

**Numerische Berechnung abgestrahlter Schallfelder
mittels der Infinite Elemente Methode**

Vom Fachbereich Maschinenbau
an der Technischen Universität Darmstadt
zur Erlangung des Grades eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte

D i s s e r t a t i o n

vorgelegt von
Dipl.-Ing. **Alexander Landfester**
aus Bochum

Berichterstatter: Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. F. G. Kollmann
Mitberichterstatter: Dr.-Ing. habil. F. Ihlenburg
Tag der Einreichung: 21.05.2001
Tag der mündlichen Prüfung: 11.07.2001

Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und
Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt

Band 1/2001

Alexander Landfester

**Numerische Berechnung abgestrahlter Schallfelder
mittels der Infinite Elemente Methode**

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag
Aachen 2001

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Landfester, Alexander:

Numerische Berechnung abgestrahlter Schallfelder mittels der Infinite Elemente Methode / Alexander Landfester.

Aachen : Shaker, 2001

(Publikationsreihe des Fachgebiets Maschinenelemente und Maschinenakustik der Technischen Universität Darmstadt ; Bd. 2001, 1)

Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2001

ISBN 3-8265-9313-8

Copyright Shaker Verlag 2001

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-9313-8

ISSN 1435-4292

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

φύσις κρύπτεσθαι φιλεῖ.

Das wahre Wesen der Dinge pflegt sich zu verbergen.

HERAKLIT

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Fachgebiet Maschinenelemente und Maschinenakustik (seit 2000 Mechatronik und Maschinenakustik) an der Technischen Universität Darmstadt.

Dem emeritierten Leiter des Fachgebietes, Herrn Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. F. G. Kollmann, danke ich herzlich für das mir entgegengebrachte Vertrauen, die Anregung zur Arbeit mit Unendlichen Elementen, die Übernahme der Betreuung und die Unterstützung auch über seine Zeit am Fachgebiet hinaus.

Herrn Dr. habil. F. Ihlenburg danke ich sehr für das Interesse an der Arbeit und die freundliche Übernahme des Korreferates.

Dem jetzigen Leiter des Fachgebietes Mechatronik und Maschinenakustik Herrn Prof. Dr.-Ing. R. Nordmann bin ich sehr verbunden für die Unterstützung und den mir gewährten Freiraum.

Mein großer Dank gilt auch Herrn Dr. D. S. Burnett, auf dessen Initiative hin ich einen dreimonatigen Aufenthalt am NATO SACLANT Undersea Research Center in La Spezia, Italien verbringen konnte. Sein Enthusiasmus und seine große Erfahrung auf dem Gebiet der Unendlichen Elemente waren für mich eindrucksvoll und lehrreich zugleich. Aus unzähligen Diskussionen habe ich viel für diese Arbeit mitgenommen. Herrn R. L. Holford danke ich sehr für die unkomplizierte Hilfe in Fragen der ellipsoidalen Koordinaten.

Der Dank gilt auch allen ehemaligen und jetzigen Kollegen für die gute Zusammenarbeit und das hervorragende Arbeitsklima am Fachgebiet. Den Herren Dr.-Ing. F. Hibinger und Dr.-Ing. P. Meudt danke ich für die Einarbeitung in Software und Messtechnik. Herrn Dr.-Ing. D. Giljohann danke ich sehr für die Hilfen und Ratschläge zur Arbeit sowie für die gute Zusammenarbeit bei gemeinsamen Forschungsarbeiten. Meinem Büronachbarn Herrn Dr.-Ing. A. Zopp danke ich für die stete Diskussionsbereitschaft und die freundschaftliche Unterstützung. Für die geduldigen Antworten bei Fortran- und Latex-Fragen danke ich Herrn Dipl.-Ing. J. Boes, der, wie auch Herr Dipl.-Ing. M. Stein, immer ein freundlicher und kompetenter Helfer war. Großer Dank geht auch an Herrn T. Kremer, der sehr zuverlässig zahlreiche Programmierarbeiten erledigt und Berechnungen durchgeführt hat.

Weiterhin danke ich Herrn Dr.-Ing. R. Storm für die große Hilfsbereitschaft und Unterstützung. Den Herren Dipl.-Ing. K. Matthey und L. Hinkel danke ich für die Arbeiten an der Messtechnik.

Für das Korrekturlesen des Manuskriptes bin ich den Herren Dipl.-Ing. J. Boes, Dipl.-Ing. M. Stein und Dr.-Ing. A. Zopp sehr zu Dank verpflichtet.

Die Arbeiten wurden finanziell unterstützt vom Forschungskuratorium Maschinenbau e.V., Frankfurt/Main, wofür ich mich bedanke. Dem Obmann des Arbeitskreises Motorschall, Herrn Dr.-Ing. P. Reipert, danke ich für die Unterstützung.

