

## SCHÜLERNAHER FÄCHERÜBERGREIFENDER COMPUTERUNTERRICHT

Computer Algebra Systeme (CAS) haben in den zurückliegenden 10 bis 15 Jahren einen modernen Mathematikunterricht erobert. Die Dissertation von Herrn Dipl.-Ing. Mag. Dr. Alfred Othmar Dominik dokumentiert die Forschung zum Einsatz des CAS MATHEMATICA™. Die Arbeit verdient trotz rasanter Entwicklungen in der Informationstechnologie auch sieben Jahre nach ihrer Fertigstellung noch immer besondere Beachtung. Sie ist sicherlich eine der umfangreichsten *praxisnahen* fachdidaktischen Arbeiten zum Einsatz der ‚MATHEMATICA™ Paletten Philosophie‘ als methodisches Instrument in einem individualisierten schülernahen Mathematik- und Naturwissenschaftsunterricht.

Die dargestellten Forschungsergebnisse stießen auf großes Interesse bei Internationalen Konferenzen (ICTMT (International Conference on Technology in Mathematics Teaching) 4<sup>1</sup>, University of Plymouth; ICTMT 5<sup>2</sup>, Universität Klagenfurt) und nationalen Konferenzen (Österreichische Mathematische Gesellschaft<sup>3</sup>). In enger Zusammenarbeit mit den Kollegen Hitoshi Nishizawa und Takayoshi Yoshioka vom Toyota National College of Technology entstanden Publikationen, die auf der ATCM (Asian Technology Conference in Mathematics) 2000<sup>4</sup> und ATCM 2001<sup>5</sup> publiziert wurden. 2002 weilten Herr Dominik und ich auf Einladung der japanischen Hochschule auf Forschungsaufhalt am Toyota National College of Technology in Japan. Diesem intensiven Gedankenaustausch mit den Kollegen vor Ort entsprang eine weitere Publikation, die auf der ATCM (2003<sup>6</sup>) mit dem ‚Best Paper Award‘ prämiert wurde.



Inhaltlich spannt Herr Dominik einen weiten Bogen von elementarer Algebra bis hin zur Behandlung von Taylorreihen. Neben der naheliegenden symbolischen Bearbeitung mathematischer Ausdrücke werden die verschiedenen Möglichkeiten grafischer Repräsentation diskutiert. Besondere Beachtung verdient aber die Einbeziehung von Funktionen zur Generierung von Sound – Dateien, d. h. die Integration der auditiven Perspektiven bei der Diskussion der prototypischen Eigenschaften der Sinusfunktion („Listening to sin – functions“).

<sup>1</sup> DOMINIK, A.; FUCHS, K. (1999): *MATHEMATICA – Palettes – A Methodical way to provoke Students into Using Mathematical Strategies*. In: Proceedings of the Fourth International Conference on Technology in Mathematics Teaching, Plymouth, UK

<sup>2</sup> DOMINIK, A. (2001): *Taylor Series and finding zeros with Mathematica and Derive*. In: Proceedings of ICTMT 5 (Borovcnik, M.; Kautschitsch, H. Hrsg.). Schriftenreihe Didaktik der Mathematik, Bd. 26, öbv&hpt: Wien, S. 181 – 184

<sup>3</sup> DOMINIK, A.; FUCHS, K. (2000): *MATHEMATICA™ Palettes – Eine für den mathematisch – naturwissenschaftlichen Unterricht adaptierte / adaptierbare Computeralgebra Lernumgebung*. In: ÖMG, Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Höheren Schulen, Heft 32, S. 24 – 40

<sup>4</sup> YOSHIOKA, T.; FUCHS, K.; NISHIZAWA, H.; DOMINIK, A. (2000): *Step by Step instruction of symbolic calculation*. In: Proceedings of the Fifth Asian Technology Conference in Mathematics, S. 186 - 192

<sup>5</sup> YOSHIOKA, T.; FUCHS, K.; NISHIZAWA, H.; DOMINIK, A. (2001): *Remedial Education of Symbolic Fractional Calculations Focused On each Calculating Step*. In: Proceedings of the Sixth ATCM, S. 205 -212

<sup>6</sup> NISHIZAWA, H.; YOSHIOKA, T.; FUCHS, K.; DOMINIK, A. (2003): *A Knowledge – Sensitive – On – line Exercise for Developing Algebraic Calculation Strategies*. In: Proceedings of the Eighth ATCM, S. 118 - 126

Da Herr Dominik auch eine universitäre Ausbildung aus Physik (Lehramt sowie Studium aus Technischer Physik) besitzt, sind einige der Beispiele fächerübergreifender Natur (Funktionelle Aspekte von Schwingungen oder Elektrische Schaltungen).

