

Berichte aus der Physik

**Maria Elisa S. Borelli**

**Aspects of Fluctuating Membranes**

D 188 (Diss. Freie Universität Berlin)

Gedruckt mit Unterstützung des Deutschen Akademischen Austauschdienstes

Shaker Verlag  
Aachen 2000

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

*Borelli, Maria Elisa S.:*

Aspects of Fluctuating Membranes/Maria Elisa S. Borelli.

Aachen: Shaker, 2000

(Berichte aus der Physik)

Zugl.: Berlin, Freie Univ., Diss., 2000

ISBN 3-8265-8192-X

Copyright Shaker Verlag 2000

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-8192-X

ISSN 0945-0963

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 1290 • D-52013 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

## Abstract

The behavior of systems consisting of fluid membranes is investigated. Firstly, the issue of the renormalizability of the Canham-Helfrich theory, which describes fluid membranes in terms of their surface and curvature energy, is studied. With help of a derivative expansion the one-loop corrections due to thermal fluctuations to the Canham-Helfrich energy functional of a nearly flat, stiff membrane with tension are calculated in the Monge parametrization. Contrary to previous studies, an arbitrary tilt of the surface is allowed to exhibit the nontrivial relations between the different, highly nonlinear terms accompanying the ultraviolet divergences. These terms are shown to have precisely the same form as those in the original energy functional, as necessary for renormalizability.

Secondly, the Canham-Helfrich model is extended to account for quantum fluctuations. The analysis of the extended model is carried out both in first-order perturbative theory, as well as non-perturbatively, in the limit of large dimensionality of the embedding space. In contrast to thermal fluctuations, which soften the membrane at large scales and turn it into a crumpled surface, quantum fluctuations are found to stiffen the membrane. The large-scale behavior of the membrane is studied at finite temperature, where a crumpling transition is found. The phase diagram of the quantum membrane is calculated exactly in the limit of large dimensionality of the embedding space.

Thirdly, a stack of tensionless membranes with nonlinear curvature energy and vertical harmonic interaction is studied. At low temperatures, the system forms a lamellar phase. At a critical temperature, the stack disorders vertically in a melting-like transition. The critical temperature for the transition is determined perturbatively in a one-loop calculation as a function of the bending rigidity. The critical exponents for the compressibility and specific heat of the stack are also calculated. In a non-perturbative calculation in a large number of dimensions of the embedding space, the full phase diagram of the stack is determined as a function of temperature and interlayer separation.

## Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird das Verhalten von aus flüssigen Membranen bestehenden Systemen untersucht.

Zunächst wird die Frage der Renormierbarkeit der Canham-Helfrich-Theorie studiert, welche flüssige Membranen durch ihre Oberflächen- und Krümmungsenergie beschreibt. Mit Hilfe der Gradientenentwicklung werden die durch thermische Fluktuationen verursachten Ein-Schleifen-Korrekturterme des Canham-Helfrichschen Energie-Funktional für eine beinahe flache, steife Membran mit Oberflächenspannung in der Monge-Parametrisierung berechnet. Anders als bei früheren Arbeiten ist eine beliebige Neigung der Oberfläche gestattet, um die nicht-trivialen Beziehungen zwischen den unterschiedlichen, stark nicht-linearen Termen, welche die ultravioletten Divergenzen begleiten, zu zeigen. Es wird gezeigt, daß diese Terme genau die gleiche Form haben wie jene in dem ursprünglichen Energie-Funktional, was für die Renormierbarkeit nötig ist.

Dann wird das Canham-Helfrich-Modell erweitert, um auch Quantenfluktuationen zu berücksichtigen. Die Analyse des erweiterten Modells erfolgt sowohl mit der Störungstheorie erster Ordnung als auch nicht-störungstheoretisch im Grenzfall großer Dimensionalität des Einbettungsraumes. Im Gegensatz zu thermischen Fluktuationen, welche Membranen aufweichen und ihnen eine zerknitterte (crumpled) Gestalt geben, versteifen Quantenfluktuationen die Membranen. Das Verhalten der Membranen wird bei endlichen Temperaturen betrachtet, wo man auf einen Zerknitterungs-Phasenübergang (crumpling transition) stößt. Die Phasendiagramme der Quantenmembrane werden im Grenzfall großer Dimensionalität des Einbettungsraumes exakt berechnet.

Schließlich wird ein Stapel von spannungslosen Membranen mit nicht-linearer Krümmungsenergie und vertikalen harmonischen Wechselwirkungen untersucht. Bei niedrigen Temperaturen formt das System eine lamellare Phase. Bei einer kritischen Temperatur geht das System in eine vertikal ungeordnete Phase über. Die kritische Temperatur wird störungstheoretisch in einer Ein-Schleifen-Rechnung als Funktion der Krümmungssteifigkeit bestimmt. Die kritischen Exponenten für die Kompressibilität und spezifische Wärme des Stapels werden ebenfalls berechnet. In einer nicht-störungstheoretischen Berechnung, für große Dimensionalität des Einbettungsraumes, wird das gesamte Phasendiagramm des Stapels als Funktion von Temperatur und Abstand der einzelnen Schichten ermittelt.