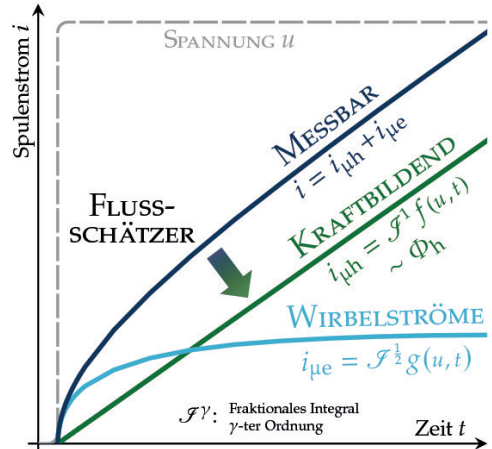
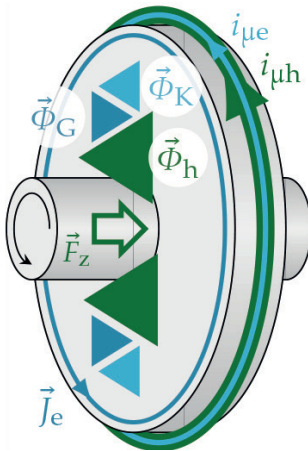


Robert Seifert

## Fraktionale Flussschätzung in aktiven Magnetlagern





**TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN**

# **Fraktionale Flusschätzung in aktiven Magnetlagern**

Dipl.-Ing.

Robert Seifert

von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Technischen Universität Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieur

(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. Dipl.-Math. Klaus Röbenack

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Wilfried Hofmann

Prof. Dr.-Ing. Ralf Werner

Tag der Einreichung: 22.02.2022

Tag der Verteidigung: 28.09.2022



Dresdner Schriftenreihe zu elektrischen Maschinen und  
Antrieben

Band 23

**Robert Seifert**

## **Fraktionale Flussschätzung in aktiven Magnetlagern**

Shaker Verlag  
Düren 2022

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2022

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8824-3

ISSN 1869-8190

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

*Der imaginäre Garten, worin Fragen gesät werden und die Antworten wachsen, ist groß. Es gibt Nutzfragen, wie es Nutzpflanzen gibt, und man erntet nahrhafte Antworten. Es gibt Zierfragen, und die buntblühenden Antworten tun uns wohl. Sie schmücken das Heim, bis sie welken, ungemain. Mehr haben sie nicht im Sinn. Es gibt pompöse Fragen. Tucholsky nannte sie „Proppleme“. Die plustrigen Antworten hierauf nehmen im Garten viel Platz weg. Aber sie sind beliebt und weit verbreitet. Es gibt parasitäre Fragen und Antworten. Sie pflegen sich auf echten, knorrigen und schattigen Antworten anzusiedeln und, von diesen unbeachtet, aus zweiter Hand zu leben. Es gibt ungenießbare und giftige Antworten, die sich von den essbaren kaum unterscheiden. Unkraut, das keiner gesät hat, wuchert zwischen Würzkräutern und grünem Antwortkohl. Manchmal kommen Gärtner mit ihren Scheren und stutzen große, mächtige Antworten, damit sie das liebliche Landschaftsbild nicht stören. Und zuweilen stecken Scherzbolde farbig aufgedonnerte Papierblumen zwischen echte Dahlien und Astern. Da kann es dann geschehen, daß ein kurzsichtiger Botaniker den Spaß nicht merkt, sondern über die vermeintlich neue Blumensorte ein dickes Buch schreibt.*

Erich Kästner  
*Fragen und Antworten*

in: DIE KLEINE FREIHEIT, Atrium-Verlag, Zürich 1952



# Vorwort | Danksagung

## *Von fliegenden Tomaten*

Vor einigen Jahren konnte ich als damals noch unbedarfter Student einen Blick in ein bis dato verschlossenes, geheimnisvolles Labor werfen. Ich wusste nicht, dass dieses Labor des Lehrstuhls von Prof. Dr.-Ing. Wilfried Hofmann einmal meine langjährige Wirkungsstätte werden sollte. Jedenfalls saß dort Falk Bahr und ließ eine Tomate schweben. Dachte ich — bis er mich aufklärte, dass es sich um einen mit roter Eisenfarbe bemalten Ping-Pong-Ball handelt, den sein „Magnetlager“ genannter Apparat schweben lassen konnte. Glücklicherweise bot Prof. Hofmann die passende Vorlesung und Falk eine herausfordernde Diplomarbeit zu diesem Thema an, sodass ich mehr über fliegende Tomaten erfahren konnte.

