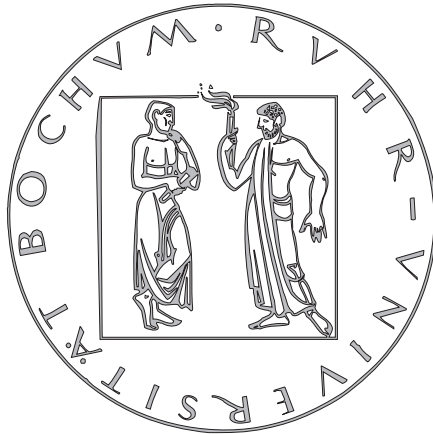


# RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik



**Zum Entwurf digitaler Systeme zur  
asynchronen Abstratenumsetzung**

## DISSERTATION

zur  
Erlangung des Grades eines  
Doktor-Ingenieurs

vorgelegt von  
GENNARO EVANGELISTA  
Roccadaspide (Salerno)  
Bochum, den 25. Oktober 2000

Dissertation eingereicht:

Referent:

Koreferent:

Tag der mündlichen Prüfung:

25. Oktober 2000

Prof. Dr.-Ing. H. G. Göckler

Priv.-Doz. Dr.-Ing. R. Rabenstein

08. Dezember 2000

Schriftenreihe Digitale Signalverarbeitung

Band 1

**Gennaro Evangelista**

**Zum Entwurf digitaler Systeme zur  
asynchronen Abstratenumsetzung**

Shaker Verlag  
Aachen 2001

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Evangelista, Gennaro:*

Zum Entwurf digitaler Systeme zur asynchronen Abstratenumsetzung/  
Gennaro Evangelista.

Aachen : Shaker, 2001

(Schriftenreihe Digitale Signalverarbeitung ; Bd. 1)

Zugl.: Bochum, Univ., Diss., 2000

ISBN 3-8265-8429-5

Copyright Shaker Verlag 2001

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen  
oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungs-  
anlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-8429-5

ISSN 1617-2221

Shaker Verlag GmbH • Postfach 1290 • 52013 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter in der Arbeitsgruppe Digitale Signalverarbeitung am Lehrstuhl für Nachrichtentechnik der Ruhr-Universität Bochum.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Professor H. G. Göckler für die jederzeit vorhandene Gesprächsbereitschaft bzgl. dieser Arbeit und weiterführenden fachlichen aber auch außerfachlichen Themen. Vor allem danke ich ihm für die offene und außergewöhnlich freundschaftlichen Atmosphäre, für die sorgfältige und kritische Durchsicht dieses Manuskripts und für seine zahlreichen Anregungen bzgl. Inhalt und Darstellung.

Für die Übernahme des Korreferats und die äußerst schnelle und gründliche Durchsicht des Manuskripts bedanke ich mich bei Herrn Dr.-Ing. habil. R. Rabenstein.

Herrn Professor H. D. Fischer möchte ich für das gute Arbeitsklima und für die freundschaftliche und faire Unterstützung der Arbeitsgruppe (und damit auch von mir) danken.

Meiner Freundin und Kollegin Frau Dipl.-Ing. Alexandra Groth danke ich besonders für die moralische Unterstützung und die ausgiebigen und anregenden Diskussionen.

Weiterhin bedanke ich mich bei allen aktuellen und ehemaligen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Lehrstuhls, sowie bei den zahlreichen Studien- und Diplomarbeitern, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Schließlich danke ich meinen Eltern, die mich jederzeit unterstützt haben.

Bochum, Dezember 2000

GENNARO EVANGELISTA



# Inhaltsverzeichnis

Notation	v
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Anwendungsgebiete der asynchronen Abtastratenumsetzung . . . . .	2
1.2 Aufgabenstellung . . . . .	3
1.3 Ziele . . . . .	4
1.4 Übersicht . . . . .	5
<b>2 Ein einfaches Modell: Kaskade von DA- und AD-Umsetzung</b>	<b>7</b>
2.1 Mathematische Beschreibung . . . . .	7
2.2 Annahmen für das Referenz- und Eingangssignal . . . . .	8
2.3 Forderungen an asynchrone Abtastratenumsetzer . . . . .	9
2.4 Realisierung mit DA- und AD-Umsetzer . . . . .	13
2.5 Zusammenfassung . . . . .	14
<b>3 Das erweiterte Modell: Digitaler asynchroner Abtastratenumsetzer (DAAU)</b>	<b>15</b>
3.1 Mathematische Beschreibung . . . . .	18
3.2 Spezifikation des DAAU . . . . .	21
3.2.1 Wunschfunktionen von asynchronen Abtastratenumsetzern . . . . .	21
3.2.2 Ermittlung der systembestimmenden Funktion . . . . .	23
3.2.3 Spezifikation des diskreten Filters $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{T})$ . . . . .	25
3.2.4 Spezifikation des Interpolators $h_{\text{Int}}(t)$ . . . . .	27
3.2.5 Bedingungen für eine lineare Phase . . . . .	28
3.3 Kriterien zur Beurteilung der Qualität . . . . .	29
3.3.1 Abschätzung des $L_\infty$ -Fehlers des Gesamtsystems durch die $L_\infty$ -Fehler der Teilsysteme . . . . .	34
3.3.2 Abschätzung des $\text{SNR}_1$ durch die $L_2$ -Fehler der Teilsysteme . . . . .	37
3.4 Algorithmen zur Realisierung des DAAU . . . . .	40
3.4.1 DAAU1: Direkte Gesamt-Realisierung . . . . .	40
3.4.2 DAAU2: Geschlossene Realisierung nach (3.14) . . . . .	42
3.4.3 Zur Realisierung des diskreten Filters $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{T})$ . . . . .	44
3.4.4 Zur Realisierung des Interpolators $h_{\text{Int}}(t)$ . . . . .	45
3.5 Aufwandsabschätzungen . . . . .	48
3.5.1 Aufwand für den DAAU1 . . . . .	50

