

Maximilian Hamann

# Arithmetische Verarbeitungsschwierigkeiten spracherwerbsgestörter Kinder

Entwicklung und Evaluation einer  
strategieorientierten Förderung -  
Eine randomisierte und kontrollierte  
Interventionsstudie

# **Arithmetische Verarbeitungs- schwierigkeiten spracherwerbs- gestörter Kinder**

## **Entwicklung und Evaluation einer strategieorientierten Förderung**

Eine randomisierte und kontrollierte Interventionsstudie

### **Inaugural-Dissertation**

zur Erlangung des Doktorgrades der Philosophie  
der Ludwig-Maximilians-Universität München  
nach der Promotionsordnung vom 10.05.2016

vorgelegt von

Maximilian Hamann

aus

Lörrach

2022

Referent: Prof. Dr. Andreas Mayer

Korreferent: Prof. Dr. Ulrich Heimlich

Tag der mündlichen Prüfung: 21.02.2022

Berichte aus der Pädagogik

**Maximilian Hamann**

**Arithmetische Verarbeitungsschwierigkeiten  
spracherwerbsgestörter Kinder**

Entwicklung und Evaluation einer strategieorientierten Förderung  
– Eine randomisierte und kontrollierte Interventionsstudie

Shaker Verlag  
Düren 2022

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: München, Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2022

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8569-3

ISSN 0945-0920

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Dank

Meinen ersten Dank möchte ich meinem Doktorvater Herrn Prof. Dr. Andreas Mayer aussprechen, der mir die Möglichkeit gegeben hat, am Lehrstuhl für Sprachheilpädagogik der LMU München zu promovieren und eine neue Herausforderung anzunehmen. Dank seiner interessierten, freundlichen und humorvollen Art verlief der Wechsel aus dem Schuldienst an die Universität reibungslos und unaufgeregt. Er hat es geschafft, mir das Forschungsthema innerhalb eines einstündigen Treffens ans Herz zu legen, wo es sich bis zum heutigen Tage noch befindet. Ich bedanke mich für seine organisatorische Unterstützung und die inhaltlichen Gespräche zu meinem Promotionsprojekt, die gerne mal mit den Worten: „Jetzt lass uns über die wichtigen Dinge im Leben sprechen: Wie hat Bayern am Wochenende gespielt?“ oder „Kennst du eigentlich den Ostbahn Kurti?“ endeten. Unsere Unterhaltungen haben mir die nötige Gelassenheit in stressigen Zeiten vermittelt und brachten eine willkommene Abwechslung im Universitätsalltag. Zum Schluss bleibt mir nur zu sagen, dass ich Herrn Prof. Mayer wünsche, dass der FC Bayern München wenigstens in dieser Saison mal die Meisterschaft gewinnt. Meine Abwerbungsversuche zum Ballspielverein Borussia 09 e. V. Dortmund werde ich dennoch intensivieren.

An dieser Stelle möchte ich auch Claudia Heinzl meinen Dank aussprechen. Sie hat mich auf die Ausschreibung des Promotionsprojekts aufmerksam gemacht und darin bestärkt, mich auf die Promotionsstelle zu bewerben. Ich bin ihr sehr dankbar für den damaligen Ratschlag und habe meine Entscheidung zu keiner Sekunde bereut. Im Zuge dessen geht mein Dank auch an meine damaligen Schulleiterinnen Susanne Moser und Sieglinde Merthan, die mich in meinem Vorhaben stets unterstützt haben und damit meinen Weg an die Universität ebneten.

Ein großes Dankeschön geht an das ganze Lehrstuhlteam des Lehrstuhls für Sprachheilpädagogik, das mir in vielen universitären Belangen den Rücken freigehalten hat, mich während der Mittagspausen auf andere Gedanken brachte und mir damit wieder neue Energie verschaffte. Ganz besonders danke ich Sabine Prepens für ihren Einsatz beim Heben der Stimmung in aufreibenden Zeiten, die wertvollen und tiefgehenden Gespräche, ihre motivierenden Musik-Tipps und vieles mehr. Die langjährige Freundschaft schon seit dem Referendariat schätze ich sehr.