Bereits in meiner Diplomarbeit beschäftigte ich mich daraufhin mit der Dynamik axialer Magnetlager und hatte die Aufgabe die *Eisenkreiszeitkonstante* des Magnetkreises zu bestimmen, mit welcher die Wirbelstromeffekte im Kern beschrieben werden sollten. Schnell stellte sich heraus, dass eine Konstante nicht ausreichend sein konnte, um elektromagnetische Diffusionseffekte zu modellieren und ich stieß auf das Konzept der fraktionalen Infinitesimalrechnung. Gemeint sind damit *halbe Ableitungen*, deren Existenz mein mathematisches Grundverständnis erheblich ins Wanken brachte. So gilt beispielsweise

$$d^{\frac{1}{2}} t^2 / dt^{\frac{1}{2}} = 8t^{\frac{3}{2}} / 3\sqrt{\pi} .$$

Faszinierend. Mein Forschergeist war geweckt und Falk ließ mich gewähren. So bin ich in der Diplomarbeit wohl etwas über das Ziel hinausgeschossen, woraufhin mir Prof. Hofmann die Möglichkeit anbot, unter seiner Betreuung am Lehrstuhl für Elektrische Maschinen und Antriebe der Technischen Universität Dresden zu promovieren und die noch junge Anwendung der fraktionalen Systeme in der Magnetlagertechnik zu studieren.

Allem voran danke ich meinem Doktorvater Prof. Hofmann für die Gelegenheit und die vielen Freiheiten bei der Entwicklung dieses spannenden und innovativen Themas, welches mich bis heute fasziniert und motiviert. Die lehrreichen Fachgespräche und sein kritisches Feedback zu dieser Arbeit und zahlreichen Veröffentlichungen haben die Ergebnisse maßgeblich mitgestaltet und auch meinen eigenen Anspruch vorangetrieben. Ebenso möchte ich Prof. Dr.-Ing. Ralf Werner für seine wertvollen Hinweise und die Übernahme der Zweitbegutachtung dieser Arbeit danken.

Meine Begeisterung für das Thema Magnetlagertechnik habe ich vor allem Falk Bahr zu verdanken, dessen Freundlichkeit und Enthusiasmus vermutlich



jeden von den Vorteilen schwebender Objekte überzeugen könnte. Sei es als Diplom-Betreuer oder Bürokollege, er hatte immer ein offenes Ohr und hat mir den Einstieg in das Feld sehr leicht gemacht. Auch mein Vorgänger Erik Fleischer hat mich noch lange fachlich begleitet und mir beim Lösen vieler anfänglicher Probleme hilfreiche Ratschläge gegeben.

Auch in den folgenden Jahren konnte ich auf eine Vielzahl toller Kollegen bauen, die immer einen guten Rat hatten und die ich hier unmöglich alle aufzählen kann. Besonderer Dank gilt dabei Martin Leubner, ohne dessen Hilfe und praktischem Sachverstand beim Aufbau meines Versuchsstands, der Rotor noch heute in den Fanglagern verrostet würde. Danke Martin, dass du mir selbst nach dem Weggang vom Lehrstuhl noch bei allen Tücken der Mess- und Umrichtertechnik zur Seite standest. Danke auch dir Robin, für die vielen gemeinsamen Stunden im Büro und im Labor und deine ständige Bereitschaft für mich einzuspringen, wenn zu Hause die Luft brannte. Haben wir die Köpfe zusammengesteckt, gab es meist auch eine Lösung, selbst mit Abstand und Maske. Und falls nicht, so waren Tobias und Dr.-Ing. Nicol Hildebrand meine Rettungsanker in allen Fragen zu elektrischen Maschinen, die noch ungeklärt waren. Meinen Dank möchte ich auch Prof. Dr.-Ing. habil. Dipl.-Math. Klaus Röbenack für sein Feedback bei der herausfordernden digitalen Implementierung des fraktionalen Flussschätzers aussprechen.

