

Robust and fuzzy techniques for parameter estimation and quality assessment in GPS

Andreas Wieser

Dissertation

Technische Universität Graz

Graz, Juli 2001

Herausgeber der Reihe

F.K. Brunner

Ingenieurgeodäsie und Messsysteme
Technische Universität Graz
Steyrergasse 30, A-8010 Graz
<http://www.cis.tugraz.at/ivm>

Bisher erschienen:

H. Hartinger, Development of a Continuous Deformation Monitoring System using GPS, 2002

Ingenieurgeodäsie - TU Graz

Andreas Wieser

**Robust and fuzzy techniques for parameter
estimation and quality assessment in GPS**

Shaker Verlag
Aachen 2002

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Wieser, Andreas:

Robust and fuzzy techniques for parameter estimation and quality assessment
in GPS / Andreas Wieser.

Aachen : Shaker, 2002

(Ingenieurgeodäsie-TU Graz)

Zugl.: Graz, Techn. Univ., Diss., 2001

ISBN 3-8265-9807-5

Diese Dissertation wurde an der Fakultät für Bauingenieurwesen der Technischen Universität Graz zum Zweck der Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der technischen Wissenschaft eingereicht.

Prüfungskommission:

Referent: Univ.-Prof. Dr. Fritz K. Brunner

Korreferent: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Wolfgang Niemeier

Tag der mündlichen Prüfung: 23. Juli 2001

Copyright Shaker Verlag 2002

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-9807-5

ISSN 1618-6303

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 1290 • D-52013 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Abstract

Since the first satellites of the Global Positioning System were launched in 1978, many novel and exciting applications of GPS have evolved. Frequently, applications to geodesy and engineering require positioning at the centimeter and even at the millimeter level. Today, these accuracies are obtainable because many of the problems which originally limited the positioning and timing accuracy are now well understood and can be adequately solved. However, in engineering applications, obstacles in the vicinity of a GPS antenna may not be avoidable. The resulting signal distortions degrade the quality of the positioning results substantially if they are not properly taken into account.

In this thesis, different approaches to the detection and compensation of signal distortion effects are developed with the goal of fully automatic operation. These approaches rely mainly on robust estimation, and on fuzzy set theory.

Robust estimation is a well established statistical tool which assumes uncorrelated observations in most cases. However, the GPS observations processed in high precision applications are usually correlated. Hence in this thesis, an existing method of robust parameter estimation is extended, in order to handle correlations properly. The developed estimator is now applicable to processing static GPS sessions.

Additionally, a fuzzy variance model is developed that combines signal quality indicators which are provided by the GPS receiver and indicators which are produced during the parameter estimation process. This model bridges the gap between strict statistical measures and intrinsically imprecise, but relevant, quality indicators. The new variance model helps to take signal distortion and random noise properly into account by means of the variance-covariance matrix of the observations. It uses only data of a single epoch, and is therefore applicable to kinematic processing.

In order to verify the success of robust estimation and of the variance model, a quality assessment procedure is developed. It is implemented as a fuzzy controller which combines the results of statistical tests with information about the reliability of the solution. This controller acts as a discriminator between high and low quality epochs.

Data of four experiments is used to investigate the performance of the newly developed processing techniques. The experiments cover different signal distortion situations, e.g., caused by buildings, trees, and steel cables. Using the developed techniques, i.e., the robust estimator, the new variance model, and the quality assessment procedure, it is possible to obtain sub-centimeter accuracy based on 10 to 15 minute long static sessions, even in the presence of signal distortion. Furthermore, the experiments show that also in kinematic processing, the bias induced by signal distortion can effectively be reduced by the new variance model.

Zusammenfassung

Das Globale Positionierungs System GPS hat nicht nur die Navigation revolutioniert, sondern ist auch in der Geodäsie unentbehrlich geworden. GPS erlaubt heute, Positionen mit Zentimeter- und sogar mit Millimetergenauigkeit zu bestimmen, weil die meisten Fehlereinflüsse erforscht wurden und daher in den Auswertemodellen entsprechend berücksichtigt werden können. In Ingenieur Anwendungen sind Objekte, wie Gebäude oder Bäume, in unmittelbarer Umgebung der GPS Antenne oft unvermeidbar. Solche Objekte verursachen jedoch funktional schwer modellierbare Signalverzerrungen, die ihrerseits die Resultate um Zentimeter verfälschen können.

