Berichte aus der Mathematik

Waldemar Pompe

Existence theorems in the viscoplasticity theory

D 17 (Diss. TU Darmstadt)

Shaker Verlag
Aachen 2003

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Pompe, Waldemar:
Existence theorems in the viscoplasticity theory / Waldemar Pompe.
Aachen : Shaker, 2003
(Berichte aus der Mathematik)
Zugl.: Darmstadt, Techn. Univ., Diss., 2003
ISBN 3-8322-1306-6

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-1306-6
ISSN 0945-0882

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Zusammenfassung der Dissertation „Existence theorems in the viscoplasticity theory" von Waldemar Pompe

Die Untersuchungen der Arbeit sind motiviert durch das Studium des folgenden *dynamischen* Anfangsrandwertproblems, das viskoplastisches Materialverhalten bei kleinen Deformationen modelliert: Die offene, beschränkte Menge $\Omega \subset \mathbf{R}^3$ repräsentiere einen viskoplastischen Körper. Für jeden Ort $x \in \Omega$ und alle Zeiten $t \geq 0$ sind die Werte der Verschiebung $u(x,t) \in \mathbf{R}^3$ des Cauchyschen Spannungstensors $T(x,t) \in \mathcal{S}^3$ (= Menge der symmetrischen 3×3-Matrizen) und der plastischen Dehnung $\varepsilon_p(x,t)$ gesucht. Diese unbekannten Funktionen lösen das aus den Gleichungen

$$\rho u_{tt} - \operatorname{div}_x T(x,t) = b(x) \tag{1}$$

$$T(x,t) = B^{-1}(x)(\varepsilon(u(x,t)) - \varepsilon_p(x,t)) \tag{2}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\varepsilon_p(x,t) = f(T(x,t))\,, \tag{3}$$

den Anfangsbedingungen

$$u(x,0) = u^{(0)}(x)\,, \quad u_t(x,0) = u^{(1)}(x)\,, \quad \varepsilon_p(x,0) = \varepsilon_p^{(0)}(x) \tag{4}$$

und den Dirichletschen oder Neumannschen Randbedingungen bestehende Anfangsrandwertproblem. Hierbei ist $\rho > 0$ die konstante Massendichte und

$$\varepsilon(u(x,t)) = \frac{1}{2}(D_x u(x,t) + (D_x u(x,t))^T)$$

der lineare Dehnungstensor. Für jedes $x \in \Omega$ ist $B^{-1}(x) : \mathcal{S}^3 \to \mathcal{S}^3$ eine lineare, symmetrische, positiv definite Abbildung, der sog. Elastizitätstensor, und $f\colon \mathcal{S}^3 \to \mathcal{S}^3$ ist eine gegebene nichtlineare, ω-monotone Funktion.

In der Arbeit wird das Problem (1)–(4) zuerst auf eine abstrakte Formulierung verallgemeinert. Dadurch können neben dem besonderen Problem (1)–(4) auch aus anderen Gebieten der Mathematik kommende Aufgaben, wie z.B. der Variationsrechnung, betrachtet werden. Diese Verallgemeinerung erlaubt die *quasistatische* Variante des Problems (1)–(4) zu lösen, indem die Gleichung (1) durch

$$-\operatorname{div}_x T(x,t) = b(x) \tag{1'}$$

ersetzt wird. Das Problem der Existenz und Eindeutigkeit wird auf die allgemeine Theorie der monotonen Operatoren in einem Hilbertraum zurückgeführt. Dabei treten die größten Schwierigkeiten auf, wenn f stärker als ein Polynom wächst. Die Arbeit konzentriert sich also auf diesen Fall, obwohl die Ergebnisse auch für polynomial wachsende Funktionen f gelten.

Waldemar Pompe