

Lorin Kazaz

**Numerische Modellierung und  
transiente Simulation von Getrieben**



# Numerische Modellierung und transiente Simulation von Getrieben

Von der Fakultät Konstruktions-, Produktions- und Fahrzeugtechnik  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Abhandlung

Vorgelegt von  
**Lorin Daniel Kazaz**  
aus Tübingen

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard  
Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. Bernhard Schweizer

Tag der mündlichen Prüfung: 20. April 2022

Institut für Technische und Numerische Mechanik  
der Universität Stuttgart

2022



Schriften aus dem Institut für Technische und Numerische  
Mechanik der Universität Stuttgart

Herausgeber: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. Peter Eberhard

Band 72/2022

**Lorin Kazaz**

**Numerische Modellierung und transiente Simulation  
von Getrieben**

D 93 (Diss. Universität Stuttgart)

Shaker Verlag  
Düren 2022

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Stuttgart, Univ., Diss., 2022

Copyright Shaker Verlag 2022

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-8622-5

ISSN 1861-1651

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Technische und Numerische Mechanik. Bedanken möchte ich mich bei Herrn Prof. Peter Eberhard für Rat, Unterstützung und die von ihm geförderte offene Atmosphäre am Institut. Mein Dank gilt auch dem Leitungsteam des ITM um Pascal Ziegler, Michael Hanss, Jörg Fehr und Peter Eberhard, sowie bei allen ITMlern, welche zum freundschaftlichen und hilfsbereiten Miteinander am Institut beitragen. Herrn Prof. Schweizer danke ich für die Übernahme des Mitberichts.

Bedanken möchte ich mich bei Pascal Ziegler und Christian Pfister unter anderem für die Zusammenarbeit bei Zahnradthemen. Sehr wertvoll fand ich auch Diskussionen in Kaffeepausen sowie persönliche Gespräche mit meinen Kolleginnen und Kollegen. Vielen Dank an Fabian Matter, Daniel Sollich und Dennis Grunert für die lehrreiche gemeinsame Arbeit an der IT des Instituts und für die gemeinsamen Admin-Spaziergänge. Dank an Andreas Schönlé, Elizaveta Shishova, Georg Schneider, dem ganzen ITM und natürlich Christian Pfister und Dirk Schnabel für wesentliche Beiträge zu denkwürdigen Abenden und Gesprächen. Ich bedanke mich bei allen, mit denen ich sehr gerne zusammengearbeitet habe und mit denen ich auch Privates austauschen durfte. Vielen Dank an alle, die den Doktorhut ermöglicht und mitgeholfen haben.

Herrn Peter Schöler danke ich für die sehr kompetente Hilfe bei allen Themen, die Labortechnik anbelangen.

Ganz herzlich möchte ich mich bei meiner Freundin Rike, Bernd, Jan und meiner Familie für die Unterstützung und Geduld während des Schreibens meiner Arbeit bedanken. Ganz besonders und von Herzen bedanken möchte ich mich bei Birgit Meißner für die Unterstützung während des Schreibens der Arbeit und beim Iterieren des Vortrags.

Danke!

Lorin Kazaz

Stuttgart, im April 2022



# Inhalt

Kurzfassung . . . . .	IX
Abstract . . . . .	XI
Abkürzungen . . . . .	XIII
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Ausgangspunkt und Problemstellung . . . . .	2
1.2 Ziel und Aufbau der Arbeit . . . . .	3
<b>2 Überblick und Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1 Überblick zu MKS, EMKS und FE . . . . .	7
2.2 Freie automatisierbare Vernetzung mit Tetraedernetzen . . . . .	8
2.3 Festkörperbeschreibung . . . . .	10
2.3.1 Finite-Elemente . . . . .	10
2.3.2 Dämpfungsparameter . . . . .	10
2.4 Elastische Mehrkörpersysteme mit Kontakt . . . . .	11
2.4.1 Modellordnungsreduktion durch Projektion . . . . .	11
2.4.2 Spannungsrekonstruktion mit reduzierten elastischen Körpern . . . .	12
2.4.3 Floating-Frame-of-Reference Ansatz . . . . .	14
2.4.4 Kontakt mit Penalty-Regularisierung . . . . .	14
2.5 Fluidbeschreibung mit SPH . . . . .	15
2.5.1 Lagrangesche Beschreibung mittels Smoothed Particle Hydrodynamics	15
2.5.2 Weakly Compressible SPH mit Tait-Murnaghan Druckgleichung . . .	19
2.5.3 Wahl eines kompakten positiv-definiten Kerns . . . . .	22
2.5.4 Stabilitätsbedingungen . . . . .	23