In dieser Dissertation werden unterschiedliche Ansätze zur Detektion und Kompensation von Signalverzerrungseffekten entwickelt. Das Ziel ist die Entwicklung von Algorithmen, die solche Effekte automatisch erkennen und berücksichtigen. Die Ansätze basieren insbesondere auf robuster Schätzung und der *Fuzzy-Set* Theorie.

Robuste Schätzer liefern Resultate, die gegenüber grob fehlerhaften — meist unkorrelierten — Beobachtungen unempfindlich sind. Die doppelt differenzierten GPS Beobachtungen, die häufig für Präzisionsanwendungen eingesetzt

werden, sind jedoch korreliert. In der Dissertation wird ein existierender robuster Schätzer so erweitert, dass er Korrelationen zwischen den Beobachtungen korrekt berücksichtigt. Der so entwickelte Schätzer ist damit insbesondere zur Auswertung statischer GPS Sessions geeignet.

Weiters wird in der Arbeit ein *Fuzzy*-Varianzmodell entwickelt, das die Qualität der Beobachtungen in Form einer Varianz-Kovarianzmatrix beschreibt. Die Eingangsparameter für dieses Modell werden zum Teil direkt vom GPS Empfänger geliefert, und zum Teil im Rahmen einer vorläufigen Parameterschätzung ermittelt. Das Modell vereint streng statistische Größen mit unpräzisen, aber relevanten anderen Qualitätsmerkmalen, zum Beispiel dem Signal-Rausch-Verhältnis. Da das Modell nur Daten einer einzelnen Messepoche benötigt, ist es besonders für kinematische Anwendungen geeignet.

Die Ergebnisse der Parameterschätzung müssen gewissen Kriterien genügen, insbesondere müssen sie genau und zuverlässig sein. In der Dissertation wird ein Ansatz zur Qualitätskontrolle mit Hilfe eines *Fuzzy Controllers* vorgestellt. Dieser Controller verbindet das Ergebnis mehrerer statistischer Tests mit Zuverlässigkeitsindikatoren und leitet daraus ein Maß für die Qualität des Ergebnisses ab.

Daten aus vier Experimenten werden abschließend benutzt, um die Leistungsfähigkeit der entwickelten Verfahren an realistischen Szenarien zu erproben. Die Experimente beinhalten Signalverzerrung durch Gebäude, Bäume und die Schrägkabel einer Brücke. Es wird gezeigt, dass Positionierungsgenauigkeiten im Sub-Zentimeterbereich mit statischen und kinematischen Methoden, selbst unter Einfluss von Signalverzerrungen erreichbar sind, wenn die neuen Techniken — also der robuste Schätzer, das Varianzmodell und der Algorithmus zu Qualitätskontrolle — angewendet werden.

Acknowledgments

Herr Professor Brunner hat mich nicht nur bei der Arbeit an dieser Dissertation begleitet, sondern mich von Anfang an in ein interessantes, abwechslungsreiches und spannendes berufliches Umfeld eingebunden. Der Anstoß zu vielen der Ideen, die in meiner Dissertation verfolgt werden, kam von ihm. In den unzähligen Gesprächen über Modelle, Zeitreihen, Signale, Ausgleichungsrechnung — und “Gott und die Welt” — hat er mir Wissen vermittelt, und die Freude an der Neugier, die das Arbeiten an der Universität so spannend macht. Ich hätte mir keinen besseren “Doktorvater” wünschen können.

Ich möchte mich an dieser Stelle bei Herrn Professor Niemeier herzlich bedanken, der sich bereit erklärt hat, das Korreferat zu übernehmen. Ich hoffe, es gibt Stellen in dieser Dissertation, die ihn für die Zeit entschädigen, die er zur Begutachtung aufwendet.

Auch bei Herrn Professor Kraus möchte ich mich bedanken, obwohl er an der Entstehung dieser Dissertation nicht direkt mitgeholfen hat. Er war einer der ersten, der mich veranlasste, an eine Dissertation zu denken. Und selbst nachdem ich Wien verlassen hatte, wusste ich ihn als “stillen Mentor” im Hintergrund.