Mein ganz besonderer Dank gilt meinen Eltern, die die Basis für alles gelegt haben und mich, wie auch meine Schwiegermutter, sehr unterstützt haben. Meiner lieben Frau Marion danke ich von ganzem Herzen für die Geduld, die Aufmunterungen und die stete kritische Gesprächsbereitschaft sowie für das Korrekturlesen der Arbeit.

Darmstadt, im Mai 2001

Alexander Landfester

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen und Symbole	V
1 Einleitung	1
2 Stand der Forschung	3
3 Die Finite und Infinite Elemente Formulierung der Helmholtzgleichung	7
3.1 Das äußere Abstrahlproblem	7
3.2 Die schwache Form der Helmholtzgleichung	9
3.3 Finite Elemente Formulierung	10
3.4 Infinite Elemente Formulierung	12
4 Infinite Elemente	15
4.1 Ellipsoidale Koordinaten	16
4.2 Unkonjugierte Infinite Elemente	20
4.2.1 Allgemeine Formulierung	20
4.2.2 Formfunktionen	22
4.2.3 Numerische Umsetzung	23
4.3 Konjugierte Infinite Elemente	26
4.3.1 Allgemeine Formulierung	26
4.3.2 Formfunktionen	29
4.3.3 Numerische Umsetzung	30
4.4 Gegenüberstellung der Elementformulierungen	32
5 Vergleich der Formulierungen an Strahlern mit bekannten Lösungen	35
5.1 Das IEM-Programm SINFAS	36
5.2 Kugelstrahler nullter Ordnung	38
5.2.1 Auflösung der Wellen	40
5.2.2 Einfluss der Geometrie des Ellipsoiden	42
5.3 Kugelstrahler erster Ordnung	50
5.4 Zylinderstrahler	53
5.4.1 Fehlerverhalten	55
5.4.2 Fehlerverteilung auf Rand Γ	58
5.5 Rechteckplatte	62
5.5.1 Abstrahlgrad nach Maidanik	62
5.5.2 Abstrahlgrad nach Atalla und Nicolas	64
5.5.3 Ergebnisse	65
5.6 Bewertung der Elementtypen	68
5.7 Praktische Hinweise zum Einsatz der IEM	70

6	Vergleich von Simulation und Messung der Schallabstrahlung eines Zylinderkopfdeckels	73
6.1	Durchführung der Messungen	73
6.1.1	Körperschallmessungen	73
6.1.2	Schallintensitätsmessungen	74
6.2	Vergleich von Simulation und Messung	77
6.3	Rechenzeit- und Speicherplatzbedarf	81
7	Zusammenfassung	85
Anhang A	Ellipsoidale Koordinaten	87
	Herleitung	87
	Invertierung der ellipsoidalen Transformationsgleichungen	88
Anhang B	Transformation der Integrale	91
	Der metrische Tensor	91
	Jacobideterminanten	92
Anhang C	Berechnung der Integrale der unkonjugierten Elemente	93
	Literaturverzeichnis	99

Formelzeichen und Symbole

Hier nicht aufgeführte Zeichen treten nur einmal auf und sind an der entsprechenden Stelle erklärt. Konjugiert komplexe Größen sind im Text durch ein hochgestelltes Sternchen (*) markiert. Im gesamten Text werden ausschließlich Effektivwerte betrachtet, so dass eine gesonderte Kennzeichnung von Amplituden- oder Effektivwerten entfallen kann. Das Zeichen ($\bar{}$) über einer Größe bezeichnet den Randwert dieser Größe.

Kleinbuchstaben	Bedeutung	Einheit
a	akustisch maßgebliche Länge eines Strahlers (z.B. Kugelradius)	m
a_i	Achsen des Ellipsoiden	m
a_ν	radialer geometrischer Parameter von Basis-knoten ν	m
c	Schallgeschwindigkeit im Gas	m s^{-1}
e	relativer Fehler	
f	Frequenz	s^{-1}
f_i	Brennpunkte des Ellipsoiden	m
h	Netzgröße	m
$h_{\mu\nu'}$	radiale Koeffizienten	
i	imaginäre Einheit	
k	Kreiswellenzahl	m^{-1}
m	radiale Ordnung der Infiniten Elemente	
\mathbf{n}	Normalenvektor	
p	Schalldruck	N/m^2
r	radiale ellipsoidale Koordinate	m
r_1	Radius von Rand Γ	m
r_a	Radius von Rand Γ_a	m
r_m	Radius des äußersten Ellipsoiden im Infiniten Element	m
t	Zeit	s
\mathbf{v}	Schallschnellevektor	m s^{-1}
v_n	normale Schnelle	m s^{-1}
w	Testfunktion	
\mathbf{x}	Ortsvektor	m
x_i	Komponente i des Ortsvektors in globalen kartesischen Koordinaten	m

