

# **Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie**

Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen  
der Technischen Universität München  
zur Verleihung der Lehrbefähigung  
für das Fachgebiet  
"Astronomische und Physikalische Geodäsie"  
genehmigte Habilitationsschrift

vorgelegt von

Dr.-Ing. Michael Schmidt

Prüfungskommission:

Hauptberichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. R. Rummel

Mitberichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. mult. K.R. Koch  
Hon.-Prof. Dr.-Ing. H. Drewes

Tag des Habilitationskolloquiums: 19.1.2000

Geodäsie

Band 9

**Michael Schmidt**

**Grundprinzipien der Wavelet-Analyse  
und Anwendungen in der Geodäsie**

Shaker Verlag  
Aachen 2001

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Schmidt, Michael:*

Grundprinzipien der Wavelet-Analyse und Anwendungen in der Geodäsie/  
Michael Schmidt.

Aachen : Shaker, 2001

(Geodäsie ; Bd. 9)

Zugl.: München, Techn. Univ., Habil.-Schr., 2000

ISBN 3-8265-8872-X

Copyright Shaker Verlag 2001

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen  
oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungs-  
anlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-8872-X

ISSN 1438-4566

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Vorwort

Die vorliegende Habilitationsschrift entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Deutschen Geodätischen Forschungsinstitut (DGFI) in München.

Mein herzlicher Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Reiner Rummel, Ordinarius am Institut für Astronomische und Physikalische Geodäsie der Technischen Universität München. Ich danke ihm nicht nur für die Übernahme des Hauptreferats, sondern auch für seine zahlreichen Anregungen und die fruchtbaren Diskussionen.

Mein besonderer Dank gebührt Herrn Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. mult. Karl-Rudolf Koch (em.), bis zum 31.7.2000 Direktor des Instituts für Theoretische Geodäsie der Universität Bonn. Ich danke ihm herzlich für die Übernahme des ersten Korreferats und vor allem für die Anregung zu dieser Arbeit und die immer währende Unterstützung.

Ferner bedanke ich mich bei Herrn Hon.-Prof. Dr.-Ing. Hermann Drewes, Direktor des DGFI, für die Übernahme des zweiten Korreferats. Besonders möchte ich mich bei ihm auch dafür bedanken, dass er es ermöglichte die Erstellung dieser Arbeit mit der Projektarbeit am DGFI zu verbinden.

Weiterhin möchte ich mich bei allen derzeitigen und ehemaligen Kollegen am DGFI für ihre stets hilfreiche Unterstützung sowie bei allen anderen Menschen, die in irgendeiner Weise zur Erstellung dieser Arbeit beigetragen haben, ganz herzlich bedanken.

München, im April 2001

Michael Schmidt



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Allgemeine Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Eindimensionale Signale	9
2.2	Mehrdimensionale Signale	24
2.3	Zweidimensionale sphärische Signale	29
2.4	Methoden der Parameterschätzung	35
<b>3</b>	<b>Eindimensionale Wavelet-Analyse</b>	<b>43</b>
3.1	Fourier-Transformation und Fourier-Reihe	45
3.2	Fenster-Fourier-Transformation	58
3.3	Kontinuierliche Wavelet-Transformation	68
3.4	Diskrete Wavelet-Transformation und Wavelet-Reihe	98
3.5	Multi-Skalen-Analyse	109
3.5.1	Definition	109
3.5.2	Zweiskalengleichungen	114
3.5.3	Skalierungsfunktion	117
3.5.4	Wavelet-Funktion	124
3.5.5	Signalzerlegung und Signalrekonstruktion	126
3.6	Konstruktion orthogonaler Wavelet-Funktionen	133
3.7	Approximation und Filterung	143

<b>4</b>	<b>Mehrdimensionale Wavelet-Analyse</b>	171
4.1	Fourier-Transformation und Fourier-Reihe	173
4.2	Kontinuierliche Wavelet-Transformation	178
4.3	Diskrete Wavelet-Transformation und Wavelet-Reihe	197
4.4	Multi-Skalen-Analyse	202
4.4.1	Definition	202
4.4.2	Zweiskalengleichungen	207
4.4.3	Tensorielle Wavelet-Funktionen	209
4.4.4	Signalzerlegung und Signalrekonstruktion	214
<b>5</b>	<b>Sphärische Wavelet-Analyse</b>	225
5.1	Legendre-Transformation und Singuläre Integrale	227
5.2	Sphärische Fourier-Transformation	234
5.3	Sphärische Gabor-Transformation	249
5.4	Sphärische Wavelet-Transformation	255
5.5	Skalendiskrete sphärische Wavelet-Transformation	264
5.6	Sphärische Multi-Skalen-Analyse	269
5.6.1	Skalierungsfunktion	269
5.6.2	Definition	274
5.6.3	Zweiskalengleichungen	276
5.6.4	Signalдарstellung	280
<b>6</b>	<b>Diskussion und Ausblick</b>	303
	<b>Literaturverzeichnis</b>	307