Ich möchte mich zudem bei all den lieben Menschen außerhalb des Campus bedanken, die mich in allen Höhen und Tiefen der letzten Jahre begleitet haben, beginnend mit meinen Freunden Lars, Stefan, Kristina, Christiane und Sophia, die immer für mich da sind. Sei es über Windeln, Spike-Proteine, Trauriges oder Erfreuliches, Gespräche mit euch sind immer aufbauend und horizontweiternd. Bei unseren vielen Erlebnissen an den schönsten Orten Europas, von Dresden bis Lissabon, konnte ich immer den Alltag vergessen und meinen Akku wieder aufladen. Ohne meine Eltern und meiner Schwester Wiebke mit ihrer bedingungslosen Unterstützung wäre ich auch ziemlich aufgeschmissen. Danke, dass ihr mir immer den Rücken frei gehalten habt und eure Türen immer offen standen, für meine Sorgen, meinen knurrenden Magen oder eure Enkel und Neffen, die von Zeit zu Zeit etwas Landluft brauchen.

Ich widme diese Arbeit meiner eigenen kleinen Familie, meinen Söhnen Eric und Mikel und meiner lieben Frau Sofia. Ihr beiden Kleinen fragt euch sicher, was *Papa Uni* ständig vor diesem Bildschirm macht und seid maximale Ablenkung und Motivation zugleich. Danke Sofia für deine Liebe, Geduld und dein Verständnis wenn es mal wieder etwas länger gedauert hat und eine Deadline das familiäre Gleichgewicht in Schiefelage gebracht hat. Das Mantra *es wird bald besser* glaubst du mir schon lange nicht mehr, aber ich werde nicht müde es zu wiederholen, denn mit euch an meiner Seite kann es nur so sein.

# Kurzfassung

Seit jeher sind Wirbelströme ein fester Bestandteil der Leistungsbilanz und Verlustberechnung in zahlreichen elektromagnetischen Energiewandlern. In aktiven Magnetlagern und Aktoren haben sie jedoch häufig einen zusätzlichen Einfluss auf die Kraftdynamik, da die einhergehende Feldverdrängung parasitäre Magnetisierungsströme hervorbringt, welche die meist strombasierten Kraftregler beeinträchtigen. Besonders betroffen sind die in dieser Dissertation beispielhaft betrachteten magnetischen Axiallager mit ihrer dreidimensionalen Flussführung, für welche die sonst übliche und effektive Blechung des Kerns unwirksam wird.

Aus diesen Gründen werden regelungsbasierte Lösungen angestrebt. Bekannte fortschrittliche Topologien nutzen mitunter aufwendige Regler und Beobachter, wobei der direkte physikalische Bezug zu den mechanischen Parametern Steifigkeit und Dämpfung meist verloren geht. Diese Analogie zu mechanischen Lagern ist jedoch essentiell für eine einfache Inbetriebnahme des Magnetlagers, ein Grund, weshalb sich viele alternative Topologien nicht nachhaltig durchsetzen konnten und die dezentrale kaskadierte Lageregelung mit unterlagerter Stromregelung noch immer als weit verbreiteter Industriestandard gilt. Die in Axiallagern eingeschränkte Stabilität, Dynamik und Bandbreite aufgrund der Wirbelstromeffekte wird dabei zu Gunsten der einfacheren Anwendbarkeit toleriert.

Diese Arbeit stellt ein fraktionales Kompensationsglied in Gestalt eines Flusschätzers vor, welches im Rückführzweig der unterlagerten Regelung die Folgen der Wirbelströme dort herausrechnet, wo sie physikalisch wirken. Die resultierende modellbasierte Flussregelung erhält somit sämtliche physikalische Bezüge und die gute Anwendbarkeit, bei gleichzeitig verbesserten Regelungseigenschaften, sodass diesbezüglich keine Kompromisse notwendig sind.

Das zugrundeliegende Modell leitet sich aus der Lösung der Diffusionsgleichung für den massiven Kern ab und stellt zunächst ein transzendentes fraktionales System dar, welches nicht direkt in einer Regelung anwendbar ist. Über Kettenbruchentwicklungen und Frequenzganganalysen ist es jedoch möglich, eine rationale Systembeschreibung zu ermitteln, die in Form einer digitalen Biquad-Filter-Kaskade auch in bestehende Mikroprozessor-Regelungen echtzeitfähig implementierbar ist. Die Arbeit dokumentiert das Vorgehen für eine Vielzahl von Randbedingungen und berücksichtigt verschiedene denkbare Einschränkungen, die in praktischen Anwendungen erwartbar sind.

Der messtechnische Funktionsnachweis zeigt eine nahezu vollständige Kompensation der Wirbelstromeffekte in der unterlagerten Regelung, während sich die Bandbreite der Lageregelung nachweislich mindestens vervierfacht bei einem um bis zu 90 % reduziertem Überschwingen gegenüber dem Industriestandard.



