

Altersspezifische, markovkettenbasierte  
Fertilitätsprognose und ihre Bedeutung  
für die Bevölkerungs- und Wirtschaftspolitik

Dissertation

zur

Erlangung des akademischen Grades

doctor rerum politicarum (Dr. rer. pol.)

der Wirtschafts- und Sozialwissenschaftlichen Fakultät

der Universität Rostock

vorgelegt von

Benjamin Strohner, geb. am 26.11.1987 in Ribnitz-Damgarten

aus Ribnitz-Damgarten

Rostock, 07.04.2015

Gutachter:

Prof. Dr. rer. nat. habil. Rafael Weißbach  
Universität Rostock

Prof. Dr. rer. pol. habil. Thusnelda Tivig  
Universität Rostock

Datum der Verteidigung: Rostock, 06.05.2015

### **Lebenslauf:**

Name: Benjamin Strohner  
Wohnort: Richard-Suhr-Siedlung 73  
18311 Ribnitz-Damgarten

Geburtsdatum: 26.11.1987  
Geburtsort: 18311 Ribnitz-Damgarten

Schulbildung: 1994 bis 1998 Grundschule am Mühlenberg Ribnitz-Damgarten  
1998 bis 2007 Richard-Wossidlo-Gymnasium Ribnitz-Damgarten

Schulabschluss: 2007 Abitur

Studium: ab 10/2007 Studium und 07/2010 Abschluss als  
Bachelor of Arts in Wirtschaftswissenschaften,  
Studienrichtung Volkswirtschaftslehre der Universität Rostock  
ab 10/2010 Studium und 09/2012 Abschluss als  
Master of Arts in Volkswirtschaftslehre der Universität Rostock  
ab 10/2012 Studium und 09/2014 Abschluss des  
Promotionsstudiengangs Demografischer Wandel der Universität Rostock  
seit 10/2014 Promotionsstudent der Volkswirtschaftslehre  
an der Universität Rostock

Hilfskrafttätigkeit: 09/2008-03/2009 studentische Hilfskraft am  
Lehrstuhl für Mikroökonomie und Wettbewerb  
03/2009-09/2010 studentische, 10/2010-09/2013 wissenschaftliche Hilfskraft am  
Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie  
07/2011-07/2013 wissenschaftliche Hilfskraft am  
Lehrstuhl für Wachstum und Konjunktur

Berufserfahrung: seit 10/2013 wissenschaftlicher Mitarbeiter  
am Lehrstuhl für Statistik und Ökonometrie der Universität Rostock  
01/2014-03/2014 wissenschaftlicher Mitarbeiter  
am Lehrstuhl für Wachstum und Konjunktur der Universität Rostock

Ribnitz-Damgarten, 09.05.2015

Berichte aus der Volkswirtschaft

**Benjamin Strohner**

**Altersspezifische, markovkettenbasierte Fertilitäts-  
prognose und ihre Bedeutung für die Bevölkerungs-  
und Wirtschaftspolitik**

erweiterte und korrigierte Ausgabe

Shaker Verlag  
Aachen 2016

**Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek**

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Rostock, Univ., Diss., 2015

Copyright Shaker Verlag 2016

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-4239-9

ISSN 0945-1048

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen  
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9  
Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • E-Mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

*„Das Bewusstsein selber trägt dazu bei, unsere Auffassung der Welt zu prägen. Du kannst das vielleicht damit vergleichen, was passiert, wenn du Wasser in einen Glaskrug gießt. Dann formt sich das Wasser entsprechend der Form der Kanne. So fügen sich auch die Sinneseindrücke nach unseren ‚Formen der Anschauung‘.“<sup>1</sup>*

*„Wie die Dinge ‚an sich‘ sind, können wir nie ganz sicher erfahren. Wir können nur wissen, wie die Dinge sich für uns ‚zeigen‘.“<sup>2</sup>*

---

<sup>1</sup>Gaarder, 1993, S.384.