---

2.5.5	Effizienzerhöhung durch Reduktion der Schallgeschwindigkeit . . . . .	24
2.5.6	Rechenzeit in Abhängigkeit der Partikelanzahl . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Transiente Zahnradkontaktsimulationen mit Floating Frame of Reference Ansatz und Ansatzfunktionen höherer Ordnung</b>	<b>27</b>
3.1	Kontaktberechnung in EMKS mit quadratischen Tetraeder Ansatzfunktionen	28
3.1.1	Feinkontaktssuche . . . . .	28
3.2	Vernetzungsaufwand für ein industrielles Planetengetriebe . . . . .	32
3.3	Simulative Untersuchungen . . . . .	33
3.3.1	Validierung mittels Stoßsimulation . . . . .	33
3.3.2	Abrollsimulation . . . . .	38
3.4	Zusammenfassung der Tet10-Ergebnisse . . . . .	39
<b>4</b>	<b>Präzises Abbilden von lokalem transientem Kontaktverhalten ohne Einführung unphysikalischer Dynamik</b>	<b>43</b>
4.1	Klassische Reduktionsmethoden und hochfrequente Moden . . . . .	44
4.1.1	Eigenschaften von MOR mit globalen Eigenmoden-Basen . . . . .	46
4.1.2	Massenorthogonale Korrekturmoden für lokalen Kontakt . . . . .	50
4.2	Konstruktiver Beweis diagonalisiertes Subsystem . . . . .	51
4.3	Frequenzen des diagonalisierten linearen Subsystems . . . . .	54
4.4	Durchgriff zur Modellierung der wesentlichen Informationen . . . . .	57
4.5	Diskussion . . . . .	64
4.6	Zusammenfassung der Ergebnisse mit Durchgriff . . . . .	67
<b>5</b>	<b>Vergleich des Schleppmoments zwischen Simulationen und Experiment</b>	<b>69</b>
5.1	Versuchsaufbau und Messung . . . . .	70
5.1.1	Auswertung des Sensorsignals . . . . .	72
5.2	SPH-Simulation mit Pasimodo . . . . .	77
5.3	Vergleich von Simulation und Experiment . . . . .	82
5.4	Illustration des Einflusses numerischer Stabilisierungsviskosität . . . . .	85
5.4.1	Einfluss numerischer Stabilisierungsviskosität demonstriert anhand der Couette-Strömung . . . . .	85

5.4.2 Einfluss numerischer Stabilisierungsviskosität auf das Schleppmoment	87
<b>6 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>91</b>
<b>Anhang</b>	<b>97</b>
A.1 Skizzen und Aufbau der Luftlagerung . . . . .	97
A.2 Betrachtung zu Sampling und Geschwindigkeitsmessung . . . . .	98
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>101</b>



## Kurzfassung

Elastische Bauteile sowie Zahnräder gibt es in vielen Anwendungsgebieten wie z.B. in Getrieben für Windkraftanlagen oder in Robotern. Neuerdings sollen diese kompakter, leichter und dünner gebaut werden, um Kosten und Platz zu sparen. Dadurch werden sie deformierbarer. Elastische Deformationen müssen deshalb auch in Simulationen berücksichtigt werden. Eine typische Herangehensweise ist eine Simulation mittels der linearen Finite-Elemente (FE) Methode. Bei großen nichtlinearen Bewegungen und Rotationen mit dynamischem Einschwingen oder dynamischen Rückkopplungen mit anderen Bauteilen wird die Simulationszeit hierbei jedoch zu hoch für praktische Anwendungen. Deshalb wird Modellordnungsreduktion (MOR) eingesetzt, was die Rechenzeit reduziert. Weiter können mithilfe einer Beschreibung mittels mitbewegtem Referenzsystem (Englisch: Floating Frame of Reference Formulation (FFRF)) in Kombination mit linearer Modellordnungsreduktion (MOR) die FE-Modelle effizient mit Mehrkörpermodellen gekoppelt werden und damit große nichtlineare Bewegungen zusammen mit elastischen Verformungen effizient und schnell simuliert werden. Man erhält so ein Elastisches Mehrkörpersystem (EMKS).

