Zur numerischen Modellierung von Schädigungsphänomenen dynamisch beanspruchter Strukturen

Von der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät

der Universität Leipzig

genehmigte

DISSERTATION

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktor-Ingenieur

(Dr.-Ing.),

vorgelegt

von Dipl.-Ing. Mario Timmel

geboren am 27.02.1976 in Hoyerswerda

Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. habil. M. Kaliske
	Prof. Dr.-Ing. habil. R. Rolfes
	Prof. Dr.-Ing. habil. R. Müller

Tag der Verleihung 15.10.2008

Kurzfassung

Makroskopisch messbare Materialentfestigung basiert unter anderem auf dem Wachstum von Mikroporen. Eine detaillierte numerische Abbildung derartiger Schädigungseffekte erfordert zweiskalige Analysen, bei denen neben der Makroebene ein repräsentativer Volumenbereich (RVE) der Mikroebene zu definieren ist, in dem sich Poren mit zunehmender Belastung verändern können. Über die Homogenisierung reduziert sich anschließend die Steifigkeit der Makroebene.

Für eine numerische Approximation von Poren wird in der vorliegenden Arbeit ein weiches ellipsoides Einschlussgebiet, das von steiferem Matrixmaterial umgeben wird, definiert. Infolge dieser strukturellen Inhomogenität treten an der Phasengrenze materielle Kräfte auf. Bei dynamischer Beanspruchung sind die zeitabhängigen Anteile der materiellen Impulsbilanz zu berücksichtigen, um die für eine thermodynamische Beschreibung des Einschlusswachstums notwendigen materiellen Kräfte zu entkoppeln.

Mithilfe von Evolutionsbeziehungen auf der Basis der materiellen Kräfte erfolgt die Einschlussevolution über eine Phasenumwandlung, d.h. das weiche Gebiet dehnt sich aus, während die steifere Phase kontrahiert. Die Dichte des weichen Einschlussgebiets entspricht der Dichte des umgebenden Matrixmaterials, um innerhalb des RVE der Mikroebene die Einhaltung der Massenbilanz zu gewährleisten.

Durch eine ausschließliche Evolution des Einschlussvolumens, d.h., der Einschluss bleibt kugelförmig, wird isotropes Entfestigungsverhalten abgebildet. Über eine zusätzliche Evolution der Einschlussform, d.h., die Halbachsen des Ellipsoiden unterscheiden sich, erfolgt die Modellierung anisotroper Entfestigung. Um eine Entwicklung des Einschlusses an die Grenzen des repräsentativen Volumens zu verhindern, wird ein Penaltyterm definiert, der mit zunehmendem Einschlussvolumen eine Verringerung der treibenden Kräfte auf die Volumenerweiterung erzwingt.

Die Erhöhung des Einschlussvolumens wird nur bei hydrostatischer Zugbeanspruchung ermöglicht, indem die Evolutionsgleichungen neben den materiellen Kräften von der Spur der hydrostatischen Spannungen abhängen. Zugbereiche biegebeanspruchter Strukturen weisen dann eine höhere Entfestigung als Druckbereiche auf.

Für anisotropes Matrixmaterial wird eine unterschiedliche Entwicklung der Ellipsoid-Halbachsen unter hydrostatischer Beanspruchung aufgezeigt. Hier spiegeln die treibenden Kräfte auf die Einschlussveränderung die Richtungsabhängigkeit wider.

Infolge der Schädigungsevolution in der Mikroebene und der Homogenisierung stellen sich innerhalb einer Struktur unterschiedliche makroskopische Steifigkeitsverteilungen ein, auf deren Basis bruchmechanische Betrachtungen ohne Definition von Initialdefekten durchgeführt werden können.

Das im Rahmen der Arbeit vorgestellte Zweiskalen-FE-Modell mit einer Evolution der Mikroebene ist für die Validierung phänomenologischer Schädigungsansätze geeignet, da hier phänomenologische Schädigungsgrößen als physikalische Effekte abgebildet werden können.

Abstract

An increase of micro-structural porosity yields a macroscopic deterioration of the considered material. For a detailed numerical analysis, a multi-scale model is introduced, in which besides the macro-scale model also a representative volume element on the micro-scale is introduced. Within the RVE, a pore is defined which is affected through current loadings. A subsequent homogenization yields the macro-scopic deterioration of the material.
The numerical approximation of porosity considers an ellipsoid of negligible stiffness, which is embedded within a matrix-material, yielding configurational forces due to structural inhomogeneitis. For a dynamically loaded material the time-dependent parts of the configurational force balance have to be considered, yielding a thermo-mechanically consistent description of configurational forces and furthermore an evolution equation of porosity. Using the aforementioned evolution equations, the increase of porosity is described through a phase transition, i.e. the matrix-material contracts and the porosity increases in volume.
The density of the softer material of the pores must be equivalent to the density of the matrix material, which satisfies the balance equation of mass within the RVE. If the volume of porosity is considered exclusively by the evolution equation aforementioned, isotropic deterioration can be simulated numerically. An anisotropic macro-scopic behavior needs the evolution of the shape additionally, yielding ellipsoidal shaped pores. A penalty parameter is introduced subsequently in order to avoid the evolution of a pore to the boundary of the RVE. The penalty-factor decreases the driving forces of the volume increase.
Generally, the increase of volume of the porosity should only be applied during hydrostatic tensile stresses, in which the evolution equation depends not only on the forces, but also on the trace of stress. Hence, bending moments and tensile stresses yields to more deterioration than bending moments and compression stresses. Within an anisotropic matrix-material, the hydrostatic loading yields a different evolution of the ellipsoidal axis, since the driving forces of evolution depends on the anisotropy.
Due to the micro-scopic evolution of deterioration and subsequent homogenization, different macro-scopic stiffnesses can be purchased which may be used as a basis of fracture mechanics without the definition of initial defects.
The introduced multi-scale model including the evolution of the micro-scale is useful for the validation of phenomenologically damage effects, since those effects are simulated using physical phenomena.