<sup>2</sup>Gaarder, 1993, S.385. Diese Erklärung einer zentralen Aussage aus Kants Überlegungen vereint auch Grundzüge des konstruktivistischen Denkens und kann daher Leitgedanke allen wissenschaftlichen Schaffens sein.

# Inhaltsverzeichnis

Abkürzungsverzeichnis	VIII
Symbolverzeichnis	IX
Abbildungsverzeichnis	XII
Tabellenverzeichnis	XV
Vorwort	XVI
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Problemstellung . . . . .	1
1.2 Aufbau der Untersuchung . . . . .	3
<b>2 Theoretische Grundlagen</b>	<b>4</b>
2.1 Der Fertilitätsprozess . . . . .	4
2.2 Das volkswirtschaftliche Fertilitätsmodell . . . . .	4
Exkurs zum Einkommenseffekt auf die Kinderzahl . . . . .	9
2.3 Das statistische Fertilitätsmodell . . . . .	10
<b>3 Datengrundlage</b>	<b>15</b>
3.1 Beschreibung der Datensätze . . . . .	15
3.2 Datenaufbereitung . . . . .	16
3.3 Beschreibung der Daten . . . . .	18
<b>4 Die Bedeutung der Bevölkerungsgröße für die Wirtschaftsleistung</b>	<b>21</b>
4.1 Modell . . . . .	21
4.2 Schätzung und Modellspezifikation . . . . .	22
4.3 Annahmenüberprüfung . . . . .	23
4.4 Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik I . . . . .	25
<b>5 Mehrlingsgeburten</b>	<b>29</b>
5.1 Analyse ohne Regressoren . . . . .	29
5.1.1 Modell . . . . .	29
5.1.2 Parameterschätzung . . . . .	30
5.1.3 Eigenschaften der Schätzer . . . . .	32
5.1.4 Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	35
5.2 Analyse mit deterministischen Regressoren . . . . .	37
5.2.1 Modell . . . . .	37
5.2.2 Parameterschätzung . . . . .	38
5.2.3 Eigenschaften der Schätzer . . . . .	39
5.2.4 Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	39
5.3 Analyse mit stochastischen Regressoren . . . . .	40
5.3.1 Modell . . . . .	40
5.3.2 Parameterschätzung . . . . .	41
5.3.3 Eigenschaften der Schätzer . . . . .	42
5.3.4 Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	42

5.4	Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik II . . . . .	43
<b>6</b>	<b>Lebendgeburten</b>	<b>45</b>
6.1	Analyse ohne Regressoren . . . . .	45
6.1.1	Modell . . . . .	45
6.1.2	Parameterschätzung . . . . .	46
6.1.3	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	48
6.1.4	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	52
6.2	Analyse mit deterministischen Regressoren . . . . .	54
6.2.1	Modell . . . . .	54
6.2.2	Parameterschätzung . . . . .	55
6.2.3	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	56
6.2.4	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	57
6.3	Analyse mit stochastischen Regressoren . . . . .	57
6.3.1	Modell . . . . .	57
6.3.2	Parameterschätzung . . . . .	58
6.3.3	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	59
6.3.4	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	59
6.4	Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik III . . . . .	60
<b>7</b>	<b>Schwangerschaftsanalyse und Fertilitätsprognose ohne Regressoren</b>	<b>62</b>
7.1	Annahmen . . . . .	62
7.2	Modellstruktur . . . . .	62
7.3	Parameterschätzung . . . . .	65
7.4	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	69
7.4.1	Direkte Analyse . . . . .	69
7.4.2	Simulation . . . . .	74
7.5	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	76
7.5.1	Überprüfung der parametrischen Form im Alter . . . . .	76
7.5.2	Überprüfung der nicht-parametrischen Form in der Kinderzahl . . . . .	79
7.6	Prognose . . . . .	79
7.6.1	Durchschnittsprognose . . . . .	86
7.6.2	Individualprognose . . . . .	90
7.7	Anwendungsvorbereitung . . . . .	100
7.7.1	Parameterschätzung . . . . .	103
7.7.2	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	104
7.7.3	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	104
7.7.4	Prognose . . . . .	104
7.8	Anwendungsergebnisse . . . . .	105
7.8.1	Parameterschätzung . . . . .	105
7.8.2	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	106
7.8.3	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	106
7.8.4	Prognose . . . . .	107
7.9	Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik IV . . . . .	108
<b>8</b>	<b>Schwangerschaftsanalyse und Fertilitätsprognose mit deterministischen Regressoren</b>	<b>110</b>
8.1	Annahmen . . . . .	110
8.2	Modellstruktur . . . . .	110