Diese Arbeit untersucht Verfahren, die sich für die Anwendung auf Systeme mit Kontaktinteraktionen eignen. Hierfür werden Interaktionen mit dynamischer Kontaktsuche und Kontaktkraftberechnung umgesetzt. Die Vorbereitung der Simulationsdaten soll schnell und automatisiert erledigt werden können. Eine übliche Diskretisierung der elastischen Körper mittels Hexaedernetzen erleichtert zwar eine Berechnung der Kontaktbereiche und Kontaktkräfte, die Vernetzung ist jedoch schwer automatisierbar. Im Gegensatz hierzu lassen sich unstrukturierte FE-Netze aus Tetraedern gut automatisiert erstellen. Ein Ziel dieser Arbeit ist, die Vorteile dieser Netze und deren Anwendbarkeit auch im Zusammenspiel mit FFRF und EMKS zu zeigen. Von besonderer Wichtigkeit ist die genaue Beschreibung der Deformation und der Kontaktbereiche eines elastischen Körpers, wenn die Spannungen dort Ziel der Simulationen sind. Zum Beispiel ist bei Getrieben die Kontaktdynamik der Zahnflanken wichtig. Bisherige MOR Verfahren haben hierbei Schwierigkeiten, denn ein höherer Detailgrad benötigt umfangreichere Modelle bzw. erhöht den Rechenaufwand. Dieser erhöhte Rechenaufwand lässt sich in einigen wichtigen Fällen durch eine Reduktion der Anzahl an Freiheitsgraden (FHG) nicht oder nicht ausreichend kompensieren.

Diese Arbeit liefert einen Beitrag wie MOR erfolgreich eingesetzt werden kann, sodass die bisherigen langen Rechenzeiten vermieden werden. Eine mögliche Ursache für hohe Rechenzeiten, trotz kleiner Modellordnung nach Anwendung einer MOR, sind Stabilitätsgrenzen der expliziten Zeitintegrationsverfahren insbesondere bei hohen Eigenfrequenzen des Systems. Übliche Reduktionsverfahren für lineare Modelle verwenden eine Menge von Ansatzfunktionen, um das Verhalten des freien Körpers zu beschreiben. Bei der Kopplung

von Körpern oder bei Kontakt werden häufig sogenannte Korrekturmoden zur reduzierten Steifigkeits- und Massenmatrix hinzugefügt, wobei jede Korrekturmode eine dynamische Komponente zum reduzierten System beiträgt. Bei diesen Korrekturmoden handelt es sich typischerweise um unplausible Schwingungsmoden mit sehr hohen zugehörigen Frequenzen, die aufgrund von Stabilitätsbeschränkungen explizite Löser gewöhnlicher Differentialgleichungen (ODE) behindern. In dieser Arbeit wird ein neuartiger Ansatz vorgestellt, um den Kontakt zwischen elastischen Körpern mit hoher Präzision zu behandeln, um lokale Verformungen genau zu erfassen, ohne unplausible hochfrequente dynamische Komponenten einzuführen. Ziel der Arbeit ist es, eine systematische Modellierungsmethode zu erarbeiten, mit der hohe Genauigkeit erreicht wird und dennoch die Rechenzeit reduziert wird.

Ein weiterer wichtiger Aspekt in Getrieben ist die Interaktion zwischen den Zahnrädern und dem Ölbad, durch das sie sich drehen. Hierbei ist nicht die Verformung der Zähne das Ziel der Untersuchung, sondern die Schmierungeigenschaften und das abbremsende Schleppmoment, das auf die Zahnräder wirkt. In realen Getrieben sind die Zahnräder nicht komplett in Öl eingetaucht. Somit ergibt sich die freie Fluidoberfläche dynamisch. Die Simulation dieser Interaktion inklusive freier Oberfläche ist eine Herausforderung, bei der Fluid und Struktur sowie deren Interaktion simuliert werden müssen. In dieser Arbeit wird hierzu eine Simulation mit Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) erstellt, um die Anwendbarkeit und die Genauigkeit von SPH für dieses Szenario zu untersuchen. Experimentell wird ein dem Simulationsszenario entsprechender Versuch aufgebaut, bei dem die Schleppmomente gemessen werden. Anhand der Schleppmomente werden die SPH-Simulationen quantitativ validiert.