3.5.2	Aufwand für den DAAU2 . . . . .	50
3.5.3	Aufwandsvergleich . . . . .	51
3.6	Auswirkungen der Abwärtstastung . . . . .	53
3.7	Zusammenfassung . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Entwurf des diskreten Filters <math>h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_L}{L})</math></b>	<b>55</b>
4.1	Minimierung des $L_\infty$ -Fehlers mit dem MPR-Verfahren . . . . .	56
4.2	$L_2$ -Approximation mit spezifiziertem Übergangsbereich (L2SPLINE) . . . . .	58
4.3	$L_2$ -Approximation mit don't-care Bereichen (L2KONT) . . . . .	60
4.4	$L$ -tel Bandfilterentwurf nach OETKEN . . . . .	61
4.5	Diskrete $L_2$ -Approximation (L2DISK) . . . . .	63
4.6	Constrained Least Square (CLS)-Entwurf . . . . .	65
4.7	Zusammenfassung: Entwurfskriterien und -verfahren . . . . .	68
<b>5</b>	<b>Entwurf des kontinuierlichen Interpolators <math>h_{\text{Int}}(t)</math></b>	<b>71</b>
5.1	LAGRANGE-Interpolation . . . . .	71
5.1.1	Mathematische Beschreibung . . . . .	73
5.1.2	Frequenzgang . . . . .	75
5.1.3	Randbehandlung . . . . .	76
5.2	Approximation mit TSCHEBYSCHEFF- und LEGENDRE-Polynomen . . . . .	78
5.3	Interpolation mit Splines . . . . .	79
5.4	Weitere bekannte, zeitbereichsbezogene Approximationsverfahren . . . . .	80
5.5	Approximation mittels Frequenz-Transformationen . . . . .	81
5.6	Zeit- und Frequenzbereichsapproximation mit geschlossen beschriebem Polynom . . . . .	83
5.6.1	Zeitbereichsapproximation mit geschlossen beschriebenem Polynom . . . . .	83
5.6.2	Frequenzbereichs-Approximation mit geschlossen beschriebenem Polynom . . . . .	91
5.7	Frequenzbereichs-Approximation mit abschnittsweise definiertem Polynom . . . . .	92
5.7.1	Bedingungen für lineare Phase . . . . .	93
5.7.2	Amplitudengang . . . . .	94
5.7.3	Strategien zum Entwurf eines optimalen Interpolators . . . . .	95
5.7.4	Einbringen der Interpolationsbedingung . . . . .	96
5.7.5	Entwurf des Interpolators mit der CLS-Approximation: CLS-Interpolator . . . . .	96
5.8	Interpolation mit Fractional Sample Delay (FSD) . . . . .	99
5.9	Zusammenfassung . . . . .	103



<b>6</b>	<b>Verfahren zum Entwurf nichtrekursiver Filter mit quantisierten Koeffizienten</b>	<b>105</b>
6.1	Direkte Quantisierung . . . . .	105
6.2	Suchalgorithmen . . . . .	106
6.3	Iterative Quantisierung . . . . .	107
<b>7</b>	<b>Übersicht und Einordnung bekannter Verfahren zur asynchronen Abstratenumsetzung</b>	<b>111</b>
7.1	Vom DAAU ableitbare Systeme . . . . .	112
7.1.1	Mathematische Approximationsverfahren . . . . .	112
7.1.2	Hybride Systeme . . . . .	112
7.2	Nicht vom DAAU ableitbare hybride Systeme . . . . .	114
7.2.1	Quasi-kontinuierlicher Interpolator $h_{\text{int}}(t)$ und Dezimator . . . . .	114
7.2.2	Digitale Interpolator, quasi-kontinuierlicher Interpolator $h_{\text{int}}(t)$ und Dezimator . . . . .	115
7.3	Alternative Ansätze . . . . .	116
7.3.1	Adaptive Filter . . . . .	116
7.3.2	Systemidentifikation . . . . .	117
7.4	Fazit . . . . .	117
<b>8</b>	<b>Untersuchungsergebnisse</b>	<b>119</b>
8.1	Entwurf von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ mit quantisierten Koeffizienten . . . . .	119
8.1.1	Tiefpaßentwurf mit $D_{\text{Dig},1}(e^{j\omega T_1/L})$ . . . . .	119
8.1.2	Entwurf von $L$ -tel Bandfiltern mit $D_{\text{Dig},2}(e^{j\omega T_1/L})$ . . . . .	125
8.2	Entwurf des Interpolators $h_{\text{Int}}(t)$ . . . . .	127
8.3	Entwurf des Gesamtsystems (DAAU) . . . . .	132
8.3.1	Prüfung der Abschätzformeln zum Aufteilen des $L_2$ - bzw. $L_\infty$ -Fehlers . . . . .	133
8.3.2	Untersuchung für $M > 1$ . . . . .	134
8.3.3	Zur Wahl des Aufwärtstastfaktors $L$ . . . . .	136
8.3.4	Untersuchung verschiedener DAAU bei Variation von $L$ . . . . .	137
8.3.5	Aufwand für den DAAU bei Variation von $L$ und konstantem $L_\infty$ -Fehler . . . . .	140
8.4	Simulation zur Verifikation der Systemeigenschaften . . . . .	144
<b>9</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>149</b>