Großbuchstaben	Bedeutung	Einheit
A	Systemmatrix	
$A_{\nu\nu}^{(i)}$	winkelabhängige Integrale	
D	geometrischer Faktor	
D	Dämpfungsmatrix	
F	Kraftvektor	N
H^1	Hilberträume	
I	Schallintensitätsvektor	W m^{-2}
I	Einheitsmatrix	
I_i	radiale Interpolationsfunktion am Knoten i	
I_β, J_β	radiale Integrale	
J	Jacobideterminante	
J	Jacobimatrix	
J_S	ellipsoidale Flächen-Jacobideterminante	m^2
J_V	ellipsoidale Volumen-Jacobideterminante	m^2
K	Steifigkeitsmatrix	
L_μ^m	Langrangesches Polynom der Ordnung m bei Knotenlage μ	
M	Massenmatrix	
M_ν^a	winkelabhängige Abbildungsfunktion am Basisknoten ν	
M_1^r, M_2^r	radiale Abbildungsfunktionen	
N_i	Formfunktion am Knoten i	
N_μ^r	radiale Formfunktion bei Knotenlage μ	
N_ν^a	winkelabhängige Formfunktion am Basisknoten ν	
P	Schalleistung	W
P_i	Formfunktion am Knoten i	
Q	Gebiet des akustischen Strahlers	
R	radiale Kugelkoordinate	m
$R_{\mu\mu}^{(i)}$	radiale Integrale	
S	Fläche	m^2
S_e	Grundfläche eines Infiniten Elementes	m^2
\mathcal{U}, \mathcal{V}	Funktionsräume	
V	Volumen	m^3
W	Vektor der Testfunktionen w	

Zeichen	Bedeutung	Einheit
α, β	Hilfswinkel zur Koordinatentransformation	
β	Phasenfunktion	
δ_{ij}	Kronecker-Symbol	
Δ	Laplace-Operator	
θ	ellipsoidale Winkelkoordinate	
Γ	Rand zwischen den Gebieten Ω_i und Ω_a	
Γ_a	äußerer Rand des Gebietes Ω_a	
Γ_i	äußerer Rand des Strahlers Q	
Γ_p	Teilrand mit Dirichlet-Randbedingungen	
Γ_v	Teilrand mit Neumann-Randbedingungen	
λ	Wellenlänge	m
λ, μ, ν	Wurzeln der Gleichung des Ellipsoiden	m^2
μ, μ'	Indizes der radialen Knotenlagen	
ν, ν'	Indizes der Basisknoten	
ξ	lokaler Ortsvektor	
ξ_i	Komponente i des Ortsvektors in lokalen Koordinaten	
ρ	Gasdichte	$kg\ m^{-3}$
σ	Abstrahlgrad	
ϕ	ellipsoidale Winkelkoordinate	
Φ	Geschwindigkeitspotential	$m^2\ s^{-1}$
Φ	Vektor der Potentiale Φ	$m^2\ s^{-1}$
Φ_0	Bezugspotential	$m^2\ s^{-1}$
Ω	unbegrenzttes äußeres Gebiet	
Ω_a	Gebiet der IE-Diskretisierung	
Ω_i	Gebiet der FE-Diskretisierung	
ω	Erregerkreisfrequenz	s^{-1}
∇	Nabla-Operator	

Pegel

Abstrahlmaß	L_σ	$=$	$10 \log \frac{\sigma}{\sigma_0}$	dB
Flächenmaß	L_S	$=$	$10 \log \frac{S}{S_0}$	dB
Körperschallmaß	L_{Sh^2}	$=$	$10 \log \frac{Sh^2}{S_0 h_0^2}$	dB
Schallintensitätspegel	L_I	$=$	$10 \log \frac{I}{I_0}$	dB
Schallleistungspegel	L_P	$=$	$10 \log \frac{P}{P_0}$	dB
Schalldruckpegel	L_p	$=$	$20 \log \frac{p}{p_0}$	dB

Bezugswerte

Abstrahlgrad	σ_0	$=$	1
Fläche	S_0	$=$	1 m^2
Körperschallmaß	$S_0 h_0^2$	$=$	$2,5 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2 (\text{Ns})^{-2}$
Intensität	I_0	$=$	$1 \cdot 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$
Leistung	P_0	$=$	$1 \cdot 10^{-12} \text{ W}$
Druck	p_0	$=$	$2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$

Abkürzungen

BEM	Boundary Elemente Methode
DtN	Dirichlet-to-Neumann
FEM	Finite Elemente Methode
IEM	Infinite Elemente Methode
NRBC	Non-Reflecting Boundary Conditions
SI	Schallintensität