Mein Dank geht ebenfalls an alle Studierenden, die an den Forschungsseminaren teilgenommen haben und ihr Engagement bei zahlreichen Testungen und Fördersequenzen eingebracht haben. Ohne ihre Unterstützung hätte ich das Interventionsprogramm in diesem Ausmaß nicht evaluieren können. In diesem Zusammenhang geht auch ein großes Dankeschön an Dr. Marin Zec, der mir mit seinen geistreichen Fragen immer wieder neue Denkansätze gegeben hat und sich für die digitale Weiterentwicklung des strategieorientierten

Förderprogramms bereits viel Zeit genommen hat und mich bei der Entwicklung einer mobilen Anwendungssoftware sehr unterstützt.

Des Weiteren danke ich meiner Mutter Ulrike Hamann und meiner Tante Ute Hamann-Beierlorzer, die fleißig und geduldig Korrektur gelesen haben, jegliche Komma-Regeln recherchiert haben, mir mit Rat und Tat zur Seite gestanden haben und sich immer Zeit genommen haben.

Außerdem möchte ich Renate und Wolfgang Fein danken, die mit Care-Paketen und Energielieferanten die kulinarische Versorgung für die ein oder andere Nachtschicht sichergestellt haben.

Mein größter Dank gebührt meiner Freundin Vanessa. Wenn ich die Frage beantworten müsste, was Unterstützung bedeutet, dann würde ich ihre vielen Taten und Worte zusammenfassen, die mich auf dem Weg zur Dissertation begleitet haben. Neben motivierenden Nachrichten verzauberten mich ihre kulinarischen Zwischenmahlzeiten in einer Art und Weise, dass ich mir überlegen muss, direkt die nächste längere wissenschaftliche Arbeit anzuschließen. Über die Sorge um das Wohlbefinden hinaus, sortierte und strukturierte sie in feinsten Akribie formale Aspekte der vorliegenden Arbeit. Ich freue mich unbeschreiblich darauf, nun wieder mehr Zeit mir ihr als mit dem Sicherheitsdienst der Ludwig-Maximilians-Universität München verbringen zu können.

Bei Letzterem möchte ich mich dennoch bedanken. Mit stoischer Ruhe und Gelassenheit wurde ich im letzten Jahr zu später Stunde immer wieder freundlich darauf hingewiesen vor dem nächtlichen Verlassen des Universitätsgebäudes Fenster und Türen zu schließen sowie das Licht auszumachen („Wenn es Ihnen möglich ist, auch auf den Toiletten und Fluren bis zum Ausgang.“ „Ok.“). Der statistische Nachweis einer Energieeinsparung in den Räumlichkeiten des Schweinchenbaus, unter Kontrolle des coronabedingt eingeschränkten Publikumsverkehrs, steht noch aus. Zu Hause klingt das Lob ob der neu erlernten Kompetenzen des konsequenten Nutzens der Lichtschalter und der stets geschlossenen Türen nicht mehr ab. Danke.

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b> .....	<b>10</b>
1.1	Problemstellung .....	10
1.2	Zielsetzung .....	12
1.3	Vorgehen .....	12
1.4	Aufbau der Arbeit .....	13
1.5	Begriffsklärung .....	15
<b>Teil I: Theoretischer Hintergrund</b> .....		<b>17</b>
<b>2</b>	<b>Arithmetische Verarbeitungsleistungen</b> .....	<b>17</b>
2.1	Komponenten der arithmetischen Verarbeitung .....	19
2.1.1	Zahlenverarbeitung .....	19
2.1.2	Rechnen .....	22
2.1.2.1	Deklaratives Wissen .....	23
2.1.2.2	Konzeptuelles Wissen .....	23
2.1.2.3	Prozedurales Wissen .....	24
2.1.2.4	Metakognitives Wissen .....	24
2.2	Relevante Modelle der Zahlenverarbeitung und des Rechnens .....	26
2.2.1	Modulare Architektur der Zahlenverarbeitung und des Rechnens .....	26
2.2.2	Komplementäres Modell domänenübergreifender Funktionen und domänenspezifischer Module .....	31
2.2.3	Netzwerkmodelle des Abrufs arithmetischer Fakten .....	33
2.3	Allgemeine Entwicklung der arithmetischen Verarbeitungskomponenten .....	37
2.4	Konsequenzen für die Intervention .....	41
<b>3</b>	<b>Multiplikation – Fachwissenschaftliche Darstellung einer (Grund-)Rechenart</b> .....	<b>43</b>
3.1	Kompetenzerwartungen und mentaler Wissensaufbau der Multiplikation .....	43
3.2	Fachliche Grundlagen und Einführungswege der Multiplikation .....	46
3.2.1	Mathematische Begriffsbestimmung und Rechengesetze .....	46
3.2.2	Beispielgebundene Begründungen der Rechengesetze über verschiedene Modellvorstellungen .....	49
3.2.3	Didaktische Umsetzung im Unterrichtskontext .....	54
3.3	Kleines Einmaleins .....	57
3.3.1	Ganzheitlicher Zugang zum Einmaleins .....	58
3.3.2	Herangehensweisen beim Lösen von Aufgaben des kleinen Einmaleins .....	60
3.3.3	Automatisierung durch konsequentes Ableiten .....	69
3.4	Konsequenzen für die Intervention .....	74