<b>A Anhang</b>	<b>153</b>
A.1 Asynchrone Abstratenumsetzung komplexwertiger Signale . . . . .	153
A.2 Eigenschaften der Faltung in (2.4) und (2.5) . . . . .	155
A.2.1 Linearität . . . . .	155
A.2.2 Assoziativität . . . . .	155
A.2.3 Kommutativität . . . . .	156
A.3 Abschätzungen für $\ e(t)\ _\infty$ und $\ E_{\text{aAU}}(j\omega)\ _\infty$ . . . . .	156
A.4 Zusammenhang zwischen den Fehlernormen nach [166] . . . . .	157
A.5 Anmerkung zum DAAU2 . . . . .	158
A.6 Signalquantisierung . . . . .	158
A.7 Steuerung bzw. Messung und Quantisierung des Zeitintervalls $\tau_\Delta[\nu]$ beim Interpolator . . . . .	159
A.8 Koeffizienten $c_{\mu,\nu}$ der LAGRANGE-Interpolation . . . . .	161
A.9 Berechnung des Integrals in (5.12) . . . . .	162
A.10 Berechnung der Lösung (5.40) der $l_2$ -Approximation mit Gleichheits- anforderungen . . . . .	163
A.11 Details zum Entwurf des CLS-Interpolators . . . . .	164
A.12 Binärzahlendarstellung und Skalierung . . . . .	165
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>167</b>

## Notation

### Symbole

$\beta_\nu$	Koeffizienten der Binärardarstellung Darstellung von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ (entspricht einem bit, 0 oder 1), S.165
$\beta_{\text{Koeff}}(\lambda T)$	zeitvariante Koeffizienten der Spline-Interpolation, S.80
$\beta_{\text{Spline}}^{-1}(\lambda T)$	diskrete Teil-Impulsantwort der Spline-Interpolation, S.79
$\delta(t)$	DIRAC-Impuls, S.7
$\delta_0(kT)$	Impulsfolge (1 für $k = 0$ , sonst 0), S.74
$\Delta\nu$	gewünschte Verzögerung eines FSDs, S.99
$\delta^{\text{Alt}}$	Fehler auf der Alternante der $l_\infty$ -Approximation in Abschnitt 5.6.1.2, S.89
$\delta_{\text{CLS}}(e^{j\omega T_1/L})$	Fehlergrenze beim CLS-Algorithmus, S.65
$\hat{\delta}_{\text{CLS}}(j\omega)$	Fehlergrenze beim CLS-Algorithmus, S.97
$\delta_{\text{CLS}}$	konstantes $\delta_{\text{CLS}}(\omega)$ bzw. $\delta_{\text{CLS}}(e^{j\omega T_1/L})$
$\delta_{\text{D,aAU}}$	maximaler Durchlaßbereichsfehler von $H_{m_0}(j\omega)$ , S.36
$\delta_{\text{D,int}}$	maximaler Durchlaßbereichsfehler von $H_{\text{Int}}(j\omega)$ , S.35
$\delta_{\text{D,PP}}$	maximaler Durchlaßbereichsfehler von $H_{m_0}^{\text{PP}}(e^{j\omega MT_1/L})$ , S.35
$\Delta f$	Breite des Übergangsbereichs von $H_{\text{Spline}}(j\omega)$ , S.58
$\Delta h$	Abweichung von der idealen Impulsantwort (vektoriell), S.61
$\Delta h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$	Fehler durch Quantisierung von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.165
$\delta_{\text{S1,Int}}$	maximaler Sperrbereichsfehler von $H_{\text{Int}}(j\omega)$ im Sperrbereich von $H_{m_0}^{\text{PP}}(e^{j\omega MT_1/L})$ , S.36
$\delta_{\text{S2,Int}}$	maximaler Sperrbereichsfehler von $H_{\text{Int}}(j\omega)$ im Durchlaßbereich von $H_{m_0}^{\text{PP}}(e^{j\omega MT_1/L})$ , S.36
$\delta_{\text{S,aAU}}$	maximaler Sperrbereichsfehler von $H_{m_0}(j\omega)$ , S.36
$\delta_{\text{S,PP}}$	maximaler Sperrbereichsfehler von $H_{m_0}^{\text{PP}}(e^{j\omega MT_1/L})$ , S.35
$\Delta w_i$	zusätzlich innere Wortlänge bei der Signalquantisierung, S.158
$\varepsilon(\lambda \frac{T_1}{L})$	Fehler beim $L$ -tel Bandfilterentwurf nach OETKEN, S.62
$\varepsilon_{\text{Int}}(\omega)$	Durchlaßbereichsfehler von $H_{\text{Int}}(j\omega)$ , S.37
$\varepsilon_{\text{PP}}(\omega)$	Durchlaßbereichsfehler von $H_{m_0}^{\text{PP}}(e^{j\omega MT_1/L})$ , S.37
$\eta$	Zahl der Stützwerte der Approximation $h_{\text{Int}}(t)$ , $(\lambda_0 + \lambda_1 + 1)$ , S.46,50
$\zeta - 1$	Ordnung der Approximation $h_{\text{Int}}(t)$ , S.46
$\lambda_0 + 1$	Zahl der vergangenen Stützwerte der Approximation $h_{\text{Int}}(t)$ , S.47,73
$\lambda_1$	Zahl der zukünftigen Stützwerte der Approximation $h_{\text{Int}}(t)$ , S.47
$\tau_\lambda^{\text{Alt}}$	Alternante der $l_\infty$ -Approximation in Abschnitt 5.6.1.2, S.89
$\Phi$	Zahl der diskrete Frequenzen $\omega_\varphi$ bei einer diskreten $L_2$ -Approximation, S.63
$\omega$	Kreisfrequenz, $2\pi f$
$\omega_\varphi$	diskrete Frequenzen, an denen der diskrete $L_2$ -Fehler minimiert wird, S. 63