Herr Dominik bestreitet seit dem WS 2009 / 2010 erfreulicherweise die Grundvorlesung ‚Einführung in die Physikdidaktik‘ an der Universität Salzburg im neu eingerichteten Lehramt für Physik. Seine Sicht auf eine Fachdidaktik als eine Disziplin zwischen *Theorie* und *Praxis* – Herr Dominik ist seit 16 Jahren als Lehrer aus Mathematik, Physik und Informatik an Allgemein- und Berufsbildenden Höheren Schulen sowie in der Lehrerfortbildung tätig – findet bei den Studierenden im Lehramt sehr großen Anklang.

Es ist zu erwarten, dass Herr Dominik durch diese Einbindung in die Lehrerausbildung an der Universität Salzburg aufgrund seines großen Engagements und Interesses an Didaktik der Mathematik, Informatik und Physik wieder verstärkt in diesen Bereichen *theoretisch* forschen wird.

Allen Lehrerinnen und Lehrern, die den Einsatz von CAS im Mathematik- / Physikunterricht planen bzw. die auf der Suche nach Modellen für einen sinnstiftenden schülernahen Einsatz von Computern im Naturwissenschaftlichen Unterricht sind, möchte ich dieses Buch ans Herz legen.

Salzburg, im Herbst 2010

Karl Josef Fuchs

**MATHEMATICA - Paletten**  
**als Lern- und Experimentiertools**  
**im**  
**Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Unterricht**

**Dissertation an der Paris-Lodron-Universität Salzburg**  
**zur Erlangung des akademischen Grades eines**  
**Doktor der Naturwissenschaften**

**eingereicht von**  
**Mag. Dipl.-Ing. Alfred Othmar Dominik**

**begutachtet von**  
**Univ.-Doz. Dr. Karl Josef Fuchs**  
**und**  
**Univ.-Prof. Dr. Jochen Pfalzgraf**

**Salzburg, im September 2003**



**Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik  
an der Universität Salzburg**

herausgegeben von  
Ao. Univ.-Prof. Mag. Dr. Karl Josef Fuchs

Band 4

**Alfred Othmar Dominik**

**MATHEMATICA-Paletten als  
Lern- und Experimentiertools im Mathematisch-  
Naturwissenschaftlichen Unterricht**

Shaker Verlag  
Aachen 2010

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2010

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-9552-3

ISSN 1865-3855

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## **Abstract**

Die vorliegende Arbeit beschreibt Zielsetzungen spezieller MATHEMATICA - Menüs, sogenannter Paletten, und den Einsatz im Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Unterricht. Eine Fülle von Beispielen soll die großen Anwendungsmöglichkeiten benutzerdefinierter Paletten-Prozeduren in den Bereichen Funktionsverkettung, Funktionsprototypen, Logik, Komplexe Zahlen, Iterationsverfahren, Nullstellenbestimmung, Taylorreihen, Gleichungssysteme, Elektrische Schaltungen und funktionelle Aspekte von Schwingungen zeigen.





<b>INHALTSVERZEICHNIS</b>	<b>Seite</b>
<b>Vorwort und Zielsetzung</b>	6
<b>1. COMPUTERALGEBRA IM MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICHEN UNTERRICHT</b>	8
1.1 DERIVE im Schulunterricht	8
1.2 MATHEMATICA - Einsatz bei ‚Maths&Fun‘ und ‚MS help21‘	10
<b>2. MATHEMATICA - PALETTEN - EIN NEUES TOOL</b>	11
2.1 Pädagogische Überlegungen zum Einsatz von MATHEMATICA - Paletten	11
2.2 Wie werden Paletten konstruiert?	19
2.3 Neue Impulse für den Prozess „Unterrichten von Mathematik und Naturwissenschaften“	24
2.3.1 Problemlösen und das Entwickeln von Strategien	24
2.3.2 Auditive Repräsentation von Mathematik	37
2.3.2.1 Addition von Sinuskurven ungleicher Frequenz	40
2.3.2.2 Ein Additionstheorem wird hörbar	44
2.3.3 Entwicklung von und Modellieren mit Prototypen	48
2.3.4 Verkettung von Funktionen	60
2.3.5 Visualisierung als Lernhilfe	66
2.3.5.1 Visualisierung als Lernhilfe bei Kurvendiskussionen	66

