

# **Tracking Controller Design for Nonlinear Dynamics using Differential Parameterizations**

Der Technischen Fakultät der  
Universität Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Karl Felix Anritter

Erlangen 2007

Als Dissertation genehmigt von  
der Technischen Fakultät der  
Universität Erlangen-Nürnberg

Tag der Einreichung: 26. 01. 2007

Tag der Promotion: 24. 04. 2007

Dekan: Prof. Dr.-Ing. A. Leipertz

Berichterstatter: Prof. Dr.-Ing. G. Roppenecker

Prof. Dr. M. Fliess

# **Folgerereglerentwurf für nichtlineare Dynamiken mittels differentieller Parametrierungen**

Der Technischen Fakultät der  
Universität Erlangen-Nürnberg

zur Erlangung des Grades

DOKTOR-INGENIEUR

vorgelegt von

Karl Felix Anritter

Erlangen 2007



Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik

**Felix Anritter**

**Tracking Controller Design for Nonlinear Dynamics  
using Differential Parameterizations**

D 29 (Diss. Universität Erlangen-Nürnberg)

Shaker Verlag  
Aachen 2007

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Erlangen-Nürnberg, Univ., Diss., 2007

Copyright Shaker Verlag 2007

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-6301-0

ISSN 0945-1005

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • e-mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Diese Arbeit entstand während meiner Arbeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Regelungstechnik der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg. Ich möchte mich an dieser Stelle bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Günter Roppenecker dafür bedanken, daß er mir diese Möglichkeit gewährt hat. Besonderer Dank gilt auch Prof. Dr. Michel Fliess für die Übernahme des Korreferats. Weiterhin bedanken möchte ich mich bei Herrn Dr.-Ing. Joachim Deutscher in dessen Arbeitsgruppe Nichtlineare Systeme diese Arbeit entstanden ist.

Ich freue mich außerdem, daß Herr Prof. Dr.-Ing. Thomas Moor als Vorsitzender und Herr Prof. Dr. Günter Leugering als fachfremdes Mitglied des Prüfungskollegiums an meinem Promotionsverfahren mitgewirkt haben.

Danken möchte ich auch Dr.-Ing. Klaus Schmidt für die sorgfältige Durchsicht des Manuskripts. Ich danke weiterhin allen Kollegen am Lehrstuhl und allen Studenten für die gute Zusammenarbeit.

Ottobrunn, im Mai 2007

Felix Antritter





# Table of Contents

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>XV</b>
<b>2</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>XIX</b>
<b>3</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
3.1	Contribution of this Dissertation . . . . .	1
3.2	Dissertation Overview . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Systems in the Context of Infinite Dimensional Manifolds</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Flat Systems</b>	<b>12</b>
5.1	Feedforward Controller Design for a Flat Output . . . . .	16
5.2	Feedforward Controller Design for a Non-Flat Output using a Flat Output . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Exact Input-Output Linearization</b>	<b>22</b>
6.1	Internal Dynamics . . . . .	24
6.2	Feedforward Controller Design using Input-Output Linearization . . . . .	24
<b>7</b>	<b>Conversion of Trajectories for Non-Flat Outputs into Trajectories for Flat Outputs</b>	<b>29</b>
7.1	Vector Relative Degree of Outputs of Flat Dynamics with respect to the Brunovský Coordinates . . . . .	31
7.2	Internal Dynamics of Non-Flat Outputs of Flat Dynamics with respect to the Brunovský Coordinates . . . . .	34
7.3	Vector Relative Degree and Endogenous Feedback . . . . .	40