$A$	Additionsrate, S.48
$a_\mu$	Koeffizienten des Polynoms für eine geschlossene Darstellung von $h_{\text{int}}(t)$ , S.46
$\mathbf{A}_{\text{aAU}}$	Matrix der CLS-Approximation für $h_{\text{int}}(t)$ , S. 97
$\mathbf{a}_{\text{GI}}$	Vektor der $a_\mu$ , zuständig für das Einhalten der Gleichheitsanforderungen in (5.25), S.86
$\mathbf{A}_{\text{IB,IB}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{IB}}, \mathbf{c}_1^{\text{IB}}$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{IB,LP}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{IB}}, \mathbf{c}_1^{\text{LP}}$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{IB,f}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{IB}}, \mathbf{c}_f$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{IB,u}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{IB}}, \mathbf{c}_u$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{LP,LP}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{LP}}, \mathbf{c}_1^{\text{LP}}$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{LP,f}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{LP}}, \mathbf{c}_f$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{LP,u}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{LP}}, \mathbf{c}_u$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{f,f}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_f$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{f,u}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_f, \mathbf{c}_u$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{u,u}}$	Untermatrix von $\mathbf{A}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_u, \mathbf{c}_u$ , S.98
$\mathbf{A}_{\text{L,2}}$	Matrix der $L_2$ -Approximation für $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.60
$\mathbf{A}_{\text{Mod}}$	Matrix der CLS-Approximation mit Freiheitsgrad $\mathbf{c}_u$ , S.98
$\mathbf{a}_{\text{Rest}}$	Vektor der $a_\mu$ , nicht enthalten in $\mathbf{a}_{\text{GI}}$ , S.86
$A_{\text{Spline}}$	Amplitude von $h_{\text{Spline}}(t)$ , S.58
$b_{\text{Spline}}(t)$	quasi-kontinuierliche Teil-Impulsantwort der Spline-Interpolation, S.79
$\mathbb{B}_t$	betrachteter Zeitbereich, S.30
$\mathbb{B}_\omega$	betrachteter Frequenzbereich, S.30
$\mathbf{c}$	Vektor mit den Elementen $c_{\mu,\nu}$ , S.95,97
$\mathbf{C}$	Matrix mit den Elementen $c_{\mu,\nu}$ , S.96
$\mathbb{C}$	Menge der komplexen Zahlen
$c_{\mu,\nu}$	Koeffizienten der Polynome zur abschnittswweisen Darstellung von $h_{\text{int}}(t)$ , S.47,74
$\mathbf{c}_1^{\text{IB}}, \mathbf{c}_2^{\text{IB}}$	durch Interpolationsbedingung festgelegte $c_{\mu,\nu}$ , S.96,97
$\mathbf{c}_1^{\text{LP}}, \mathbf{c}_2^{\text{LP}}$	durch lineare Phase festgelegte $c_{\mu,\nu}$ , S.96,97,98
$\mathbf{c}_f$	durch Quantisierung festgelegte $c_{\mu,\nu}$ , S.96,97
$c_{\text{Max}}$	Maximum der $c_{\mu,\nu}$ , S.127
$\mathbf{c}_u$	frei bestimmbar $c_{\mu,\nu}$ , S.96,97
$D_{\text{aAU}}(j\omega)$	Wunschfunktion des asynchronen Abtastratenumsetzers, S.21
$\mathbf{D}_{\text{Dig}}$	Vektor mit den Elementen $D_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$ , S.63
$D_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$	Wunschfunktion des diskreten Filters $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.25
$D_{\text{FSD}}(e^{j\omega T})$	idealer Frequenzgang eines FSDs, S.100
$h_{\text{int}}(t)$	ideales $h_{\text{int}}(t)$ , S.83
$D_{\text{int}}(j\omega)$	Wunschfunktion des Interpolators $h_{\text{int}}(t)$ , S.27
$\mathbf{D}_{\text{Mod}}$	mit $\mathbf{h}_f$ modifiziertes $\mathbf{D}_{\text{Dig}}$ , S.64
$d_{\text{TP}}(t)$	Impulsantwort eines idealen Tiefpasses, S.10
$D_{\text{TP}}(j\omega)$	idealer Tiefpaß, S.10
$D_{\text{ÜB}}(f)$	Funktion zur Spezifikation des Übergangsbereichs, S.26