8.3	Parameterschätzung . . . . .	112
8.4	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	114
8.5	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	116
8.5.1	Auswahl und Anordnung der Regressoren . . . . .	116
8.5.2	Zusammenhänge zwischen den Regressoren . . . . .	116
8.6	Prognose . . . . .	116
8.7	Anwendungsvorbereitung . . . . .	117
8.7.1	Parameterschätzung . . . . .	117
8.7.2	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	117
8.7.3	Prognose . . . . .	118
8.8	Anwendungsergebnisse . . . . .	118
8.8.1	Parameterschätzung . . . . .	118
8.8.2	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	120
8.8.3	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	120
8.8.4	Prognose . . . . .	120
8.9	Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik V . . . . .	122

**9 Schwangerschaftsanalyse und Fertilitätsprognose mit stochastischen Regressoren** **123**

9.1	Annahmen . . . . .	123
9.2	Modellstruktur . . . . .	123
9.3	Parameterschätzung . . . . .	129
9.4	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	134
9.5	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	135
9.6	Prognose . . . . .	136
9.7	Anwendungsvorbereitung . . . . .	136
9.7.1	Parameterschätzung . . . . .	137
9.7.2	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	137
9.7.3	Prognose . . . . .	137
9.8	Anwendungsergebnisse . . . . .	138
9.8.1	Parameterschätzung . . . . .	138
9.8.2	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	138
9.8.3	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	138
9.8.4	Prognose . . . . .	139
9.9	Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik VI . . . . .	139

**10 Schwangerschaftsanalyse und Fertilitätsprognose mit deterministischen und stochastischen Regressoren** **140**

10.1	Annahmen . . . . .	140
10.2	Modellstruktur . . . . .	140
10.3	Parameterschätzung . . . . .	144
10.4	Eigenschaften der Schätzer . . . . .	147
10.5	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	148
10.6	Prognose . . . . .	148
10.7	Anwendungsvorbereitung . . . . .	148
10.7.1	Parameterschätzung . . . . .	149
10.7.2	Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	149
10.7.3	Prognose . . . . .	149
10.8	Anwendungsergebnisse . . . . .	149



10.8.1 Parameterschätzung . . . . .	150
10.8.2 Eigenschaften der Schätzer . . . . .	150
10.8.3 Überprüfung der Modellspezifikation . . . . .	150
10.8.4 Prognose . . . . .	151
10.9 Schlussfolgerungen zur Bevölkerungspolitik VII . . . . .	152
<b>11 Schlussfolgerungen</b>	<b>153</b>
11.1 Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	153
11.2 Maßnahmen der Bevölkerungs- und Wirtschaftspolitik . . . . .	153
11.3 Weiterentwicklungen . . . . .	154
11.4 Fazit . . . . .	155
<b>Anhang</b>	<b>XVII</b>
Karte . . . . .	XVII
Schemata . . . . .	XVIII
Diagramme . . . . .	XXIII
Tabellen . . . . .	LIII
Herleitungen . . . . .	CLXVIII
Quelltexte . . . . .	CCVI
<b>Literatur</b>	<b>CCXCVI</b>
<b>Eidesstattliche Versicherung</b>	<b>CCCIII</b>