<b>8</b>	<b>Systems describing Dynamics in Input-Output Normal Form</b>	<b>50</b>
8.1	Equivalence to Systems describing Dynamics in Input-Output Normal Form . . . . .	51
8.2	Differential Parameterization with a Parameterizing Output . . . . .	61
8.3	Fictitious Inputs for the Derivation of a Differential Parameterization with a Parameterizing Output . . . . .	70
8.4	Feedforward Controller Design for a Parameterizing Output . . . . .	73
<b>9</b>	<b>Feedback Tracking Controller Design using Differential Parameterizations</b>	<b>82</b>
9.1	Tracking Control based on Differential Parameterizations with a Flat Output . . . . .	82
9.1.1	Tracking Control using (dynamic) Endogenous Feedback . . . . .	83
9.1.2	Tracking Control using Quasi-Static Feedback . . . . .	86
9.1.3	Tracking Control for a Non-Flat Output based on a Differential Parameterization with a Flat Output . . . . .	90
9.2	Tracking Control using a Differential Parameterization with a Parameterizing Output	92
9.2.1	Tracking Controller Design using (dynamic) Endogenous Feedback . . . . .	93
9.2.2	Tracking Controller Design using Quasi-Static Feedback . . . . .	97
<b>10</b>	<b>Trajectory Tracking using a Differential Parameterization of the Linearized Tracking Error Dynamics</b>	<b>112</b>
10.1	Stabilization of a Nonlinear Dynamics based on a Linearization about the Reference Trajectory . . . . .	113
10.2	Flatness of Linear Time Varying Dynamics . . . . .	116
10.3	Differential Operator Representation of Flat Linear Time Varying Dynamics . . . . .	120
10.4	Flat Feedback for the Stabilization of a Reference Trajectory . . . . .	122
10.5	Output Feedback . . . . .	124
10.5.1	Observability . . . . .	124
10.5.2	Dynamic Output Feedback Based on a Differential Operator Representation	126
10.6	Application to a Laboratory Setup of a Boost-Converter Driven DC Motor . . . . .	141
10.6.1	Dynamic Model of a Boost Converter with Motor Setup . . . . .	141
10.6.2	Feedforward Controller Design . . . . .	143

---

10.6.3	Differential Operator Representation of the Linearized Tracking Error Dynamics . . . . .	145
10.6.4	Dynamic Output Feedback . . . . .	147
10.6.5	Experimental Results . . . . .	149
10.7	Relations with other Flatness Based Tracking Controllers . . . . .	151
10.7.1	Flat Single Input Dynamics . . . . .	151
10.7.2	Tracking Controller Design based on a Differential Parameterization of the Nonlinear Dynamics with a Flat Output . . . . .	152
10.7.3	Linearization about the Reference Trajectory . . . . .	153
10.7.4	Tracking Controller Design based on a Differential Operator Representation	154
10.7.5	Tracking Controller Design based on Exact Feedforward Linearization . . .	155
10.7.6	Comparison of the Resulting Feedback Laws . . . . .	156
10.7.7	A Case Study . . . . .	157
<b>11</b>	<b>Conclusions</b>	<b>163</b>
<b>A</b>	<b>A Decoupling Algorithm</b>	<b>165</b>
<b>B</b>	<b>Nonlinear Tracking Observer</b>	<b>169</b>
	<b>References</b>	<b>171</b>



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung (in deutscher Sprache)</b>	<b>XV</b>
<b>2</b>	<b>Zusammenfassung (in deutscher Sprache)</b>	<b>XIX</b>
<b>3</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
3.1	Beiträge der Arbeit . . . . .	1
3.2	Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>4</b>	<b>Systeme im Kontext unendlich dimensionaler Mannigfaltigkeiten</b>	<b>5</b>
<b>5</b>	<b>Flache Systeme</b>	<b>12</b>
5.1	Steuerungsentwurf für einen flachen Ausgang . . . . .	16
5.2	Steuerungsentwurf für einen nicht-flachen Ausgang unter Verwendung eines flachen Ausgangs . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Exakte Ein-/Ausgangslinearisierung</b>	<b>22</b>
6.1	Interne Dynamik . . . . .	24
6.2	Steuerungsentwurf mittels Ein-/Ausgangslinearisierung . . . . .	24
<b>7</b>	<b>Umrechnung von Trajektorien nicht-flacher Ausgänge in Trajektorien für flache Ausgänge</b>	<b>29</b>
7.1	Vektor Relativer Grad von Ausgängen flacher Dynamiken bezüglich der Brunovský-Koordinaten . . . . .	31
7.2	Interne Dynamik nicht-flacher Ausgänge flacher Dynamiken bezüglich der Brunovský-Koordinaten . . . . .	34