$e(t)$	Fehler, $y(t) - x_K(t)$ , S.29
$E(j\omega)$	Fehler, $Y(j\omega) - X_K(j\omega)$ , S.29
$e_{\text{aAU}}(t)$	Zeitfunktion zu $E_{\text{aAU}}(j\omega)$
$E_{\text{aAU}}(j\omega)$	Fehler, $ H_{m_0}(j\omega)  - D_{\text{aAU}}(j\omega)$ , S.29
$\mathbf{E}_{\text{Dig}}$	Vektor mit den Elementen $E_{\text{Dig}}(e^{j\omega_\nu T_1/L})$ , S.63
$E_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$	Fehler von $H_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$ , S.56,S.60
$E_{\text{FSD}}(e^{j\omega T}, \Delta\nu)$	Fehler eines FSDs, S.100
$\mathbf{e}_{\text{Int}}$	Vektor mit den Elementen $e_{\text{Int}}(\tau_k)$ , S.87
$e_{\text{Int}}(\tau_k)$	Fehler der $l_2$ - und $l_\infty$ -Approximation, S.87
$E_{\text{Int}}(j\omega)$	Frequenzbereichs-Fehler des Interpolators: $H_{\text{Int}}(j\omega) - D_{\text{Int}}(j\omega)$
$f$	Frequenz
$\mathbf{f}$	Vektor mit den frequenzabhängigen Termen von $H_{0,\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$ , S.60
$\mathbf{F}$	Matrix mit den Elementen $e^{-j\omega_\nu \lambda T_1/L}$ , $\varphi$ Zeile, $\lambda$ Spalte, S.63,63
$f_0$	Mittenfrequenz des Übergangsbereichs von $H_{\text{Spline}}(j\omega)$ , S.59
$f_{A1}$	Abtastfrequenz des Eingangssignals $x(t_{1k})$ , S.1
$f_{A2}$	Abtastfrequenz des Ausgangssignals $y(t_{2n})$ , S.1
$\mathbf{f}_{\text{aAU}}$	Vektor mit den Elementen $f_{\text{aAU}}(\omega, \mu, \nu)$ , S.95
$\mathbf{F}_{\text{aAU}}$	Matrix mit den Zeilenvektoren $\mathbf{f}_{\text{aAU}}^T(\omega_\varphi)$ , S.97
$\hat{f}_{\text{aAU}}(\omega, \mu, \nu)$	Hilfsfunktion bei der Bestimmung von $H_0(j\omega)$ , S.95
$\mathbf{F}_f$	Untermatrix von $\mathbf{F}$ zugehörig zu $\mathbf{h}_f$ , S.64
$\mathbf{F}_f$	Untermatrix von $\mathbf{F}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_f$ , S.98
$f_G$	Grenzfrequenz des Spektrums von $x_K(t)$ und $x(kT_1)$ , S.10
$\mathbf{F}_{\text{IB}}$	Untermatrix von $\mathbf{F}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{IB}}$ , S.98
$\mathbf{F}_{\text{LP}}$	Untermatrix von $\mathbf{F}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_1^{\text{LP}}$ , S.98
$\mathbf{F}_{\text{Mod}}$	Matrix der CLS-Approximation mit Freiheitsgrad $\mathbf{c}_u$ , S. 98
$f_s$	Sperrfrequenz eines Filters, S.59
$\mathbf{F}_u$	Untermatrix von $\mathbf{F}$ zugehörig zu $\mathbf{h}_u$ , S.64
$\mathbf{F}_u$	Untermatrix von $\mathbf{F}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_u$ , S.98
$\mathbf{G}$	Diagonalmatrix mit den Elementen $G(e^{j\omega_\nu T_1/L})$ , S.63
$G(e^{j\omega T_1/L})$	Funktion zur Gewichtung des Fehlers von $H_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$ , S.56
$h_{\Delta\nu}(\nu T)$	Impulsantwort eines FSDs, S.99
$H_{\Delta\nu}(e^{j\omega T})$	Frequenzgang von $h_{\Delta\nu}(\nu)$ , S.99
$h_{\text{Dez}}(\lambda \frac{T_1}{M})$	diskretes Filter vor Abwärtsstastung mit $M$ (Anti-Aliasing-Filter), S.114
$\mathbf{h}_{\text{Dig}}$	Vektor mit den Elementen $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , $\lambda \in [0, \frac{N_{\text{Dig}}-1}{2}]$ , S.60
$h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$	diskretes Filter nach Aufwärtsstastung mit $L$ (Anti-Imaging-Filter), S.15
$\mathbf{H}_{\text{Dig}}$	Vektor mit den Elementen $H_{\text{Dig}}(e^{j\omega_\nu T_1/L})$ , S.63
$H_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$	Frequenzgang oder Amplitudengang von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.16,S.60
$h_{\text{Dig}}^Q(\lambda \frac{T_1}{L})$	quantisierte Koeffizienten des Filters $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.165
$\mathbf{h}_f$	Vektor mit den bekannten (fixed) $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.64
$h_{\text{Gesamt}}(t)$	Gesamtimpulsantwort eines asynchronen Abtastumsetzers ohne Abwärtsstastung, S.158

