Mathematik

Uwe Kraeft

Untersuchungen zum Konvergenzverhalten der Eta- und Zetareihe

Shaker Verlag

Untersuchungen zum

Konvergenzverhalten der

η-(Eta-) und ζ-(Zeta-)Reihe

Uwe Kraeft

2021

Berichte aus der Mathematik

Uwe Kraeft

Untersuchungen zum Konvergenzverhalten der Eta- und Zetareihe

Shaker Verlag
Düren 2021

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-7793-3
ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren
Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Über die Zetafunktion existiert ein kaum noch zu überschauendes umfangreiches Schrifttum. Gegenstand der Untersuchungen sind die Entwicklung von formelmäßigen Beziehungen zu verschiedenen mathematischen und physikalischen Anwendungen. Zu der bekannten Vermutung von Riemann, dass die nichttrivialen Nullstellen für ein komplexes Argument $z=x+iy$ im Bereich $0<x<1$ genau bei $x=1/2$ liegen, gibt es bisher zahlreiche Ideen aber keinen anerkannten Beweis. Der vorliegende Beitrag ist weniger theoretisch als praktisch ausgerichtet und wie alle vorhergehenden Bände des Lehrgangs der Mathematik (siehe Seite 111) als einfach verständliche Einführung gedacht.

Das Thema baut auf früheren Veröffentlichungen des Autors in den „Studies in Number Theory“ auf ([Kr4], [Kr15] und [Kr16] siehe Seite 109).

Das Ziel der vorliegenden Untersuchungen ist vor allem ein Blick auf die nichttrivialen Nullstellen sowie insbesondere die Konvergenz der Eta- und Zetareihe.

Hier werden in 12 Kapiteln komplexe Zahlen, die Zetafunktion und Etafunktion, die Zusammenfassung einiger Eigenschaften der Eta- und Zetafunktion, die Komponenten der Eta- und Zetafunktion, Lösungen für spezielle trigonometrische Gleichungen, elementare Strategien für einen Beweis der Vermutung von Riemann, die Partialreihen 3j-2, 3j-1 und 3j der Eta- und Zetareihe, „nullähnliche“ Punkte der Eta- und Zetareihe, weitere Eigenschaften der Etareihe, eine Zusammenfassung von elementaren Eigenschaften der Summationsvariablen j mit $j \in \mathbb{N}$, die Konvergenz der Etareihe = $f(x+iy,j)$, Eigenschaften der Nullstellen sowie in einem Anhang einige mit der Etareihe vergleichbare Reihen in elementarer Darstellung einführend behandelt.

Eine Literaturauswahl ist beigefügt. Die Literaturzitate betreffen wie in den vorangehenden Bänden nicht nur die Übernahme von Inhalten, sondern sind auch ein Hinweis für interessierte Leser zur weiteren Information.

Das Buch stellt die Meinung des Autors nach dem Studium der Literatur und dessen Kenntnissen dar. Der Inhalt wurde sorgfältig auf Fehler geprüft, die aber nicht gänzlich ausgeschlossen werden können. Eine Gewährleistung oder Garantie für die Richtigkeit des Textes kann nicht übernommen werden. Ich bin für entsprechende Hinweise oder Verbesserungsvorschläge dankbar.

Leimen, im Oktober 2020 Uwe Kraeft

http://www.uwe-kraeft.de/

Auswahl von elementaren Symbolen

$\Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$	hieraus folgt (in den angegebenen Richtungen)
$\in$	ist Element von (ist enthalten in)
$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen 1, 2, 3, …
$\mathbb{Z}$	ganze Zahlen …, -2, -1, 0, 1, 2, …
$\mathbb{R}$	Körper der reellen Zahlen, zum Beispiel a, b, c, …, x, y, z
$\mathbb{C}$	Körper der komplexen Zahlen x+iy
f(z)	Bild des Originals z, zum Beispiel $f(z)=f(x+iy)=z_1+iz_2=R+iI=\Re+\Im$ als Vektoren mit Realteil $\Re$ und Imaginärteil $\Im$, zum Beispiel $\Re$(eta) und $\Im$(eta); -I bedeutet im Text, in den Tabellen und Diagrammen, dass der Wert von I in R-i(-I)=R+iI mit -1 multipliziert beziehungsweise R+iI berechnet wurden.
$\cdot$, *	Multiplikation
=	nur in der reinen Mathematik genau gleich (identisch); wird praktisch auch für Grenzwerte verwendet
$\cong$	so nah wie gewünscht, aber nicht gleich
$\approx$	ungefähr, gerundet, kann angenähert werden
~	von ähnlicher Größenordnung
$\neq$	ungleich
$<, \leq, >, \geq$	kleiner, kleiner oder gleich, größer, größer oder gleich
$\sqrt{\ }$	Quadratwurzel
sin, cos	trigonometrische Funktionen
$\sum$	Summe
Anm.	Anmerkung

Weitere Symbole werden im Text erläutert.

Bei der Berechnung der Eta- und Zetafunktionen sind im Text immer die entsprechenden Reihen gemeint.

Inhalt