Allen meinen Kollegen an der Abteilung gilt ein ganz besonderer Dank. Sie haben sich mir während der letzten Monate nur auf Zehenspitzen genähert, und mich in Bezug auf Lehre und Projekte entlastet, wo sie nur konnten. Helmut, Werner, Angelika, Georg, Rudi, Robert und Sandra: danke! Horst Hartinger danke ich dafür, daß er während unserer gemeinsamen Zeit an der Abteilung, mit Daten und nützlichen Tipps nie geizig war. Ekkehart Grillmayer verdanke ich vieles. Insbesondere gäbe es ohne seine Bemühungen, mich nach Graz zu vermitteln, diese Dissertation vermutlich nicht.

Bei meinen Eltern möchte ich mich für den Weg bedanken, den sie mir ermöglicht haben. Ich wusste sie in allen Schwierigkeiten — außer den fachlichen — hinter mir. Ihr Vertrauen hat mir Selbstvertrauen gegeben.

Irgendwie ergibt es sich, dass meine liebe Frau ganz am Ende dieser langen Liste steht, obwohl ich ihr vielleicht am meisten danken möchte. Resi, ohne dein geduldiges Vertrauen darauf, dass diese Arbeit irgendwann fertig wird, ohne deine Bereitschaft während der vergangenen Monate fast völlig auf mich zu verzichten, ohne dein Einverständnis, viele Pläne erst “nachher” fertig zu schmieden, ohne die ruhige Atmosphäre, die Du mir zu Hause geschaffen hast, hätte ich am Schreiben keine Freude haben können. Schade nur, dass Du in Zukunft keine Vorträge mehr über Dir völlig unverständliche Details meiner Dissertation dulden wirst. . .

A.W.

Contents

<i>Abstract</i>	<i>v</i>
<i>Zusammenfassung</i>	<i>vii</i>
<i>Acknowledgments</i>	<i>ix</i>
<i>Symbols</i>	<i>xvi</i>
<i>Acronyms</i>	<i>xix</i>
<i>1 Introduction</i>	<i>1</i>
<i>1.1 The main objectives</i>	<i>3</i>
<i>1.2 Outline of the thesis</i>	<i>5</i>
<i>2 Parameter estimation</i>	<i>7</i>
<i>2.1 Special Gauss-Markov model of full rank</i>	<i>9</i>
<i>2.2 The least squares method</i>	<i>10</i>
	<i>xi</i>

2.2.1	<i>The formalism of least squares estimation</i>	11
2.2.2	<i>Sequential least squares</i>	14
2.2.3	<i>Misspecification and outliers</i>	19
2.3	<i>Robust estimation</i>	24
2.3.1	<i>Terminology and Criteria</i>	24
2.3.2	<i>The Influence function</i>	25
2.3.3	<i>Definition and realization of robust estimators</i>	31
2.3.4	<i>RLSCO</i>	36
2.3.5	<i>Examples and practical considerations</i>	47
3	<i>Fuzzy control</i>	49
3.1	<i>Introduction</i>	49
3.2	<i>Fuzzy logic and fuzzy set theory</i>	55
3.2.1	<i>Fuzzy sets</i>	55
3.2.2	<i>Membership functions</i>	57
3.2.3	<i>Fuzzy decision making</i>	59
3.2.4	<i>Fuzzy variables</i>	62
3.3	<i>Components of a fuzzy controller</i>	64
3.3.1	<i>Fuzzification</i>	64
3.3.2	<i>Fuzzy inference</i>	65
3.3.3	<i>Defuzzification</i>	71
3.4	<i>An example: reference satellite selection</i>	72
3.4.1	<i>Input variables</i>	73
3.4.2	<i>Output variable</i>	76
3.4.3	<i>Rules</i>	76
3.4.4	<i>Results</i>	77
4	<i>Mathematical model of GPS phase observations</i>	81
4.1	<i>Introduction</i>	81
4.1.1	<i>The observables</i>	82
4.1.2	<i>The processing strategy</i>	82
4.1.3	<i>Outline</i>	84