<b>4</b>	<b>Rechenstörungen bei Schulkindern</b> .....	<b>76</b>
4.1	Multiperspektivität des Begriffs .....	76
4.2	Beeinträchtigungen im Bereich der arithmetischen Verarbeitung .....	80
4.2.1	Symptomatik .....	81
4.2.2	Verursachungshypothesen.....	84
4.2.3	Subtypendifferenzierung .....	93
4.3	Schlussfolgerungen für die Diagnostik und Behandlung von Rechenstörungen .....	98
<b>5</b>	<b>Intervention bei Rechenstörungen im Schulalter</b> .....	<b>101</b>
5.1	Allgemeine Überlegungen zur schulischen Intervention .....	101
5.2	Merkmale für die Gestaltung mathematischer Lernumgebungen .....	102
5.3	Metaanalytische Daten zur Effektivität mathematischer Interventionen.....	106
<b>6</b>	<b>Sprache und Mathematik – Zum Zusammenhang des sprachlichen Entwicklungsstandes mit den arithmetischen Verarbeitungskompetenzen</b> .....	<b>108</b>
6.1	Mathematisches Lernen unter Berücksichtigung von Sprache – eine Übersicht .....	111
6.2	Kinder mit Spracherwerbsstörungen .....	116
6.3	Vielfalt der Sprachen im Mathematikunterricht – Lernbarrieren für Kinder mit Spracherwerbsstörungen .....	122
6.3.1	Sprachenspektrum im Mathematikunterricht .....	123
6.3.2	Hürden für sprachschwache Kinder .....	125
6.4	Zahlenverarbeitung und Rechnen – Zusammenhänge mit den sprachlichen Fähigkeiten .....	131
6.4.1	Arithmetische Verarbeitungsschwierigkeiten spracherwerbsgestörter Kinder .....	133
6.4.2	Zerebrale Aktivierungen bei Aufgaben zur arithmetischen Verarbeitung .....	151
6.5	Erklärungsansätze für die arithmetischen Verarbeitungsschwierigkeiten spracherwerbsgestörter Kinder .....	160
6.5.1	Sprache als spezifischer Erklärungsfaktor.....	162
6.5.2	Übergreifende Erklärungsfaktoren.....	171
6.6	Modelle und Konsequenzen für eine sprachbewusste Intervention im Mathematikunterricht .....	180
6.6.1	Sprachheilpädagogisches Repertoire im Kontext mathematischen Lernens.....	182
6.6.1.1	Sprachheilpädagogische Planung des Mathematikunterrichts.....	182
6.6.1.2	Sprachheilpädagogisch relevante Methoden und Prinzipien für einen sprachbewussten Mathematikunterricht.....	188
6.6.2	Unterstützung beim Erwerb der fachsprachlichen Mittel .....	193
6.6.2.1	Scaffolding – Ein konzeptioneller Unterstützungsrahmen.....	193
6.6.2.2	Lernen fachsprachlicher Mittel im Mathematikunterricht.....	195

