Aspects of Fluctuating Membranes

Inauguraldissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
des Fachbereiches Physik
der Freien Universität Berlin

vorgelegt von
Maria Elisa Sarraf Borelli
aus São Paulo/Brasilien

Berlin, im Oktober 2000.

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Kleinert
Institut für Theoretische Physik
der Freien Universität Berlin
Arnimallee 14, 14195 Berlin

2. Gutachter: Prof. Dr. K.-D. Schotte
Institut für Theoretische Physik
der Freien Universität Berlin
Arnimallee 14, 14195 Berlin

Tag der Disputation: 23. Oktober 2000

Gedruckt mit Unterstützung des Deutschen Akademischen Austauschdienstes

Berichte aus der Physik

Maria Elisa S. Borelli

Aspects of Fluctuating Membranes

D 188 (Diss. Freie Universität Berlin)

Gedruckt mit Unterstützung des Deutschen Akademischen Austauschdienstes

Shaker Verlag
Aachen 2000

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Borelli, Maria Elisa S.:
Aspects of Fluctuating Membranes / Maria Elisa S. Borelli.
Aachen : Shaker, 2000
(Berichte aus der Physik)
Zugl.: Berlin, Freie Univ., Diss., 2000
ISBN 3-8265-8192-X

Printed in Germany.

ISBN 3-8265-8192-X
ISSN 0945-0963

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 1290 • D-52013 Aachen
Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9
Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Abstract

The behavior of systems consisting of fluid membranes is investigated. Firstly, the issue of the renormalizability of the Canham-Helfrich theory, which describes fluid membranes in terms of their surface and curvature energy, is studied. With help of a derivative expansion the one-loop corrections due to thermal fluctuations to the Canham-Helfrich energy functional of a nearly flat, stiff membrane with tension are calculated in the Monge parametrization. Contrary to previous studies, an arbitrary tilt of the surface is allowed to exhibit the nontrivial relations between the different, highly nonlinear terms accompanying the ultraviolet divergences. These terms are shown to have precisely the same form as those in the original energy functional, as necessary for renormalizability.

Secondly, the Canham-Helfrich model is extended to account for quantum fluctuations. The analysis of the extended model is carried out both in first-order perturbative theory, as well as non-perturbatively, in the limit of large dimensionality of the embedding space. In contrast to thermal fluctuations, which soften the membrane at large scales and turn it into a crumpled surface, quantum fluctuations are found to stiffen the membrane. The large-scale behavior of the membrane is studied at finite temperature, where a crumpling transition is found. The phase diagram of the quantum membrane is calculated exactly in the limit of large dimensionality of the embedding space.

Thirdly, a stack of tensionless membranes with nonlinear curvature energy and vertical harmonic interaction is studied. At low temperatures, the system forms a lamellar phase. At a critical temperature, the stack disorders vertically in a melting-like transition. The critical temperature for the transition is determined perturbatively in a one-loop calculation as a function of the bending rigidity. The critical exponents for the compressibility and specific heat of the stack are also calculated. In a non-perturbative calculation in a large number of dimensions of the embedding space, the full phase diagram of the stack is determined as a function of temperature and interlayer separation.

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird das Verhalten von aus flüssigen Membranen bestehenden Systemen untersucht.

Zunächst wird die Frage der Renormierbarkeit der Canham-Helfrich-Theorie studiert, welche flüssige Membranen durch ihre Oberflächen- und Krümmungsenergie beschreibt. Mit Hilfe der Gradientenentwicklung werden die durch thermische Fluktuationen verursachten Ein-Schleifen-Korrekturterme des Canham-Helfrichschen Energie-Funktionals für eine beinahe flache, steife Membran mit Oberflächenspannung in der Monge-Parametrisierung berechnet. Anders als bei früheren Arbeiten ist eine beliebige Neigung der Oberfläche gestattet, um die nicht-trivialen Beziehungen zwischen den unterschiedlichen, stark nicht-linearen Termen, welche die ultravioletten Divergenzen begleiten, zu zeigen. Es wird gezeigt, daß diese Terme genau die gleiche Form haben wie jene in dem ursprünglichen Energie-Funktional, was für die Renormierbarkeit nötig ist.