$H_{\text{Gesamt}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $h_{\text{Gesamt}}(t)$ , S.158
$h_{\text{GI}}$	Vektor der Gleichheitsanforderungen, S.86
$h_{\text{Int}}(t)$	Impulsantwort der Approximation bzw. Interpolation, S.15
$H_{\text{Int}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $h_{\text{Int}}(t)$ , S.16
$h_{L2}$	Vektor der $L_2$ -Approximation für $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.60
$H_{\text{Im}}(z_S)$	Übertragungsfunktion eines der $LM$ Teilsysteme in einer effizienten Realisierung der synchronen Abtastratenumsetzung, S.41
$h_{m_0}(t)$	eine von $M$ Impulsantworten zur Beschreibung des asynchronen Abtastratenumsetzers in Bild 3.1, S.20
$H_{m_0}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $h_{m_0}(t)$ , S.20
$H_{m_0}^{\text{wc}}(j\omega)$	$H_{m_0}(j\omega)$ , das $D_{\text{aAU}}(j\omega)$ am schlechtesten approximiert, S.23
$h_{m_0}^{\text{PP}}(\lambda \frac{M}{L} T_1)$	eine der $M$ Polyphasen-Komponenten von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.19
$H_{m_0}^{\text{PP}}(e^{j\omega M T_1/L})$	Frequenzgang von $h_{m_0}^{\text{PP}}(\lambda \frac{M}{L} T_1)$ , S.20
$h_{\text{Max}}$	Maximum von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.165
$h_{\text{Min}}$	Minimum von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.165
$h_{\text{Rest}}$	Vektor mit den Elementen $h_{\text{Spline}}(\tau_\kappa)$ , S.87
$h_{\text{Skal}}$	Skalierungsgröße bei der Quantisierung, S.165
$h_{\text{Spline}}(t)$	Impulsantwort eines idealen Tiefpasses mit Übergangsbereich, S.58
$H_{\text{Spline}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $h_{\text{Spline}}(t)$ , S.59
$h_{\text{Start}}$	Startlösung des CLS-Algorithmus, S.66
$h_{\text{TP}}(t)$	analoger Glättungstiefpaß bei DA-Umsetzung, S.7
$H_{\text{TP}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $h_{\text{TP}}(t)$ , S.10
$h_{\text{u}}$	Vektor mit den unbekanntem (unknown) $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.64
$I(\omega, \mu)$	Integral bei Bestimmung von $H_{\text{Int}}(j\omega)$ , S.75
$I_\eta(\omega, \mu)$	Integral bei Bestimmung von $H_{\text{Int}}(j\omega)$ , S.85
$kT_1$	äquidistante Abtastzeitpunkte von $x(kT_1)$ , S.8
$\mathbf{k}_1$	Vektor zur Berechnung von $\mathbf{c}_1^{\text{LP}}$ , S.98
$K(e^{j\omega T_1})$	Funktion zur Beschreibung des tiefpaßbegrenzten Eingangssignals mit konstantem Spektrum, S.24
$L$	Aufwärtstastfaktor, S.15
$l_{\infty}$ -Fehler	maximaler Zeitbereichsfehler, S.30
$L_{\infty}$ -Fehler	maximaler Frequenzbereichsfehler, S.30
$l_2$ -Fehler	Energie des Zeitbereichsfehlers, S.30
$L_2$ -Fehler	Energie des Frequenzbereichsfehlers, S.30
$L_{\text{LI}}$	notwendiger Aufwärtstastfaktor für $h_{\text{Int}}(t)$ als linearer Interpolator, S.136
$L_{\text{Raster}}$	Dichte des Approximationsrasters in Abschnitt 5.6.1.1, S.85
$L_{\text{SH}}$	notwendiger Aufwärtstastfaktor für $h_{\text{Int}}(t)$ als SH-Glied, S.136
$m_0$	ganzzahlige Variable $m_0 \in [0, M - 1]$ , S.19
$\mathbf{m}_{\text{Lagr}}$	Vektor der Lagrange-Multiplizierer, S.66,97
$m_M$	ganzzahlige Variable, S.19
$m_M^o$	obere Grenze für $m_M$ in (3.80), S.42
$m_M^u$	untere Grenze für $m_M$ in (3.80), S.42

