kräften resultierende Beschleunigung
$\vec{g}$	Erdbeschleunigung
$g$	g-Funktion des Strömungswiderstandes
$g$	Funktion der Skaleninvarianz
$g$	freie Enthalpie
$h$	Enthalpie
$h$	h-Funktion des Strömungswiderstandes
$\Delta h_v$	Verdunstungsenthalpie
$\hat{j}_i$	Dunstdiffusion
$k$	turbulente kinetische Energie
$k$	Tropfenklassenindex
$k^C$	turbulente kinetische Energie der kontinuierlichen Phase
$k^D$	turbulente kinetische Energie der dispersen Phase
$l$	dimensionsloser Durchmesser
$l$	Prandtl'sche Mischungsweglänge
$l^D$	charakteristischer Durchmesser der fraktalen Dimension $D$
$l_L$	Element der Matrix $L$
$m$	Masse eines materiellen Körpers
$\dot{m}$	Massenverlust eines Tropfens
$m_p$	Partikelmasse
$m_T$	Turbulenz-Struktur-Parameter
$m^C$	Masse der kontinuierlichen Phase
$m^D$	Masse der dispersen Phase
$n$	positiver ganzzahliger Parameter
$n$	Partikel-Anzahldichte
$\vec{n}$	Normalenvektor
$\vec{n}_i$	Normalenvektor der Zellgrenze $l$
$p$	isotroper Druck
$p^\alpha$	Partialdruck
$p_{\text{sat}}$	Sättigungsdruck
$p_n$	Interpolationspolynom $n$ -ter Ordnung
$q$	massenspezifische Wärme
$q^k, q$	Geschwindigkeitskovarianz
$\dot{q}$	Wärmefluß
$q_i^k$	Wärmediffusionsvektor

## Nomenklatur

$q_u$	Quotient der Geschwindigkeitsbeträge $U^D/U^C$
$\dot{q}_{\text{Str}}$	Strahlungsquellterm
$r$	Korrelationskoeffizient
$r$	Quotient einer geometrischen Reihe
$s$	isotroper Vektor
$s$	Entropie
$t$	Zeitpunkt
$\vec{u}$	Strömungsgeschwindigkeitsvektor
$u_l$	charakteristische Geschwindigkeit der turbulenten Wandschubspannung
$u^+$	entdimensionierte Geschwindigkeit der Wandschubspannung
$u_i^C$	Gasphasengeschwindigkeit
$u_i^D$	Partikelgeschwindigkeit
$u^C$	Gasphasengeschwindigkeitskomponente parallel zur Wand
$u^*$	modifiziertes Geschwindigkeitsmaß
$u_\infty$	Grenzgeschwindigkeitsmaß
$u_{\text{rms}}^k$	rms-Wert der Geschwindigkeit
$u_{\text{rms,corr}}^k$	korrigierter rms-Wert der Geschwindigkeit
$v$	Volumen der räumlichen Darstellung
$\vec{v}$	Partikelgeschwindigkeitsvektor
$v^C$	Gasphasengeschwindigkeitskomponente senkrecht zur Wand
$v_n$	Betrag der Komponente $\vec{v} \cdot \vec{n}$ eines Partikelgeschwindigkeitsvektors
$v_\alpha$	Diffusionskonstante
$\dot{w}$	Massenquellterm
$x$	Volumenanteil in der kontinuierlichen Phase
$\vec{x}_L$	Positionsvektor des Zellmittelpunktes
$\vec{x}$	Positionsvektor der räumlichen Darstellung
$y$	Wandabstand
$y^+$	entdimensionierter Wandabstand

## Große Griechische Buchstaben

$\Gamma$	Verdunstungskonstante
$\Gamma^C$	Massenänderungsrate der kontinuierlichen Phase
$\Gamma^D$	Massenänderungsrate der dispersen Phase
$\Gamma_l$	Diffusionskoeffizient der Zellgrenze $l$
$\Delta_t^k$	Differenz der Favre- und Reynolds-gemittelten Geschwindigkeiten
$\Pi, \Pi^k$	Produktionsterm