Dann wird das Canham-Helfrich-Modell erweitert, um auch Quantenfluktuationen zu berücksichtigen. Die Analyse des erweiterten Modells erfolgt sowohl mit der Störungstheorie erster Ordnung als auch nicht-störungstheoretisch im Grenzfall großer Dimensionalität des Einbettungsraumes. Im Gegensatz zu thermischen Fluktuationen, welche Membranen aufweichen und ihnen eine zerknitterte (crumpled) Gestalt geben, versteifen Quantenfluktuationen die Membranen. Das Verhalten der Membranen wird bei endlichen Temperaturen betrachtet, wo man auf einen Zerknitterungs-Phasenübergang (crumpling transition) stößt. Die Phasendiagramme der Quantenmembrane werden im Grenzfall großer Dimensionalität des Einbettungsraumes exakt berechnet.

Schließlich wird ein Stapel von spannungslosen Membranen mit nichtlinearer Krümmungsenergie und vertikalen harmonischen Wechselwirkungen untersucht. Bei niedrigen Temperaturen formt das System eine lamellare Phase. Bei einer kritischen Temperatur geht das System in eine vertikal ungeordnete Phase über. Die kritische Temperatur wird störungstheoretisch in einer Ein-Schleifen-Rechnung als Funktion der Krümmungssteifigkeit bestimmt. Die kritischen Exponenten für die Kompressibilität und spezifische Wärme des Stapels werden ebenfalls berechnet. In einer nicht-störungstheoretischen Berechnung, für große Dimensionalität des Einbettungsraumes, wird das gesamte Phasendiagramm des Stapels als Funktion von Temperatur und Abstand der einzelnen Schichten ermittelt.

Danksagung

All die Menschen zu nennen, die direkt oder indirekt zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, ist unmöglich. Einigen von ihnen möchte ich aber ausdrücklich meinen Dank aussprechen.

An erster Stelle danke ich Prof. Dr. Kleinert für das Stellen des interessanten Themas und für die Betreuung der Arbeit. Unsere vielen Diskussionen - insbesondere gegen Ende der Arbeit - waren für die Enstehung dieser Arbeit sehr wertvoll.

Unter den Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe gilt mein besonderer Dank Dr. Adriaan M. J. Schakel, der mir - vor allem am Anfang - wegweisend zur Seite gestanden hat.

Des weiteren danke ich Dr. Boris Kastening und Dr. Bruno van den Bossche für viele inspirierende Diskussionen und das kritische Lesen dieser Arbeit.

Und schließlich danke ich natürlich auch dem DAAD - insbesondere Frau Wahre - für die finanzielle Unterstützung und organisatorische Betreuung meines Aufenthaltes hier in Deutschland.

Lebenslauf

Name	Maria Elisa Sarraf Borelli
Geburtsdatum	24. Mai 1973
Geburtsort	São Paulo/Brasilien

Schulbildung	03/80-11/83	brasilianische Primärschule
	03/84-11/87	brasilianisches Gymnasium
	03/88-11/90	brasilianische High School
	11/90	brasilianische Hochschulreife
Studium	03/91-11/94	Molekular-Wissenschaften an der Universidade de São Paulo
	11/94	Bakkalaureus in Molekular-Wissenschaften
	03/95-11/96	Anfertigung einer Master-Dissertation am Instituto de Física der Universidade de São Paulo bei Prof. Dr. Carlos E. I. Carneiro, Thema: "Untersuchung der thermischen Schwankungen in Membranen unter der Anwendung der Feldtheorie"
	12/96	Master in Wissenschaften - Festkörperphysik
	seit 04/97	Wissenschaftliche Mitarbeiterin an der Freien Universität Berlin Institut für Theoretische Physik

Contents

List of Figures