$M$	Abwärtstastfaktor, S.15
$\mathbf{M}_{LP}$	Matrix zur Berechnung von $\mathbf{c}_1^{LP}, \mathbf{c}_2^{LP}$ , S.98
$\mathbf{M}_1^u$	Untermatrix von $\mathbf{M}_{LP}$ , S.98
$\mathbb{N}$	Menge der natürlichen Zahlen
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen mit Null
$N_{\text{Dig}}$	Länge von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.44
$N_{\text{Gl}}$	Zahl an Gleichheitsanforderungen der $l_2$ - und $l_\infty$ -Approximation, S.86
$N_{PP}$	Länge einer Polyphasen-Komponente von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ bei OETKEN, S.61
$O$	Operationsbitrate, S.49
$O_{\text{konst}}$	Operationsbitrate für konstante Koeffizienten, S.49
$O_{\text{zeit}}$	Operationsbitrate für zeitvariante Koeffizienten, S.49
$p$	Parameter von $h_{\text{spline}}(t)$ , S.58
$p_{\text{Opt}}$	optimales $p$ für minimalen $l_2$ -Abschneidfehler, S.85
$\mathbb{Q}$	Menge der rationalen Zahlen
$q_{\text{Dig}}$	Quantisierungsstufe von $h_{\text{Dig}}^Q(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.105
$q_{\text{sig}}$	Quantisierungsstufe der Signale, S.136
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen
$\mathbf{R}$	Vektor mit den Elementen $R(j\omega_\varphi)$ , S.66
$R(j\omega_\varphi)$	Gleichheitsanforderungen beim CLS-Verfahren, S.66
$\mathbf{R}_{\text{AAU}}$	Vektor mit den Elementen $R_{\text{AAU}}(j\omega_\varphi)$ , S.97
$R_{\text{AAU}}(j\omega_\varphi)$	Gleichheitsanforderungen an $H_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$ bei der CLS-Approximation, S.97
$\mathbf{R}_{\text{Mod}}$	Vektor der CLS-Approximation mit Freiheitsgrad $\mathbf{c}_u$ , S.98
$R_{\text{ob}}(e^{j\omega_\varphi T_1/L})$	obere Grenze der CLS-Approximation von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.66
$R_{\text{ob}}(j\omega_\varphi)$	obere Grenze der CLS-Approximation, S.97
$R_{\text{un}}(e^{j\omega_\varphi T_1/L})$	untere Grenze der CLS-Approximation von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.66
$R_{\text{un}}(j\omega_\varphi)$	untere Grenze der CLS-Approximation, S.97
$S_{\text{Int}, S_{\text{Dig}}}$	Konstante Faktoren in den Aufwandsbetrachtungen ( $=1,2$ ), S.50
$S_{\text{Koeff}}$	Zugriffsbitrate für Koeffizientenspeicher, S.48
$S_{\text{Sig}}$	Anzahl an Zustandsspeichern gewichtet mit Zugriffstakt, S.48
$\text{SNR}_1$	Signal-Stör-Abstand, S.31
$\text{SNR}_2$	Signal-Stör-Abstand, S.32
$t$	kontinuierliche Zeit
$t_0$	beliebiger Zeitpunkt, S.45
$t_\Delta[n]$	Approximationszeitpunkte, S.45
$t_{1k}$	Abtastzeitpunkte von $x(t_{1k})$ , nicht notwendigerweise äquidistant, S.7
$t_{2n}$	Abtastzeitpunkte von $y(t_{2n})$ , nicht notwendigerweise äquidistant, S.7
$T$	Abtastzeit
$T_\eta$	halbe Länge von $h_{\text{Int}}(t)$ , S.46
$T_0$	halbe Länge von $h_{\text{TP}}(t)$ , S.13