$\Pi_k$	k-tes dimensionsloses Produkt
$\Pi^*$	modifiziertes dimensionsloses Produkt
$\Pi^E$	Energiekopplungsparameter
$\Pi^I$	Impulskopplungsparameter
$\Pi^M$	Massenkopplungsparameter
$\Sigma$	Diffusionsterm
$\Sigma_e$	Energiequelle
$\Phi$	Flußterm
$\Omega$	Ereignisraum

### **Kleine Griechische Buchstaben**

$\alpha_i$	allgemeines Element einer Parameterschar
$\alpha^C$	Volumen der kontinuierlichen Phase pro Gesamtvolumen
$\alpha^D$	Volumen der dispersen Phase pro Gesamtvolumen
$\beta$	Zeitmaßquotient
$\beta$	dimensionslose Oberfläche
$\beta_k$	skalare Koeffizienten einer Reihe
$\gamma$	volumenspezifische Form der Transportgröße G
$\gamma$	Quotient der spezifischen Wärmen $c_p/c_w$
$\gamma$	dimensionsloser Quotient zweier Maße / Tremakonstante
$\gamma$	Oberflächenspannung
$\gamma$	Mischungsfaktor der Diskretisierungsschemata
$\delta_{ij}$	Dirac-Operator, Einheitsmatrix
$\epsilon$	Dissipationsrate der turbulenten kinetischen Energie $k$
$\epsilon_{em}^\alpha$	Emissionskoeffizient
$\epsilon_\alpha$	Durchmischungsterm der Kovarianz
$\epsilon_c^D$	Senkenterm der Turbulenz aufgrund inelastischer Kollisionen
$\epsilon_M^k$	turbulente Dissipationsrate aufgrund viskoser Scherspannungen
$\bar{\epsilon}$	Energiefluß
$\zeta$	volumenspezifische Form einer Transportgröße
$\zeta$	Stokes'scher Zähigkeitsparameter
$\kappa$	Quotient der Volumina der beiden Phasen
$\kappa$	Koeffizient der Prandtl'schen Mischungsweglänge
$\hat{\kappa}$	umkehrbare Transformation
$\lambda$	Volumenzähigkeit
$\lambda$	mittlere frei Weglänge der Moleküle

## Nomenklatur

$\lambda$	dimensionsloser Parameter in Lösungsansatz
$\lambda$	Skalierungsfaktor
$\lambda^*$	modifizierter Skalierungsfaktor
$\lambda^C$	Fourier'scher Wärmeleitkoeffizient der kontinuierlichen Phase
$\lambda^D$	Fourier'scher Wärmeleitkoeffizient der dispersen Phase
$\lambda_l$	zellspezifische Koeffizienten des CDS
$\mu$	allgemeine Form eines Skalars / Tensor 0. Stufe
$\mu$	Maßfunktion
$\mu_k$	k-tes statistisches Moment
$\mu$	Scherzähigkeit, dynamische Viskosität
$\mu^C$	dynamische Viskosität der kontinuierlichen Phase
$\mu_t$	volumenspezifische turbulente Viskosität $\rho\nu_t$
$\nu$	kinematische Viskosität
$\nu_\alpha$	Diffusivität der Geschwindigkeitskovarianz
$\nu_t$	turbulente Viskosität
$\nu_t^C$	turbulente Viskosität der kontinuierlichen Phase
$\nu_t^D$	turbulente Viskosität der dispersen Phase
$\xi$	Stichprobe einer statistisch verteilten Größe
$\xi$	Tropfennummer
$\vec{\xi}$	Lösungsvektor eines linearen Gleichungssystems
$\xi_c$	Elastizitätsparameter
$\xi_r$	Trajektorien-Kreuzungsparameter
$\pi_s$	Entropieproduktion
$\rho$	spezifische Dichte
$\rho^C$	Dichte der kontinuierlichen Phase
$\rho^D$	Dichte der dispersen Phase
$\sigma$	isotropes Skalar
$\sigma$	Standardabweichung einer Normalverteilungsfunktion
$\sigma$	Stefan-Boltzmann-Konstante
$\sigma_e$	Return-Parameter
$\sigma_{ij}$	Cauchy'scher Spannungstensor
$\sigma_k$	turbulente Prandtl-Zahl der turbulenten kinetischen Energie $k$
$\sigma_\epsilon$	turbulente Prandtl-Zahl der Dissipationsrate $\epsilon$
$\tau_{ij}$	Scherspannungstensor
$\tau_{ij}^{k*}$	reduzierter Scherspannungstensor
$\tau_\alpha$	charakteristisches Zeitmaß der Kovarianz

