

Uwe Kraeft

**Untersuchungen der pythagoreischen
Tripel und der Vermutung von Fermat**

**Untersuchungen der
pythagoreischen Tripel und
der Vermutung von Fermat**

Uwe Kraeft

2021

Berichte aus der Mathematik

Uwe Kraeft

**Untersuchungen der pythagoreischen Tripel
und der Vermutung von Fermat**

Shaker Verlag
Düren 2021

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2021

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-7963-0

ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Dieses Buch zeigt eine Auswahl von einigen Eigenschaften pythagoreischer Tripel und der daraus folgenden Vermutung von Pierre de Fermat. Bekanntermaßen sind pythagoreische Tripel drei natürliche Zahlen, bei denen, wie beim geometrischen Satz von Pythagoras, die Summe der Quadrate von zwei Zahlen das Quadrat der dritten und größten Zahl ergibt.

Das Buch ist zum großen Teil eine kurze Zusammenfassung von ausgewählten thematisch relevanten Teilen früherer Veröffentlichungen des Autors, die übersetzt und ergänzt wurden (siehe nächste Seite unten).

Hier werden in 6 Kapiteln nach einer Einführung und historischen Anmerkungen grundlegende Eigenschaften der pythagoreischen Tripel, Lehrsätze für pythagoreische Tripel, die Verallgemeinerung der pythagoreischen Tripel durch Fermat, der heutige Beweis der Vermutung von Fermat (FLT) und weitere Entwicklungen sowie einige Anwendungen bei der Lösung von quadratischen Formen in elementarer Darstellung einführend behandelt.

Eine Literaturliste ist beigelegt. Die Literaturzitate betreffen wie in den vorangehenden Bänden dieses „Lehrgangs der Mathematik“ (siehe Seite 61) nicht nur die Übernahme von Inhalten, sondern sind auch ein Hinweis für interessierte Leser zur weiteren Information.

Das Buch stellt die Meinung des Autors nach dem Studium der Literatur und dessen Kenntnissen dar. Der Inhalt wurde sorgfältig auf Fehler geprüft, die aber nicht gänzlich ausgeschlossen werden können. Eine Gewährleistung oder Garantie für die Richtigkeit des Textes kann nicht übernommen werden. Ich bin für entsprechende Hinweise oder Verbesserungsvorschläge dankbar.

Auswahl von elementaren Symbolen

$\Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$	hieraus folgt (in den angegebenen Richtungen)
\in	ist Element von (ist enthalten in)
\mathbb{N}	natürliche Zahlen 1, 2, 3, ...
\mathbb{P}	Primzahlen 2, 3, 5, 7, 11, ...
\mathbb{Z}	ganze Zahlen ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...
\mathbb{R}	Körper der reellen Zahlen
\mathbb{C}	Körper der komplexen Zahlen $x+iy$
$f(x)$	Bild des Originals x
$=$	nur in der reinen Mathematik genau gleich (identisch); wird praktisch auch für Grenzwerte verwendet
\cong	so nah wie gewünscht, aber nicht gleich
\approx	ungefähr, gerundet, kann angenähert werden
\sim	von ähnlicher Größenordnung
\neq	ungleich
\equiv	kongruent, ($a \equiv b \pmod{c}$) oder $a \equiv b_c$ bedeuten für $a, b, c \in \mathbb{N}$ und $a > b$: $(a-b)/c \in \mathbb{N}$)
$(a, b, c) = 1$	größter gemeinsamer Teiler (Faktor) $\text{ggT} \in \mathbb{N}$ von $a, b, c \in \mathbb{N}$ ist 1 (in diesem Fall: teilerfrei)
$<, \leq, >, \geq$	kleiner, kleiner oder gleich, größer, größer oder gleich
$\sqrt{\quad}$	Quadratwurzel
$\sum a_i$	Summe, zum Beispiel $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$
$\prod c_i$	Produkt, zum Beispiel $c_1 c_2 c_3 \dots$
Anm.	Anmerkung

Es wurden unter anderem folgende frühere Veröffentlichungen des Autors verwendet (Kr-2 bedeutet: Kr Kapitel 2; Abkürzungen der Titel, zum Beispiel Kr, siehe S. 69 bis 70 und S. 61 bis 62):

Pythagorean Triples, pythagoreische Tripel

Kr-2, 3, 5, 8, 12, 15, 17, 18, 23, 30; Kr1; Kr2-6; Kr3-3; Kr5-8; Kr7-7;
Kr9-1, 2, 9; Kr12-4; KrVII-13, 13.3; KrVIIIa-10.1

Fermat's theorem, Fermat's Last Theorem, FLT, Vermutung von Fermat,
Lehrsatz von Fermat und Wiles

Kr-2, 4, 5, 7, 8, 17, 19; Kr1-4, 5, 6; Kr3-4, 9; Kr7-4, 7, 10; Kr9-5, 8;
Kr10-4; Kr11-4; Kr12-9; Kr13-15; Kr14-4; Kr21-1, 5, 6; Kr23-7;
KrVII-13.3; KrVIIIa-10.1, S. 228

Inhalt

	Seite
1. Einführung und historische Anmerkungen - - - -	1
2. Grundlegende Eigenschaften der pythagoreischen Tripel-	5
3. Lehrsätze für pythagoreische Tripel - - - -	15
4. Verallgemeinerung der pythagoreischen Tripel durch Fermat - - - - - - - - -	25
5. Der heutige Beweis der Vermutung von Fermat (FLT) und weitere Entwicklungen - - - - - - - -	41
6. Anwendungen bei der Lösung von quadratischen Formen	55
Literaturauswahl - - - - - - - - -	59
Lehrgang der Mathematik- - - - - - - -	61
Studies in Number Theory- - - - - - - -	69
Tripel 1 bis 5 - - - - - - - - -	71
primitive Tripel 1 bis 2 - - - - - - - -	76
Summen $a+b$ von primitiven Tripeln - - - - -	78
Multiplikation von pythagoreischen Tripeln mit nat. Zahlen	81
Tripelprodukt 1 bis 4- - - - - - - -	82
Eigenschaften von verschiedenen Summen $a^n+b^n\neq c^n$ - -	86



Pierre de Fermat, Foto nach einem Kupferstich von F. Poilly
(Gravure de F. Poilly, Photo Palais de la Découverte,
Héliogravure Herbert Levallois, La Documentation Française)