Transformationen in der Mathematik und Physik

Uwe Kraeft

2015

Berichte aus der Mathematik

Uwe Kraeft

Transformationen in der Mathematik und Physik

Shaker Verlag
Aachen 2015

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-3252-9
ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Vorwort

Dieses Buch ist ein ergänzender Band zur „Einführung in die Kraftfelder aus geometrischer Sicht“ im „Lehrgang der Mathematik“ des Autors. Die im Titel angekündigten Transformationen gehören als Teilmenge der Abbildungen eigentlich zum allgemeinen und elementaren Bereich der Mathematik. Dementsprechend gibt es eine große Fülle von möglichen Umwandlungen, so dass hier eine Beschränkung in den Darstellungen auf wenige wesentliche Operationen und Eigenschaften erforderlich war. Im Detail zeigen sich einige Schwierigkeiten, die großenteils auf unterschiedlichen und schwer verständlichen Definitionen sowie auf der speziellen Symbolik beruhen. Eine wichtige Frage, die untersucht wird, betrifft das Verhalten von Tensoren und deren Beziehung zu Naturgesetzen.

In diesem Text werden in 10 Kapiteln nach einer Einführung Koordinaten, Achsentransformationen, Grundlagen der Linearen Algebra, die Multilineare Algebra, Tensoren und Vektoren, die Begründung der Tensoren durch W. Voigt, Transformationen in der Mathematik: (gebrochen) lineare Transformationen, Koordinatentransformationen, geometrische Transformationen, die Umwandlung von Funktionen, algebraische Transformationen, Differenzialtransformationen sowie Integraltransformationen (die beiden letzteren werden nur prinzipiell erwähnt), kristallographische Symmetrieoperationen und Transformationen in der Physik kurz behandelt. Eine kleine Auswahl des äußerst umfangreichen Schrifttums ist im Literaturverzeichnis beigefügt.

Das Buch stellt die Meinung des Autors nach dem Studium der Literatur und dessen Kenntnissen sowie eigenen Überlegungen dar. Der Inhalt wurde sorgfältig auf Fehler geprüft, die aber nicht gänzlich ausgeschlossen werden können. Eine Gewährleistung oder Garantie für die Richtigkeit des Textes kann nicht übernommen werden. Ich bin für entsprechende Hinweise oder Verbesserungsvorschläge dankbar.

Leimen, im November 2014 Uwe Kraeft

Auswahl von Symbolen (weitere Symbole siehe Text)

$\exists$	es gibt
$\Rightarrow, \Leftarrow, \Leftrightarrow$	hieraus folgt (in den angegebenen Richtungen)
$\in$	ist Element von (ist enthalten in)
$\{a,b,c\}$	Beispiel einer Menge mit Elementen a, b und c
$A \subset B$	die Menge A ist eine Teilmenge von B; A=B ist nicht ausgeschlossen
$A \cup B$	Vereinigungsmenge von A und B
$A \cap B$	Durchschnittsmenge von A und B
$=$	(genau) gleich (nur in der Mathematik); etwa gleich in physikalischen Formeln
$\cong$	angenähert gleich (Grenzwert)
$\approx$	ungefähr gleich
$\sim$	von ähnlicher Größenordnung, auch proportional
$\hat{=}$	entspricht
$\mathbb{N}$	natürliche Zahlen 1, 2, 3, ...
$\mathbb{N}^0$	natürliche Zahlen einschließlich der Null 0, 1, 2, 3, ...
$\mathbb{Q}^+, \mathbb{Q}^-$	positive, negative rationale Zahlen
$\mathbb{C}$	komplexe Zahlen
z	komplexe Zahlen $z=a+bi$
$z^*, \bar{z}$	konjugiert komplexe Zahlen $z^*=\bar{z}=a-bi$
V	Vektorraum
$\vec{r}$	Vektor, zum Beispiel (x_1,x_2,x_3), (x,y,z), (x,y,z,t)
$\vec{r}\,'$	transformierter Vektor, z. B. (x'_1, x'_2, x'_3), $(x_1{}', x_2{}', x_3{}')$
$\lvert\vec{r}\rvert$	Betrag, Länge des Vektors
a^j	kontravariante Komponenten
a_k	kovariante Komponenten
	ohne Unterscheidung: allgemeine Komponenten
A, B, …, T	Matrizen, Tensoren, Punkte, Mengen oder anderes
A^{-1}	inverse Matrix
A^T	transponierte Matrix
$\lvert A\rvert, \lvert\alpha_{ij}\rvert$	D(A) = Determinante von A
δ_{ij}	Kroneckersymbol: $\delta_{ij}=1$ für $i=j$ und $\delta_{ij}=0$ für $i\neq j$
$\bullet$	Skalarprodukt
$\times$	Vektorprodukt
$\otimes$	dyadisches Produkt, Tensorprodukt

Inhalt

http://www.kannitverstan.net/