$T_1$	Abtastzeit von $x(kT_1)$ , S.3
$T_2$	Abtastzeit von $y(kT_2)$ , S.11
$\mathbf{T}_{\text{Gl},1}$	Matrix der $l_2$ -Approximation in Abschnitt 5.6.1.1, S.86
$\mathbf{T}_{\text{Gl},2}$	Matrix der $l_2$ -Approximation in Abschnitt 5.6.1.1, S.87
$T_{\text{Max}}$	minimale Auflösung für $\tau_{\Delta}[\nu_0]$ , S.161
$\mathbf{T}_{\text{Rest},1}$	Matrix der $l_2$ -Approximation in Abschnitt 5.6.1.1, S.86
$\mathbf{T}_{\text{Rest},2}$	Matrix bei der Approximation in Abschnitt 5.6.1.1, S.87
$u(\lambda \frac{M}{L} T_1)$	Ausgangssignal einer synchronen Abtastratenumsetzung mit $\frac{L}{M}$ , S.15,19
$U(e^{j\omega M T_1/L})$	Frequenzgang von $u(\lambda \frac{M}{L} T_1)$ , S.16
$\mathbf{v}_{\text{aAU}}$	Vektor der CLS-Approximation eines Interpolators $h_{\text{Int}}(t)$ , S.97
$\mathbf{v}_{\text{f}}$	Teilvektor von $\mathbf{v}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_{\text{f}}$ , S.98
$\mathbf{v}_{\text{1B}}$	Teilvektor von $\mathbf{v}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_{\text{1B}}^{\text{1B}}$ , S.98
$\mathbf{v}_{\text{LP}}$	Teilvektor von $\mathbf{v}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_{\text{LP}}^{\text{LP}}$ , S.98
$\mathbf{v}_{\text{Mod}}$	Vektor der CLS-Approximation mit Freiheitsgrad $\mathbf{c}_{\text{u}}$ , S. 98
$\mathbf{v}_{\text{u}}$	Teilvektor von $\mathbf{v}_{\text{aAU}}$ zugehörig zu $\mathbf{c}_{\text{u}}$ , S.98
$w_{\text{Dig}}$	Wortlänge der Koeffizienten von $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.48
$w_{\text{Int}}$	Wortlänge der Koeffizienten von $h_{\text{Int}}(t)$ , S.48
$w_{\text{Sig}}$	Wortlänge der Signale, S.136
$x(t_{1k}), x(kT_1)$	Eingangssignal der asynchronen Abtastratenumsetzung, S.3,7
$X(e^{j\omega T_1})$	Frequenzgang von $x(kT_1)$ , S.10
$X_0$	Frequenzbereichsamplitude des tieffpaßbegrenzten Eingangssignals mit konstantem Spektrum, S.23
$x_{\text{Auf}}(\lambda \frac{T_1}{L})$	mit $L$ aufwärtsgetastetes Signal, S.15
$X_{\text{Auf}}(e^{j\omega T_1/L})$	Frequenzgang von $x_{\text{Auf}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.16
$x_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$	Signal nach Filterung mit $h_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.15
$X_{\text{Dig}}(e^{j\omega T_1/L})$	Frequenzgang von $x_{\text{Dig}}(\lambda \frac{T_1}{L})$ , S.16
$x_{\text{Ein}}(\nu T)$	Eingangssignal einer Approximation bzw. Interpolation, S.45,47
$x_{\text{Ein}}(t)$	Referenz-Signal einer Approximation bzw. Interpolation
$X_{\text{Ein}}(e^{j\omega T})$	Fouriertransformierte von $x_{\text{Ein}}(kT)$ , S.75
$x_{\text{K}}(t)$	zeitkontinuierliches Referenz-Signal, S.3
$X_{\text{K}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $x_{\text{K}}(t)$ , S.10
$x_{m_0}(m_M M T_1)$	eine der $M$ Polyphasen-Komponenten von $x(kT_1)$ , S.19
$X_{m_0}(e^{j\omega M T_1})$	Frequenzgang von $x_{m_0}(m_M M T_1)$ , S.20
$x_{\text{Oetken}}(\omega)$	Amplitude des Testsignals beim $L$ -tel Bandfilterentwurf nach OETKEN, S.62
$x_{\text{Puls}}(t)$	pulsgeformtes Signal, S.7
$X_{\text{Puls}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $x_{\text{Puls}}(t)$ , S.11
$y(t)$	(quasi-)kontinuierliches Ausgangssignal der asynchronen Abtastratenumsetzung, S.7
$Y(j\omega)$	Fouriertransformierte von $y(t)$ , S.10
$y(t_{2n}), y(nT_2)$	Ausgangssignal der asynchronen Abtastratenumsetzung, S.3
$Y(e^{j\omega T_2})$	Fouriertransformierte von $y(nT_2)$ , S.10
$y_{\text{Aus}}(t)$	Ausgangssignal einer Approximation bzw. Interpolation, S.45,47



$Y_{\text{Aus}}(j\omega)$	Fouriertransformierte von $y_{\text{Aus}}(t)$ , S.75
$y_{\text{FSD}}(\nu T)$	Ausgangssignal eines FSDs, S.99
$y_{\text{Korr}}(t_{2n})$	durch adaptives Filter bzw. IIR-Filter korrigiertes Ausgangssignal der asynchronen Abtastenumsetzung, S.116,117
$y_{m_a}(t)$	Teilergebnis des DAAU2, S.42
$\mathbb{Z}$	Menge der ganzen Zahlen
$z$	Variable der $z$ -Transformation
$Z_{\text{Int}}$	Zahl der Interpolationen bei der Aufwandsbetrachtung, S.51

## Operatoren und Funktionen

$\circledast$	Faltungsoperator zwischen kontinuierlichem und diskretem Signal bzw. zwischen zwei diskreten Signalen verschiedener Abtastfrequenz, S.8,8
$\lfloor a \rfloor$	nächstkleinere ganze Zahl zu $a$
$\lceil a \rceil$	nächstgrößere ganze Zahl zu $a$
$\text{Rd}\{\}$	Rundungsoperator der Quantisierung, S.105
$\text{Im}\{a\}$	Imaginärteil von $a$
$\text{Re}\{a\}$	Realteil von $a$
$\text{sgn}(x)$	Signum-Funktion
$\text{si}(t)$	si-Funktion, $\frac{\sin(t)}{t}$

## Abkürzungen

AD	Analog-Digital
AQ	Abgleich-Quantisierung, S.107
CLS	Constrained Least Square
CSD	Canonical Signed Digit
DA	Digital-Analog
DAAD	Kaskade von DA- und AD-Umsetzung, S.7
DAAU	Digitale asynchrone Abtastenumsetzer, S.15
DAAU1	Realisierung des DAAU wie in Abschnitt 3.4.1
DAAU2	Realisierung des DAAU wie in Abschnitt 3.4.2
DB	Durchlaßbereich eines Filters
DQ	Direkte Quantisierung, S.105
DFT	Diskrete Fourier-Transformation
DTFT	Discrete Time Fourier-Transformation, S.10
FIR	Finite Impulse Response
FKA	Festkomma-Arithmetik
FSD	Fractional Sample Delay
GKA	Gleitkomma-Arithmetik
IB	Interpolationsbedingung
IIR	Infinite Impulse Response

IQ	Iterative Quantisierung, S.107
MPR	McClellan-Parks-Rabiner-Programm, S.56
RLS	Recursive Least Squares, S.116
SB	Sperrbereich eines Filters
SH	Sample/Hold
SNR	Signal-to-Noise-Ratio, Signal-Rausch-Abstand, S.31
wc	worst-case