4.2	<i>The functional model</i>	84
4.2.1	<i>Undifferenced carrier phase observation</i>	84
4.2.2	<i>Single differenced carrier phase observation</i>	87
4.2.3	<i>Double differenced carrier phase observation</i>	89
4.2.4	<i>Linearized DD observation equation</i>	92
4.3	<i>The stochastic model</i>	97
4.3.1	<i>ZD phase observations</i>	98
4.3.2	<i>SD phase observations</i>	99
4.3.3	<i>DD phase observations</i>	100
4.3.4	<i>Multi-epoch multi-frequency model</i>	101
4.4	<i>The selection of the reference satellite</i>	102
4.4.1	<i>Invariance of LS results</i>	104
4.4.2	<i>Invariance of the test statistic for outlier detection</i>	107
5	<i>Variance models for GPS phase observations</i>	109
5.1	<i>The aims of stochastic modeling</i>	111
5.1.1	<i>The dispersion matrix of the observations</i>	111
5.1.2	<i>Implicit estimation of nuisance parameters</i>	111
5.1.3	<i>Robustification by variance inflation</i>	114
5.1.4	<i>Assessing the quality of a stochastic model</i>	115
5.2	<i>Signal quality indicators</i>	118
5.2.1	<i>Elevation</i>	118
5.2.2	<i>Signal-to-noise ratio</i>	118
5.2.3	<i>Difference between measured and expected C/N_0</i>	122
5.2.4	<i>Residuals</i>	125
5.3	<i>Signal distortion scenarios</i>	127
5.3.1	<i>Diffraction</i>	128
5.3.2	<i>Multipath</i>	130
5.4	<i>Common variance models for GPS observations</i>	131
5.4.1	<i>Equal variance</i>	131

5.4.2	<i>Elevation dependent variance</i>	132
5.5	<i>Advanced variance models</i>	134
5.5.1	<i>SIGMA-ϵ</i>	134
5.5.2	<i>SIGMA-Δ</i>	139
5.6	<i>SIGMA-F</i>	143
5.6.1	<i>Concept</i>	143
5.6.2	<i>Implementation</i>	147
5.6.3	<i>Putting it all together</i>	158
5.6.4	<i>Examples</i>	161
6	<i>Quality assessment of the results</i>	165
6.1	<i>Fuzzy system for quality assessment</i>	167
6.1.1	<i>Quality specifications</i>	168
6.1.2	<i>Input parameters</i>	169
6.1.3	<i>Output parameter</i>	178
6.1.4	<i>Rules</i>	179
6.2	<i>Applications of FSQA</i>	181
6.2.1	<i>Single epoch case</i>	181
6.2.2	<i>Session case</i>	182
6.3	<i>Suggested use of FSQA</i>	186
7	<i>Experiments and Results</i>	188
7.1	<i>Processing scheme</i>	189
7.1.1	<i>Software</i>	189
7.1.2	<i>Time series</i>	191
7.2	<i>Experiment 1: Signal distortion</i>	192
7.2.1	<i>Day 1: No obstacle</i>	194
7.2.2	<i>Day 2: With obstacle</i>	198
7.3	<i>Experiment 2: Building</i>	212
7.3.1	<i>Static sessions</i>	214
7.3.2	<i>Kinematic session</i>	217
7.4	<i>Experiment 3: Trees</i>	221
7.4.1	<i>Kinematic session</i>	223

7.4.2	<i>Static sessions</i>	225
7.5	<i>Experiment 4: Bridge</i>	228
7.5.1	<i>Kinematic session</i>	231
7.5.2	<i>Static sessions</i>	233
8	<i>Conclusion</i>	237
	<i>References</i>	241
	<i>Curriculum vitae</i>	253

Symbols

Quantities

x	The scalar quantity x
$\boldsymbol{x}$	The vector $\boldsymbol{x}$
$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \dots$	The matrices $\boldsymbol{A}, \boldsymbol{B}, \dots$
$\mathbb{A}$	The set $\mathbb{A}$
$[a, b]$	The closed interval a – b
$\tilde{\mathbb{A}}$	The fuzzy set $\tilde{\mathbb{A}}$

General purpose operators

$\dots \forall \dots$	$\dots$ for all $\dots$
$\bullet := \circ$	$\bullet$ is defined as $\circ$
$\exists \bullet : \circ$	There exists a $\bullet$ for which $\circ$ is true
$\nexists \bullet : \circ$	There exists no $\bullet$ for which $\circ$ is true

