

Christian Posthoff
Bernd Steinbach

Analytische Geometrie

Berichte aus der Mathematik

Christian Posthoff, Bernd Steinbach

Analytische Geometrie

Shaker Verlag
Düren 2020

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2020

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-7331-7

ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

In einem ersten Buch, das die Grundlagen der Geometrie darstellt, haben wir den klassisch-antiken Standpunkt verwendet. Dabei standen im wesentlichen die geometrischen Grundkonzepte und die Berechnung von Flächen, Volumina und Winkeln im Mittelpunkt.

Diese Vorgehensweise ist speziell orientiert auf visuelle Konzepte und Eindrücke. Sie ist etwas zum Anfassen und Draufschaun.

Seit Anfang des 17. Jahrhunderts hat sich die Vorgehensweise aber geändert. *Pierre de Fermat* (1601 - 1665) und *René Descartes* (1596 - 1650) beginnen, in einer anderen Richtung vorzugehen. Seit 1619 werden Punkte und deren Koordinaten in einem Koordinatensystem eingeführt und geometrische Begriffe in Funktionen und Gleichungen transformiert.

Diese Entwicklung hat sich bis heute fortgesetzt unter Schaffung völlig neuer Gebiete. Viele Anwendungen in der Physik, der Chemie, im Maschinenbau u.v.a.m. beruhen auf dieser Vorgehensweise, und in Verbindung mit Computern gibt es viele Softwarepakete zur Computergraphik.

Dieses Buch soll es ermöglichen, die Grundbegriffe auf leichte Art und Weise zu erlernen. Eine Sammlung von Aufgaben soll die dargestellten Ergebnisse überprüfbar machen, was durch die hinzugefügten Lösungen auch im engagierten Selbststudium möglich sein soll.

Chemnitz, Januar 2020

Christian Posthoff, Bernd Steinbach

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
2	Punkte und Strecken	11
2.1	Das Koordinatensystem	11
2.2	Die Entfernung zweier Punkte	17
2.3	Der Mittelpunkt einer Strecke	22
2.4	Innere und äußere Teilung einer Strecke	24
2.5	Der Flächeninhalt des Dreiecks	27
3	Die Gerade	31
3.1	Gerade durch den Ursprung	31
3.2	Die Normalform	34
3.3	Die allgemeine Form	35
3.4	Die Abschnittsgleichung	36
3.5	Geraden durch vorgegebene Punkte	36
3.6	Der Schnittpunkt zweier Geraden	37
3.7	Der Winkel zwischen zwei Geraden	38
3.8	Die Hessesche Normalform	40
4	Der Kreis	43
4.1	Mittelpunktsgleichung	43
4.2	Mittelpunktsgleichung der Kugel	43
4.3	Kreis und Gerade	44
4.4	Die allgemeine Kreisgleichung	48
4.5	Die Behandlung von beweglichen Figuren	49
4.6	Zylinder und Kegel	53
5	Die Parabel	57
5.1	Die Parabel als geometrischer Ort	57
5.2	Die vier Hauptlagen der Parabel	60
5.3	Beliebige Lage des Scheitels	61
5.4	Die Ähnlichkeit von Parabeln	64

5.5	Das Rotationsparaboloid	65
5.6	Die Tangente an eine Parabel	66
5.7	Die Normale einer Parabel	70
5.8	Eigenschaften des Brennpunktes	71
5.9	Parallele Sehnen	74
5.10	Die Parabel als Wurflinie	76
5.11	Der Flächeninhalt	82
5.12	Der Krümmungskreis der Parabel	84
6	Ellipse und Hyperbel	87
6.1	Die Ellipse	87
6.2	Die Brennpunkteigenschaften der Ellipse	89
6.3	Die Hyperbel	91
6.4	Ellipsoid und Hyperboloid	94
6.5	Weitere Eigenschaften von Ellipsen und Hyperbeln	98
6.6	Konjugierte Durchmesser	101
6.7	Die gleichseitige Hyperbel	103
7	Metamorphose der Kegelschnitte	105
7.1	Brennpunkt und Leitlinie	105
7.2	Darstellung in Polarkoordinaten	106
8	Noch ein paar schöne Bilder zum Abschluss	109
	Stichwortverzeichnis	111