2.3.5.2	Visualisierung als Lernhilfe bei der Nullstellenbestimmung	74
2.3.5.3	Visualisierung als Lernhilfe bei Iterationsverfahren	82
2.3.5.4	Visualisierung als Lernhilfe bei Vernetzten Systemen	92
2.3.5.5	Visualisierung als Lernhilfe bei Taylorreihen	102
2.3.6	Komplexe Zahlen: Aschenputtel der Schulmathematik	109
<b>3.</b>	<b>VERÖFFENTLICHUNGEN und PRÄSENTATIONEN</b>	118
3.1	DOMINIK, A.; FUCHS, K. (1999): <i>MATHEMATICA™ Palettes - A Methodical way to Provoke Students into Using Mathematical Strategies.</i>	119
3.2	DOMINIK, A.; FUCHS, K. (2000): <i>MATHEMATICA™ Palettes - Eine für den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht adaptierte/ adaptierbare Computeralgebra Lernumgebung.</i>	129
3.3	YOSHIOKA, T.; FUCHS, K.; NISHIZAWA, H.; DOMINIK, A. (2000): <i>Step by step instruction of symbolic calculation.</i>	146
3.4	DOMINIK, A. (2001): <i>Taylor Series and Finding Zeros with MATHEMATICA and DERIVE.</i>	153

3.5	YOSHIOKA, T.; FUCHS, K.; NISHIZAWA, H.; DOMINIK, A. (2001): <i>Remedial Education of Symbolic Fractional Calculations Focused On each Calculating Step.</i>	157
4.	<b>BEWERTUNG UND AUSBLICK</b>	165
	<b>LITERATURVERZEICHNIS</b>	167

## **Vorwort und Zielsetzung**

Computeralgebrasysteme faszinieren mich seit vielen Jahren. Systeme wie MATHEMATICA, DERIVE oder MAPLE bieten Rechen-, Visualierungs- und Strukturierungshilfen bei mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Problemstellungen. Das Potenzial dieser Computeralgebrasysteme wächst stetig und immer mehr erobern diese neuen Technologien weltweit auch Schulen und Universitäten.

Meinem Freund und Studienkollegen W. Rößler verdanke ich meine ersten Schritte mit MATHEMATICA. Im Unterrichtspraktikum an der Linzer ‚HTL 2‘ lernte ich die Einsatzmöglichkeiten von DERIVE im Fach „Angewandte Mathematik“ kennen.

Für den Einsatz von MAPLE und DERIVE an Allgemeinbildenden Schulen begeisterte mich K. Fuchs (Universität Salzburg / BRG Hallein) bei zahlreichen Fortbildungsveranstaltungen für MathematiklehrerInnen.

Von R. Simonovits und dem Team von ‚Maths&Fun‘ erfuhr ich von ersten Arbeiten zum Einsatz von MATHEMATICA im Mathematikunterricht.

K. Fuchs verdanke ich den Anstoß, meine Erfahrungen über den Einsatz von speziellen MATHEMATICA - Menüs im Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Unterricht zu reflektieren und in die vorliegende Arbeit zusammen zu bringen.

Der Einsatz von DERIVE im Mathematikunterricht ist in vielen Studien bereits eingehend untersucht worden, österreichische Wissenschaftler sind maßgeblich an diesen Forschungen beteiligt. (vgl. [ASPETSBERGER et al 1994]).

MATHEMATICA wird derzeit vor allem an Universitäten und Hochschulen eingesetzt, erste Erfahrungen zum Einsatz im Mathematikunterricht an der

Bundeshandelsakademie Grazbachgasse in Graz zeigen, dass MATHEMATICA Notebooks gewinnbringend im Mathematikunterricht eingesetzt werden können (vgl. [SIMONOVITS, WILDING, 1997], [FINK 2001], [SILLER 2002]).

Meine Arbeit setzt sich zum Ziel, die faszinierenden und vielfältigen Möglichkeiten von MATHEMATICA didaktisch nutzbar zu machen, um Fundamentale Ideen wie Verkettung und Approximation funktionaler Abbildungen, sowie die Ausbildung von Funktions-Prototypen zu vermitteln.

Schließlich soll meine Dissertation auch dazu anleiten, Lern- und Experimentierumgebungen für Schülerinnen und Schüler zu gestalten, die algorithmisches Denken fördern und zum Experimentieren mit Mathematik einladen.

Zu diesem Zweck habe ich MATHEMATICA - Paletten gestaltet, die speziell für den Unterrichtseinsatz programmierte Prozeduren zur Symbolverarbeitung bereitstellen.

Die Benutzung der Paletten-Prozeduren erlaubt es den Schülerinnen und Schülern, ihre Aufmerksamkeit auf den Problemlöseprozess zu konzentrieren, verschiedene Repräsentationsmodi (grafisch, symbolisch, auditiv) unterstützen den Lernprozess (vgl. die Überlegungen zur Genetischen Methode in [WITTMANN 1981, S.130 ff]).