Special matrices, and matrix operators

I_n	Identity matrix of dimension $n \times n$
$\mathbf{0}_n$	Zero vector of length n
$\mathbf{0}_{m,n}$	Zero matrix of dimension $m \times n$
$\mathbf{1}_n$	n -vector with all entries equal to 1
$\mathbf{1}_{m,n}$	$m \times n$ matrix with all entries equal to 1
x_i	i -th element of vector $\mathbf{x}$
$A(i, j)$	Element of matrix A in row i and column j
$\dim A = m \times n$	Size of matrix A : m rows, n columns
$\text{tr } A$	Trace of matrix A
$\text{rk } A$	Rank of matrix A
$\mathcal{R}(A)$	Subspace of $\mathbb{R}^n$ spanned by the columns of the $[n \times u]$ matrix A
$\ \bullet\ $	Length of vector $\bullet$
$C = A \cdot B$	Caley-product of matrices A and B : $\dim A = m \times n, \dim B = n \times o$ $\Rightarrow \dim C = m \times o, C(i, j) := \sum_{k=1}^n A(i, k)B(k, j)$
$C = A \star B$	Hadamard-product of matrices A and B : $\dim A = \dim B = m \times n \Rightarrow \dim C = m \times n,$ $C(i, j) := A(i, j)B(i, j)$
$C = A \otimes B$	Kronecker-Zehfuß-product of matrices A and B : $\dim A = m \times n, \dim B = o \times p$ $\Rightarrow \dim C = mo \times np, C := [A(i, j)B]$

A^{-1} Caley-inverse of regular square matrix A ; $\dim A = n \times n$,
 $\text{rk } A = n \Rightarrow A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I$

Stochastics

$x, y, \dots$ Random numbers (latin letters)
 $\xi, \eta, \dots$ Non-random numbers (greek letters)
 $P(\bullet)$ The probability of event $\bullet$
 $E\{\bullet\}$ Expectation of $\bullet$, i.e., first moment of corresponding distribution
 $D\{\bullet\}$ Dispersion of $\bullet$, i.e., second central moment of corresponding distribution
 $x \sim \bullet(\circ, \star)$ x has a $\bullet$ -distribution with $E\{x\} = \circ$ and $D\{x\} = \star$
 $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ x is normally distributed with mean μ and variance σ^2
 $\mathbf{x} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \sigma^2 \mathbf{V})$ $\mathbf{x}$ has a multivariate normal distribution with mean vector $\boldsymbol{\mu}$ and variance-covariance matrix $\sigma^2 \mathbf{V}$
 $\hat{\xi}$ Estimate of ξ (fixed quantities are “estimated”)
 $\tilde{x}$ Prediction of x (random quantities are “predicted”)

Sets, fuzzy sets, and fuzzy logic

$a \in \mathbb{A}$ a is an element of $\mathbb{A}$
 $\mathbb{A} = \{\bullet | \circ\}$ $\mathbb{A}$ is the set of all elements $\bullet$, for which $\circ$ is true
 $\mathbb{A} \subseteq \mathbb{B}$ $\mathbb{A}$ is a subset of, or equal to $\mathbb{B}$
 X' A certain value of a fuzzy variable X
 $\mu_{\tilde{\mathbb{A}}}$ Membership function of the fuzzy set $\tilde{\mathbb{A}}$
 $\mu_{\tilde{\mathbb{A}}}(X')$ Degree of membership of a certain value X' to fuzzy set $\tilde{\mathbb{A}}$
Variable Name of a fuzzy variable
TERM Name of a fuzzy qualifier or a fuzzy number

Acronyms

AIUB	Astronomical Insitute, University of Bern, Switzerland
BERNESE	Bernese GPS postprocessing software, version 4.0 (AIUB)
CODE	Centre for orbit determination in Europe (at AIUB)
DD	double difference (phase) observation
DDR	DD residuals
DOP	dilution of precision—if not further specified, the DOP is computed as square root of the trace of the variance-covariance matrix of the estimated parameters
FSQA	Fuzzy system for quality assessment
GPS	Global Positioning System
GMM	Gauss-Markov model
IGS	International GPS Service
ITRF	International terrestrial reference frame

IVM	Ingenieurvermessung und Messtechnik (Engineering Surveying and Metrology), Graz University of Technology
LS	least squares
MADM	multi attribute decision making
PRN	GPS satellite number corresponding to its pseudo-random noise code
QR	quality rating
RINEX	receiver independent exchange format
RLS	reweighted least squares
RLSCO	reweighted least squares for correlated observations
RTK	real time kinematic (GPS)
std	standard deviation
SD	single difference (phase) observation
UoD	universe of discourse
VCM	variance-covariance matrix
w.r.t.	with respect to
ZD	zero difference (phase) observation, i.e., undifferenced observation