# Abstract

Eddy currents have always been part of loss calculations and power balances in numerous electromagnetic energy converters. In active magnetic bearings and actuators they additionally have a great influence on the force dynamic, as the concomitant magnetic skin effect provokes parasitic magnetizing currents that impair the usually current-based force controllers. Thrust bearings with their three-dimensional flux propagation, which serve as example in this thesis, are especially affected, due to the ineffectiveness of the commonly applied lamination of the iron core.

For these reasons, control-based solutions are desired. Known advanced control topologies employ possibly intrincating controllers and observers, which hardly preserve the direct physical reference to mechanical parameters like stiffness and damping. However, this analogy to mechanical bearings is essential for a simple bearing operation. That is one reason why many alternative topologies could not be established sustainably and the decentralized cascaded position control with subordinated current control is considered as the indisputable industry standard. Its limitation of stability, dynamic and bandwidth, caused by the eddy current effects in thrust bearings, is only tolerated, in favor of a superior applicability.

This thesis introduces a fractional-order compensation element in the form of a flux estimator that compensates the eddy currents effects, where they physically occur, to wit, within the feedback path of the subordinated control. Hence, the resulting flux control maintains all physical references and the simple applicability, but does not compromise on the control characteristic in this regard.

The underlying model is derived from the solution of the diffusing equation that describes the nonlaminated core. It firstly constitutes a transcendental fractional-order system, which cannot be directly applied to a bearing control. However, by the use of continued fraction expansions and frequency analysis, a rational system description is determinable, which can be implemented as biquad filter cascade for real-time application even in existing microprocessor controls. This work documents the procedure for a variety of boundary conditions while considering various possible restrictions, which are to be expected in practical applications.

The experimental proof of concept reveals a nearly complete compensation of the eddy current effects in the subordinated control. The bandwidth of the outer position control is at least quadrupled, while the overshoot can be reduced by up to 90 % compared to the industry standard.



# Inhaltsverzeichnis

<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>xi</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation . . . . .	3
1.2 Forschungsstand zur Modellierung von Wirbelströmen in Aktoren	5
1.3 Struktur der Arbeit . . . . .	7
1.4 Eigene Vorarbeiten und Publikationen . . . . .	9
<b>2 Grundlegende Konzepte und Vorbetrachtungen</b>	<b>11</b>
2.1 Magnetische Krafterzeugung und das Differenzprinzip . . . . .	11
2.2 Wirbelströme und ihr Einfluss auf die Dynamik aktiver Magnetlager	16
2.2.1 Physikalische Betrachtung . . . . .	16
2.2.2 Mathematische Betrachtung . . . . .	18
2.3 Regelung aktiver Magnetlager . . . . .	21
2.3.1 $X-I$ -Regelung . . . . .	23
2.3.2 $X-\Phi_{EST}$ -Regelung . . . . .	26
2.3.3 Vergleich Fluss schätzung und -messung . . . . .	29
2.4 Vergleich von Kernmaterialien . . . . .	32
2.5 Fraktionale Systeme . . . . .	36
2.5.1 Definition im Zeitbereich . . . . .	37
2.5.2 Definition im Bildbereich . . . . .	38
2.5.3 Stabilitätsbetrachtungen . . . . .	38
2.5.4 Anwendungen: Stand der Forschung . . . . .	41
2.5.5 Äquivalenz v. Kettenleitern u. -brüchen und FO-Systemen	42
<b>I Einführungsbeispiel: Massive Ringkernspule</b>	<b>45</b>
<b>3 Analytische Modellierung des Fluss schätzers</b>	<b>47</b>
3.1 Modellierung von Wirbelströmen als effektive Reluktanz . . . . .	47
3.1.1 Transzendente Lösung . . . . .	47
3.1.2 Annäherung als fraktionales System . . . . .	51
3.2 Einfluss von Sättigung und Hysterese . . . . .	55
3.2.1 Statisches Hysterese modell . . . . .	55
3.2.2 Dynamisches Hysterese modell . . . . .	58
3.2.3 Fraktionaler Hysterese-Allpassfilter . . . . .	60