6.6.3	Bisherige Vorschläge zur Förderung spracherwerbsgestörter Kinder im Bereich der arithmetischen Verarbeitung.....	197
6.6.4	Sprachheilpädagogische Interventionsmöglichkeiten bei arithmetischen Verarbeitungsschwierigkeiten am Beispiel des mathematischen Faktenwissens .....	199
6.6.4.1	Therapie lexikalischer Störungen .....	199
6.6.4.2	Wortschatzsammler .....	202
6.7	Schlussfolgerungen und Motivation der vorliegenden Studie .....	207

## **Teil II: Empirische Arbeit .....212**

### **7 Fragestellungen der empirischen Untersuchung.....212**

7.1	Sprachliche Fähigkeiten und arithmetische Verarbeitung.....	212
7.1.1	Forschungsfrage 1: Zusammenhänge zwischen sprachlichen Fähigkeiten und arithmetischen Verarbeitungskompetenzen .....	212
7.1.2	Forschungsfrage 2: Unterschiede in den arithmetischen Verarbeitungsleistungen .....	214
7.2	Effektivität strategieorientierter Förderung mathematischen Faktenwissens ..	215
7.2.1	Forschungsfrage 3: Langfristige Effekte auf den Abruf mathematischer Fakten.....	215
7.2.2	Forschungsfrage 4: Langfristige Effekte auf die Anwendung basaler mathematischer Strategien .....	217

### **8 Methodik.....218**

8.1	Überblick über das Studiendesign .....	218
8.2	Probanden.....	222
8.2.1	Einschlusskriterien .....	222
8.2.2	Stichprobenkonstruktion.....	225
8.2.3	Endgültige Gesamtstichprobe .....	226
8.3	Eingesetzte Messinstrumente.....	227
8.3.1	Überprüfung des sprachlichen Entwicklungsstandes.....	227
8.3.1.1	Wortschatz- und Wortfindungstest für 6- bis 10-jährige Kinder - WWT 6-10 (Glück 2011).....	227
8.3.1.2	Evozierte Sprachdiagnose grammatischer Fähigkeiten für 4- bis 8-jährige Kinder - ESGRAF 4-8 (Motsch/Rietz 2019) .....	229
8.3.1.3	Test zur Überprüfung des Grammatikverständnisses - TROG-D (Fox-Boyer 2016) .....	231
8.3.2	Mathematische Leistungen .....	232
8.3.3	Kontrollvariablen .....	234
8.3.3.1	Kapazität des phonologischen Arbeitsgedächtnisses .....	235
8.3.3.2	Benennungsgeschwindigkeit.....	236
8.3.3.3	Nonverbale, kognitive Verarbeitungsleistungen.....	238
8.4	Interventionsstudie.....	240
8.4.1	Stichprobenauswahl.....	240