$\tau_{\Gamma}$	Verdunstungszeitmaß
$\tau_c$	Partikel-Kollisionszeitmaß
$\tau_f$	Flußzeitmaß
$\tau_m$	Massenrelaxationszeitmaß
$\tau_p$	Relaxationszeitmaß des Strömungswiderstandes
$\tau_t$	turbulente Schubspannung
$\tau_t^C$	turbulentes Zeitmaß der kontinuierlichen Phase
$\tau_t^D$	turbulentes Zeitmaß der dispersen Phase
$\tau_T$	thermisches Relaxationszeitmaß
$\hat{\phi}$	umkehrbare Transformation
$\phi$	Dissipationsleistung
$\phi$	Transportgröße
$\phi$	relative Luftfeuchtigkeit
$\phi_B$	Exponent der Transferkoeffizienten
$\tilde{\chi}$	umkehrbare Transformation
$\psi^k$	skalärer Quellterm
$\psi_i^k$	Wärmeaustauschrate
$\hat{\psi}$	umkehrbare Transformation
$\omega$	massenspezifisches Volumen

### Altdeutsche Buchstaben / Frakturschrift

$\mathfrak{B}$	materieller Körper
$\mathfrak{E}$	materielles Element

### Mengensymbole

$G$	Symmetriegruppe
$N$	Menge der natürlichen Zahlen
$O$	Gruppe der orthogonalen Transformationen
$R$	Menge der reellen Zahlen
$U$	Gruppe der unimodularen Transformationen

### Index

$C$	Index der kontinuierlichen Phase
$D$	Index der dispersen Phase

## Nomenklatur

### Mittelungsfiler

$\bar{\cdot}$	Reynolds-Mittelung
$\langle \cdot \rangle^k$	mit dem Volumenbruch der Phase $k$ gewichtete Favre-Mittelung

### Dimensionslose Kennzahlen

Kn	Knudsen-Zahl
Le	Lewis-Zahl
Ma <sub>rel</sub>	Mach-Zahl der Relativgeschwindigkeit
Nu	Nusselt-Zahl
Nu <sub>0</sub>	Inertialwert der Nusselt-Zahl
Nu*	modifizierte Nusselt-Zahl
Pe <sub>l</sub>	Peclet-Zahl an der Zellgrenze $l$
Pr	Prandtl-Zahl
Pr <sub>t</sub> <sup>k</sup>	turbulente Prandtl-Zahl
Re <sub>t</sub>	turbulente Reynolds-Zahl
Re <sub>rel</sub>	Reynolds-Zahl der Relativgeschwindigkeit
Sc	Schmidt-Zahl
Sc <sub>t</sub>	turbulente Schmidt-Zahl
Sh	Sherwood-Zahl
Sh <sub>0</sub>	Inertialwert der Sherwood-Zahl
Sh*	modifizierte Sherwood-Zahl
St	Stokes-Zahl
St <sub>m</sub>	Stokes-Zahl der Massenverdunstung
St <sub>p</sub>	Stokes-Zahl des Strömungswiderstandes
St <sub>E</sub>	Stokes-Zahl der thermischen Relaxation
St <sub>T</sub>	Stokes-Zahl des integralen Zeitmaßes

### Bezeichnungen

CDS	Zentral-Differenzen-Schema
DNS	direkte numerische Simulation
FEM	Finite-Elemente-Methoden
FVM	Finite-Volumen-Methoden
LES	Large-Eddy-Simulation
PAC	Partikel-Anisotropie-Koeffizient
PDF	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion
RANS	Reynolds-gemittelte Navier-Stokes-Gleichungen

rms  
RC  
TSP  
UDS

Standardabweichung (root mean squared)  
Rückgabe-Koeffizient  
Turbulenz-Struktur-Parameter  
Upwind-Schema

### **Abkürzungen**

bzw.  
ca.  
exp.  
num.  
O.P.  
z.B.

beziehungsweise  
zirka  
experimentell  
numerisch  
ohne Partikel (unladen)  
zum Beispiel