<b>4</b>	<b>Rationale Approximation der transzend. Übertragungsfunktion</b>	<b>63</b>
4.1	Rationale Approximation fraktionaler Systeme . . . . .	64
4.1.1	Kettenbruchentwicklung implizites FO-System (IKBE) . . . . .	65
4.1.2	Explizite Matsuda-Approximation (EMA) . . . . .	66
4.1.3	Implizite Matsuda-Approximation (IMA) . . . . .	68
4.2	Direkte rationale Approximation (DRA) . . . . .	70
4.2.1	Direkte Kettenbruchentwicklung (DKBE) . . . . .	70
4.2.2	Padé-Approximation (PA) . . . . .	73
4.3	Vergleich der Approximationen . . . . .	75
<b>II</b>	<b>Anwendungsbeispiel: 5-achsiges aktives Magnetlager</b>	<b>77</b>
<b>5</b>	<b>Rationale Teilreluktanzen</b>	<b>79</b>
5.1	Axiallager mit massivem Kern . . . . .	79
5.1.1	Radiale Reluktanzen . . . . .	81
5.1.2	Äußere Axiale Reluktanzen . . . . .	83
5.1.3	Innere Axiale Reluktanzen . . . . .	87
5.1.4	Luftspaltreluktanzen . . . . .	89
5.1.5	Eckreluktanzen . . . . .	94
5.2	Radiallager mit geblechtem Kern . . . . .	97
5.3	Zusammenfassung und Einfluss der Approximationsordnungen	102
<b>6</b>	<b>Rationale Gesamtrelektanz</b>	<b>107</b>
6.1	Summe der Teilreluktanzen . . . . .	108
6.2	Analytische Verfahren . . . . .	110
6.2.1	Padé-Approx. der Summe der Teilreluktanzen (PASR) . . . . .	110
6.2.2	Matsuda-Approx. des äquiv. impliziten Systems (MAEIS) . . . . .	112
6.2.3	Vergleich der Verfahren . . . . .	113
6.3	Numerische Verfahren für empirische Daten (LEVY   RVF) . . . . .	116
6.4	Auswahlkriterien . . . . .	121
<b>7</b>	<b>Einfluss von Streu- und Stirnflüssen</b>	<b>123</b>
7.1	Magnetostatischer Fall . . . . .	125
7.2	Dynamischer Fall . . . . .	130
7.3	Analytische Betrachtung . . . . .	136
7.4	Implementierung und Fazit . . . . .	140
<b>8</b>	<b>Magnetlagerregelung mit unterlagerter Flussregelung</b>	<b>147</b>
8.1	Digitaler fraktionaler Flusschätzer . . . . .	147
8.1.1	IIR-Filter . . . . .	149

8.1.2	Stabilität . . . . .	150
8.1.3	Digitale Biquad-Filter-Kaskade . . . . .	153
8.2	Flussregelung auf Basis des Schätzers . . . . .	157
8.2.1	Betragsoptimum und Symmetrisches Optimum . . . . .	158
8.2.2	Strombegrenzung . . . . .	161
8.3	Stromregelung unter dem Einfluss von Wirbelströmen . . . . .	163
8.4	Lageregelung . . . . .	165
<b>9</b>	<b>Experimentelle Untersuchung</b>	<b>169</b>
9.1	Aufbau des Versuchsstands . . . . .	169
9.2	Simulationsmodell . . . . .	175
9.3	Validierung des kontinuierlichen Flussmodells . . . . .	178
9.4	Auswahl einer Variante des digitalen Flusschätzers . . . . .	181
9.5	Definition eines Unsicherheitsbereichs . . . . .	184
9.6	Flussregelung . . . . .	186
9.6.1	Frequenzganganalyse . . . . .	187
9.6.2	Sprungantworten . . . . .	189
9.6.3	Fazit . . . . .	192
9.7	Lageregelung . . . . .	195
9.7.1	Stationärer Schwebezustand . . . . .	196
9.7.2	Führungsverhalten . . . . .	200
9.7.3	Störübertragungsverhalten . . . . .	208
9.7.4	Fazit . . . . .	211
<b>10</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>213</b>
10.1	Zusammenfassung . . . . .	213
10.2	Anwendungspotenzial . . . . .	215
10.3	Ausblick . . . . .	216
	<b>Thesen</b>	<b>219</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>223</b>
	<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>237</b>
	<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>239</b>
	<b>Anhang A Mathematische Beweise und Definitionen</b>	<b>I</b>
	<b>Anhang B Programmiertechnische Implementierungen</b>	<b>III</b>
	<b>Anhang C Konstruktionszeichnungen</b>	<b>V</b>
	<b>Anhang D Parametertabellen</b>	<b>VII</b>