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner vierjährigen Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen der Universität Leipzig.
Für die Möglichkeit, mich an seinem Institut einer wissenschaftlichen Herausforderung stellen zu dürfen, danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Michael Kaliske herzlichst. Seine Motivation, Grundlagenforschung und industrielle Methodenentwicklung - hierbei möchte ich insbesondere die maßgebliche Unterstützung bei der Zusammenarbeit mit den Industriepartnern hervorheben - zu verknüpfen, war ein wesentlicher Garant für das Gelingen dieser Arbeit. Sein stetes Interesse an meiner Forschungsarbeit, das sich in unzähligen Fachgesprächen widerspiegelte, gab mir jederzeit die notwendige Unterstützung während der beharrlichen Suche nach neuen Erkenntnissen. Die vielen reichhaltigen außerfachlichen Diskussionen trugen nicht nur zu einem äußerst angenehmen Arbeitsklima bei, sondern waren auch ein wesentlicher Faktor für meine persönliche Entwicklung.
Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Stefan Kolling danke ich für seine Unterstützung, die er auf Seiten der Pkw-Crashsimulation der Daimler AG - in diesem Zusammenhang möchte ich mich zudem bei Herrn Thomas Frank und Herrn Jürgen Kohler bedanken - in der Methodenentwicklung entgegenbrachte. Sein enormer Drang nach neuen mechanischen Erkenntnissen gepaart mit der notwendigen industriellen Sichtweise half mir häufig, Lösungsansätze zu finden. Unsere vielen philosophischen Diskussionen werden mir in bester Erinnerung bleiben.
Für die Übernahme des zweiten Gutachtens sowie die wertvollen Anregungen sei Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Raimund Rolfes gedankt.
Herrn Prof. Dr.-Ing. habil. Ralf Müller danke ich für die Übernahme des dritten Gutachtens. Zudem möchte ich seinen wertvollen Anteil zum Gelingen der Arbeit hervorheben. In vielen Fachdiskussionen, für die er sich trotz hohem Anspannungsgrad an seinem Institut stets die notwendige Zeit nahm, konnte ich wesentliche Erkenntnisse gewinnen.
Als einen weiteren einflussreichen Faktor, der für das Gelingen der Arbeit verantwortlich war, möchte ich meine Institutskollegen hervorheben, und mich bei Ihnen bedanken. Die Arbeitsatmosphäre war jederzeit voller gegenseitiger Hilfsbereitschaft und Harmonie.
Ein besonderer Dank gilt meiner Lebensgefährtin Sandra. Sie unterstützte mich mit all Ihrer Liebe, obwohl sie diese größtenteils über die Ferne versenden musste. Und wenn die wenige Zeit, die vier Jahre lang nur an den Wochenenden blieb, auch für die Arbeit benötigt wurde, war sie es, dir mir unendlich viel Kraft schenkte. Danke dafür.

Mario Timmel

Stuttgart, Oktober 2008

Inhaltsverzeichnis

Notation

Im Folgenden werden die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen zusammengefasst. Darüber hinaus werden die einzelnen Operatoren und Symbole an den entsprechenden Stellen der Arbeit nochmals beschrieben.

Feldgrößen:

$\underline{\mathbf{1}}$, $\mathbb{I}$	Einheitstensor 2. und 4. Stufe
$\mathbb{C}$	Materialtensor 4. Stufe
E	Elastizitätsmodul
ν	Querdehnzahl
$\mathbb{S}$	ESHELBY-Tensor 4. Stufe
$\mathbb{A}^{\infty}$	Einflusstensor 4. Stufe
$\underline{\mathbf{F}}$, $\underline{\mathbf{H}}$	Deformationsgradient, Verschiebungsgradient
J	Determinante des Deformationsgradienten $\underline{\mathbf{F}}$
$\underline{\mathbf{R}}$, $\underline{\mathbf{V}}$, $\underline{\mathbf{U}}$	Rotationstensor, linker- und rechter Strecktensor
$\underline{\mathbf{b}}$, $\underline{\mathbf{C}}$	Links-CAUCHY-GREEN- und Rechts-CAUCHY-GREEN-Tensor
I, II, III	Invarianten von $\underline{\mathbf{C}}$ oder $\underline{\mathbf{b}}$
λ_1, λ_2, λ_3	Eigenwerte von $\underline{\mathbf{C}}$ oder $\underline{\mathbf{b}}$
$\underline{\mathbf{E}}$	GREEN-LAGRANGEscher Verzerrungstensor
$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}$	linearisierter Dehnungsstensor
$\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$	Plastischer Dehnungstensor
η	Viskositätsparameter
$\underline{\boldsymbol{\sigma}}$	CAUCHY-GREEN-Spannungstensor
$\underline{\mathbf{P}}$, $\underline{\mathbf{S}}$	1. und 2. PIOLA-KIRCHHOFF-Spannungstensor
$\underline{\mathbf{s}}$	Deviator des CAUCHY-Spannungstensors
$\underline{\boldsymbol{\tau}}$	KIRCHHOFF-Spannungstensor
p	Hydrostatische Druckspannung
$\mathbf{f}$	Massenkräfte
ρ_0	Materialdichte
$\mathbf{v}$, $\mathbf{a}$	materielle Geschwindigkeit ($\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}}$) und Beschleunigung ($\mathbf{a} = \ddot{\mathbf{x}}$)
$\mathbf{m}$	Massenmatrix
u, ψ	Innere Energie und freie HELMHOLTZsche Energie

$L,\ K,\ W$	Lagrange-Energie, Kinetische Energie, Verzerrungsenergie
$\underline{\mathbf{M}}$	Energie-Impuls-Tensor
$\mathbf{p}$	Pseudo-Impuls-Vektor
$\mathbf{g}$	Vektor der materiellen Kräfte
$\mathbf{N},\ \mathbf{n}$	Rand-Normalenvektor der Referenz- / Momentankonfiguration
$\mathcal{S}$	Phasengrenze
$\mathbf{N}_{\mathcal{S}},\ \mathbf{n}_{\mathcal{S}}$	Phasengrenzen-Normalenvektor der Referenz- / Momentankonfiguration
$\mathbf{g}_{\mathcal{S}}$	Materielle Kraft auf der Phasengrenze
$\tau_{\mathcal{S}}$	Materielle Kraft auf Phasengrenze in Normalenrichtung
$\boldsymbol{\mathcal{X}},\ m,\ V,\ \varphi$	Randvektor, Form-, Volumen- und Rotationsparameter des Ellipsoiden
$\tau_m,\ \tau_V,\ \tau_\varphi$	Treibende Kräfte auf Ellipsoidform, -volumen und -rotation
$\mathrm{v}_{\mathcal{S}}$	Phasengrenzen-Geschwindigkeit
$(\bullet)_{mac}$	Feldgröße $(\bullet)$ der Makroebene
$(\bullet)_{mic}$	Feldgröße $(\bullet)$ der Mikroebene
$(\bullet)_{\mathrm{e}}$	Diskretisierte Feldgröße $(\bullet)$ in der FEM
N	Ansatzfunktion
$\boldsymbol{\mathcal{U}}^I,\ \boldsymbol{\mathcal{V}}^I,\ \mathbf{N}_{\mathcal{S}}^I$	Tangentenvektoren und Einschluss-Normalenvektor am Knoten I
d	Schädigungsvariable
$d_\infty^\alpha,\ d_\infty^\beta$	Maximale skalare diskontinuierliche / kontinuierliche Schädigung
$\eta_\alpha,\ \eta_\beta$	Schädigungssättigungsparameter
$f(\xi)$	Schädigungsfunktion
c	Schallgeschwindigkeit
$\mathcal{H},\ \mathcal{H}_G$	HUGONIOT-Relation, HUGONIOT-GIBBS-Relation

Operatoren:

$\boldsymbol{\nabla}_{\mathbf{X}}(\bullet) = \dfrac{\partial(\bullet)}{\partial \mathbf{X}}$	Nabla-Operator, Gradient der Größe $(\bullet)$
$\mathrm{Div}(\bullet) = \boldsymbol{\nabla}_{\mathbf{X}} \cdot (\bullet)$	Divergenz-Operator
$[\![(\bullet)]\!] = (\bullet)^+ - (\bullet)^-$	Sprung einer Größe $(\bullet)$
$\langle\!\langle(\bullet)\rangle\!\rangle = \frac{1}{2}\left[(\bullet)^+ + (\bullet)^-\right]$	Arithmetischer Mittelwert einer Größe $(\bullet)$
$\dot{(\bullet)} = \dfrac{\partial(\bullet)}{\partial t}$	Partielle Ableitung einer Größe $(\bullet)$ nach der Zeit t
$\mathrm{tr}(\bullet) = (\bullet) \cdot \underline{\mathbf{1}}$	Spur eines Tensors $(\bullet)$
$\langle(\bullet)\rangle = \dfrac{1}{V}\int\limits_{\mathcal{B}}(\bullet)\, dV$	Volumenmittelwert einer Größe $(\bullet)$