Lösung des Dirichletproblems für G-minimale Graphen mit einer Kontinuitäts- und Approximationsmethode

Von der Fakultät für Mathematik, Naturwissenschaften und Informatik
der Brandenburgischen Technischen Universität Cottbus

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom-Mathematikerin

Claudia Szerement, geb. Werner

geboren am 27.01.1982 in Cottbus

Gutachter: Prof. Dr. Friedrich Sauvigny

Gutachter: Prof. Dr. Steffen Fröhlich

Gutachter: Prof. Dr. Ulrich Dierkes

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juni 2011

Berichte aus der Mathematik

Claudia Szerement

Lösung des Dirichletproblems für *G*-minimale Graphen mit einer Kontinuitäts- und Approximationsmethode

Shaker Verlag
Aachen 2012

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Zugl.: Cottbus, BTU, Diss., 2011

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-0758-9
ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Wir betrachten in dieser Arbeit das Dirichletproblem für sogenannte G-minimale Graphen in zwei Dimensionen. Dies sind Immersionen vom Minimalflächentyp, welche sich als Graph über einem ebenen Gebiet darstellen lassen. Mit Hilfe einer Gewichtsmatrix G leiten wir eine quasilineare, elliptische und homogene Differentialgleichung für diese Höhenfunktion her. Dann lösen wir das Dirichletproblem auf konvexen Gebieten Ω ohne Differenzierbarkeitsvoraussetzungen zu stetigen Randdaten mit einer konstruktiven Kontinuitäts- und Approximationsmethode. Dabei leiten wir zunächst eine a priori $C^{1+\alpha}$-Abschätzung der Lösung bis zum Rand her, indem wir uns auf die dichte Problemklasse von strikt konvexen $C^{2+\alpha}$-Gebieten und $C^{2+\alpha}$-Randdaten zurückziehen. Mit einem Satz über die Graphenstabilität und -kompaktheit lösen wir dieses Randwertproblem durch eine nichtlineare Kontinuitätsmethode. Anschließend führen wir gewichtet konforme Parameter in den Graphen ein und betrachten das parametrische Problem auf der Einheitskreisscheibe. Mit einem Approximationsargument und einem parametrischen Kompaktheitssatz lösen wir schließlich das ursprüngliche Dirichletproblem.

Mein herzlicher Dank gilt an dieser Stelle meinem akademischen Lehrer und Betreuer dieser Arbeit Herrn Prof. Dr. F. Sauvigny für das in mich gesetzte Vertrauen, konstruktive Gespräche und die gesamte wissenschaftliche Ausbildung. Durch seine hervorragenden Vorlesungen und Seminare wurde mein Interesse an der Theorie partieller Differentialgleichungen und der Differentialgeometrie geweckt und geschult. Wertvolle Hinweise und Anregungen verdanke ich ebenso Herrn Prof. Dr. S. Fröhlich, der für mich stets Zeit fand. Erwähnen und danken möchte ich auch Herrn Dr. M. Bergner für fruchtbare Diskussionen im Laufe der letzten Jahre.
Mein ganz persönlicher Dank gilt meiner Familie und meinen Freunden, die mich durch motivierende Worte unterstützt, Freiräume geschaffen und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Inhaltsverzeichnis