7.3	Vektor Relativer Grad und endogene Rückführungen . . . . .	40
<b>8</b>	<b>Systeme die Dynamiken in Ein-/Ausgangsnormalform beschreiben</b>	<b>50</b>
8.1	Äquivalenz zu Systemen die eine Dynamik in Ein-/Ausgangsnormalform beschreiben . . . . .	51
8.2	Differentielle Parametrierung mit einem parametrierenden Ausgang . . . . .	61
8.3	Fiktive Eingänge zur Bestimmung einer differentiellen Parametrierung mit einem parametrierenden Ausgang . . . . .	70
8.4	Steuerungsentwurf für einen parametrierenden Ausgang . . . . .	73
<b>9</b>	<b>Folgereglerentwurf mittels differentieller Parametrierungen</b>	<b>82</b>
9.1	Folgeregelung mittels einer differentiellen Parametrierung mit einem flachen Ausgang . . . . .	82
9.1.1	Folgeregelung mit (dynamischer) endogener Rückführung . . . . .	83
9.1.2	Folgeregelung mit quasi-statischer Rückführung . . . . .	86
9.1.3	Folgeregelung bezüglich eines nicht-flachen Ausgangs basierend auf einer differentiellen Parametrierung mit einem flachen Ausgang . . . . .	90
9.2	Folgeregelung unter Verwendung einer differentiellen Parametrierung mit einem parametrierenden Ausgang . . . . .	92
9.2.1	Folgereglerentwurf mit (dynamischer) endogener Rückführung . . . . .	93
9.2.2	Folgereglerentwurf mit quasi-statischer Rückführung . . . . .	97
<b>10</b>	<b>Trajektorienfolgeregelung mittels einer differentiellen Parametrierung der linearisierten Folgefehlerdynamik</b>	<b>112</b>
10.1	Stabilisierung nichtlinearer Dynamiken basierend auf einer Linearisierung um die Solltrajektorie . . . . .	113
10.2	Flachheit linearer zeitvarianter Dynamiken . . . . .	116
10.3	Differentialoperatordarstellung flacher linearer zeitvarianter Dynamiken . . . . .	120
10.4	Flache Rückführung zur Stabilisierung einer Solltrajektorie . . . . .	122
10.5	Ausgangsrückführung . . . . .	124
10.5.1	Beobachtbarkeit . . . . .	124

---

10.5.2	Dynamische Ausgangsrückführung basierend auf einer Differentialoperatordarstellung . . . . .	126
10.6	Anwendung auf einen Laboraufbau eines über einen Boost-Konverter angesteuerten Gleichstrommotors . . . . .	141
10.6.1	Dynamisches Modell des Aufbaus aus Boost-Konverter mit Motor . . . . .	141
10.6.2	Steuerungsentwurf . . . . .	143
10.6.3	Differentialoperatordarstellung der linearisierten Folgefehlerdynamik . . . . .	145
10.6.4	Dynamische Ausgangsrückführung . . . . .	147
10.6.5	Versuchsergebnisse . . . . .	149
10.7	Bezug zu anderen flachheitsbasierten Folgegliedern . . . . .	151
10.7.1	Flache Dynamiken mit einem Eingang . . . . .	151
10.7.2	Folgegliedertwurf basierend auf einer differentiellen Parametrierung der nichtlinearen Dynamik mit einem flachen Ausgang . . . . .	152
10.7.3	Linearisierung entlang der Solltrajektorie . . . . .	153
10.7.4	Folgegliedertwurf basierend auf einer Differentialoperatordarstellung . . . . .	154
10.7.5	Folgegliedertwurf basierend auf der Exakten Steuerungslinearisierung . . . . .	155
10.7.6	Vergleich der resultierenden Stellgesetze . . . . .	156
10.7.7	Eine Fallstudie . . . . .	157
<b>11</b>	<b>Abschließende Betrachtungen</b>	<b>163</b>
<b>A</b>	<b>Ein Entkopplungsalgorithmus</b>	<b>165</b>
<b>B</b>	<b>Nichtlinearer Folgebeobachter</b>	<b>169</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>171</b>