## Abstract

Elastic components and gears are used in many applications for example in gearboxes for wind turbines or in robots. Recently, these are to be made more compact, lighter, and thinner in order to save costs and space. This makes them more deformable. Elastic deformations must, therefore, also be taken into account in simulations. A typical approach is a simulation using a linear Finite Element (FE) method. However, for large nonlinear motions and rotations with dynamic settling or dynamic feedback with other components, the simulation time becomes too high for practical applications. Therefore, model order reduction (MOR) is used, which reduces the computation time. Furthermore, using a floating frame of reference formulation (FFRF) in combination with linear model order reduction (MOR), the FE models can be efficiently coupled with multibody models and thus large nonlinear motions together with elastic deformations can be simulated efficiently and quickly. An elastic multibody system (EMKS) is thus obtained.

This work investigates methods suitable for application to systems with contact interactions. For this purpose, interactions with dynamic contact search and contact force calculation are implemented. The preparation of the simulation data should be fast and automated. A common discretization of the elastic bodies by means of hexahedral meshes facilitates a calculation of the contact areas and contact forces, but the meshing is difficult to automate. In contrast, unstructured FE meshes of tetrahedra can be well automated. One goal of this work is to show the advantages of these meshes and their applicability also in interaction with FFRF and EMKS. Of particular importance is the accurate description of the deformation and contact regions of an elastic body when the stresses there are the target of the simulations. For example, in gears, the contact dynamics of the tooth flanks is important. Previous MOR methods have difficulties here, because a higher level of detail requires more extensive models or increases the computational effort. This increased computational effort cannot or not sufficiently be compensated by reducing the number of degrees of freedom in some important cases.

This work provides a contribution on how MOR can be successfully applied so that the previously long computation times can be avoided. A possible cause for high computation times, despite small model order after application of MOR, are stability limits of explicit time integration methods, especially at high natural frequencies of the system. Common reduction methods for linear models use a set of Ansatz functions to describe the behavior of the free body. When bodies are coupled or in contact, so-called correction modes are often added to the reduced stiffness and mass matrix, with each correction mode contributing a dynamic component to the reduced system. These correction modes are typically implausible vibration modes with very high associated frequencies that impede explicit solvers of ordinary differential equations (ODE) due to stability constraints. In this work, a novel approach is presented to treat the contact between elastic bodies with high

precision to accurately capture local deformations without introducing implausible high-frequency dynamic components. A goal of this work is to develop a systematic modeling method that achieves high accuracy while still reducing computation time.

Another important aspect in gears is the interaction between the gears and the oil bath through which they rotate. Here, the target is not the deformation of the teeth, but the lubrication properties and the decelerating drag torque that acts on the gears. In real gear boxes, the gears are not completely immersed in oil. Thus, the free fluid surface results dynamically. The simulation of this interaction including the free surface is a challenge, where fluid and structure as well as their interaction have to be simulated. In this work, a simulation using Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH) is created to investigate the applicability and accuracy of SPH for this scenario. Experimentally, a test corresponding to the simulation scenario is set up in which the drag torques are measured. The obtained drag torques are used to quantitatively validate the SPH simulations.

## Abkürzungen

CFL	Courant–Friedrichs–Lewy, Autoren der CFL-Stabilitätsbedingung
EMKS	Elastische Mehrkörpersysteme
FEA	Finite-Elemente-Analyse
FFRF	Floating Frame of Reference Formulierung
FHG	Freiheitsgrade
MKS	Mehrkörpersysteme
MOR	Modellordnungsreduktion
ODE	Ordinary Differential Equation, gewöhnliche Differentialgleichung
PDE	Partial Differential Equation, partielle Differentialgleichung
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics
WSPH	Weakly Compressible SPH