8.4.2	Randomisierte Gruppenzuweisung .....	241
8.4.3	Vortestungen (T1) .....	244
8.4.4	Strategieorientiertes Förderkonzept mathematischen Faktenwissens ...	246
8.4.4.1	Grundlagen und Ziele.....	246
8.4.4.2	Inhalte und Methoden .....	247
8.4.4.3	Sprachheilpädagogische Akzentuierung .....	257
8.4.4.4	Exemplarische Darstellung einer Fördereinheit .....	263
8.4.5	Vorbereitungen für die Intervention .....	266
8.4.6	Durchführung der Intervention.....	266
8.4.7	Nachtestungen (T2, T3) .....	267
8.4.7.1	Post-Test (T2): unmittelbar nach der Intervention.....	267
8.4.7.2	Follow-Up-Test (T3): sechs Wochen nach Abschluss der Intervention .....	267
8.4.7.3	Drop-Outs .....	268
8.5	Statistische Berechnungen .....	268
<b>9</b>	<b>Ergebnisse .....</b>	<b>278</b>
9.1	Darstellung der Stichprobe (Deskriptive Statistik) .....	278
9.1.1	Ergebnisse der Lehrerbefragung hinsichtlich Mehrsprachigkeit.....	278
9.1.2	Beschreibung der Stichprobencharakteristika .....	279
9.1.3	Ergebnisse der Überprüfung sprachlicher Fähigkeiten .....	281
9.1.4	Ergebnisse der basisnumerischen Leistungsüberprüfungen .....	287
9.1.5	Ergebnisse in den weiteren erhobenen Verarbeitungsleistungen .....	297
9.2	Sprachliche Fähigkeiten und arithmetische Verarbeitung.....	302
9.2.1	Forschungsfrage 1: Zusammenhänge zwischen sprachlichen Fähigkeiten und arithmetischen Verarbeitungskompetenzen .....	302
9.2.1.1	Zusammenhänge zwischen spezifisch sprachlichen Fähigkeiten und arithmetischen Verarbeitungskompetenzen.....	302
9.2.1.2	Zusammenhänge zwischen sprachlichen Fähigkeiten und arithmetischen Verarbeitungskompetenzen unter Kontrolle weiterer Verarbeitungsleistungen.....	305
9.2.1.3	Einfluss sprachlicher Prädiktoren auf die arithmetischen Verarbeitungskompetenzen .....	307
9.2.2	Forschungsfrage 2: Unterschiede in den arithmetischen Verarbeitungskompetenzen sprachlich normal entwickelter Kinder und spracherwerbsgestörter Kinder .....	316
9.2.2.1	Unterschiede in den arithmetischen Verarbeitungsleistungen zwischen sprachlich normalentwickelten Kindern und spracherwerbsgestörten Kindern.....	316
9.2.2.2	Unterschiede in den arithmetischen Verarbeitungsleistungen zwischen den Subgruppen spracherwerbsgestörter Kinder.....	318
9.2.2.3	Unterschiede in den arithmetischen Verarbeitungsleistungen zwischen Gruppen spracherwerbsgestörter Kinder mit und ohne Beeinträchtigung in der rezeptiven Modalität.....	322

9.3	Effektivität strategieorientierter Förderung mathematischen Faktenwissens ..	324
9.3.1	Darstellung der Interventionsstichprobe (Deskriptive Statistik) .....	324
9.3.1.1	Beschreibung der Stichprobencharakteristika .....	324
9.3.1.2	Ergebnisse der Überprüfung sprachlicher Fähigkeiten .....	325
9.3.1.3	Ergebnisse der basisnumerischen Leistungsüberprüfungen .....	326
9.3.1.4	Ergebnisse in den weiteren erhobenen Verarbeitungsleistungen .....	327
9.3.1.5	Unmittelbare Vortestleistungen (T1) der Experimental- und Kontrollgruppe im Rechnen (Multiplikation) .....	328
9.3.2	Ermittlung der Trainingseffekte auf den Abruf mathematischer Fakten.....	330
9.3.2.1	Forschungsfrage 3: Langfristige Effekte auf den Abruf mathematischer Fakten.....	330
9.3.2.2	Forschungsfrage 4: Langfristige Effekte auf die Verwendung basaler mathematischer Strategien .....	342
<b>10</b>	<b>Diskussion .....</b>	<b>346</b>
10.1	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse.....	346
10.1.1	Sprachliche Fähigkeiten und arithmetische Verarbeitung .....	346
10.1.1.1	Zusammenhänge zwischen sprachlichen Fähigkeiten und arithmetischen Verarbeitungskompetenzen.....	346
10.1.1.2	Unterschiede in den arithmetischen Verarbeitungskompetenzen sprachlich normal entwickelter Kinder und sprachlerwerbsgestörter Kinder .....	350
10.1.2	Effektivität strategieorientierter Förderung mathematischen Faktenwissens .....	353
10.1.2.1	Langfristige Effekte auf den Abruf mathematischer Fakten .....	353
10.1.2.2	Langfristige Effekte auf die Verwendung basaler mathematischer Strategien .....	357
10.2	Pädagogische Implikationen und Schlussfolgerungen für die schulische Praxis .....	359
10.3	Limitationen der Studie .....	364
10.4	Ausblick .....	369
	<b>Abbildungsverzeichnis.....</b>	<b>375</b>
	<b>Tabellenverzeichnis.....</b>	<b>382</b>
	<b>Abkürzungsverzeichnis.....</b>	<b>387</b>
	<b>Literaturverzeichnis.....</b>	<b>388</b>
	<b>Abstract .....</b>	<b>442</b>