## Abkürzungsverzeichnis

ALQ	Arbeitslosenquote
ANA	Anteil der Arbeitslosen an allen Einwohnern
BIPpK	Bruttoinlandsprodukt pro Kopf
DBR	Bad Doberan; Kreisnummer: 51
DMN	Demin; Kreisnummer: 52
EIN	Einkünfte (i.S.d. EStG) je Steuerpflichtigen
FST	Familienstand
G	Anzahl der Frauen im Alter von 13 bis 49 Jahren in einer Gemeinde
G1000	Dummy für Gemeinde mit mindestens 1000 Frauen im Alter von 13 bis 49 Jahren
G2000	Dummy für Gemeinde mit mindestens 2000 Frauen im Alter von 13 bis 49 Jahren
G3000	Dummy für Gemeinde mit mindestens 3000 Frauen im Alter von 13 bis 49 Jahren
HGW	Greifswald, Hansestadt; Kreisnummer: 1
GGF	Gesamtgeburtenfolge
GÜS	Güstrow; Kreisnummer: 53
KRI	Häufigkeitszahl der Straftaten
LWL	Ludwigslust; Kreisnummer: 54
MST	Mecklenburg-Strelitz; Kreisnummer: 55
MV	Mecklenburg-Vorpommern
MÜR	Müritz; Kreisnummer: 56
NB	Neubrandenburg; Kreisnummer: 2
NVP	Nordvorpommern; Kreisnummer: 57
NWM	Nordwestmecklenburg; Kreisnummer: 58
OVP	Ostvorpommern; Kreisnummer: 59
PCH	Parchim; Kreisnummer: 60
REB	regionaler Bildungsstand
HRO	Rostock, Hansestadt; Kreisnummer: 3
RÜG	Rügen; Kreisnummer: 61
SN	Schwerin, Landeshauptstadt; Kreisnummer: 4
ST	Dummy für Stadtkreise (kreisfreie Städte)
HST	Stralsund, Hansestadt; Kreisnummer: 5
STS	Einkommensteuerschuld je Steuerpflichtigen
UER	Uecker-Randow; Kreisnummer: 62
VEK	verfügbares Einkommen pro Kopf
WSL	wirtschaftliche und soziale Lage
HWI	Wismar, Hansestadt; Kreisnummer: 6

## Symbolverzeichnis

$a(t, k, s)$	bedingte Lebendgeburtenwahrscheinlichkeit von $s$ Kindern im Alter $t$ und mit vorhandenen Kindern $k$
$a_{FST}(t, k, s)$	bedingte Übergangswahrscheinlichkeit von FST $k$ zu FST $s$ im Alter $t$
$a1(t, k, s)$	bedingte Geburtenwahrscheinlichkeit von $s$ Kindern im Alter $t$ und mit vorhandenen Kindern $k$
$a2(t, k)$	bedingte Schwangerschaftswahrscheinlichkeit im Alter $t$ und mit vorhandenen Kindern $k$
$a2dR(t, k, z)$	bedingte Schwangerschaftswahrscheinlichkeit im Alter $t$ , mit vorhandenen Kindern $k$ und deterministischen Regressorwerten $z$
$a2sR(t, k, z_{FST}(t))$	bedingte Schwangerschaftswahrscheinlichkeit im Alter $t$ , mit vorhandenen Kindern $k$ und stochastischen Regressorwerten $z_{FST}(t)$
$A(t)$	Matrix d. bedingten Übergangswahrscheinlichkeiten d. Kinderzahl im Alter $t$
$A_{FST}(t)$	Matrix der bedingten Übergangswahrscheinlichkeiten des FST im Alter $t$
$\alpha$	Parametermatrix der Schwangerschaftsverteilung (regressorfrei)
$\alpha_{k,1}$	Skalierungsparameter der Schwangerschaftsverteilung mit der vorhandenen Kinderzahl $k$ , für $k < km$
$\alpha_{k,2}$	Lokationsparameter der Schwangerschaftsverteilung mit der vorhandenen Kinderzahl $k$ , für $k < km$
$\alpha_{k,3}$	Streuungsparameter der Schwangerschaftsverteilung mit der vorhandenen Kinderzahl $k$ , für $k < km$
$\hat{\alpha}_{k,1}$	Punktschätzer von $\alpha_{k,1}$ (das $\hat{\cdot}$ bedeutet immer Punktschätzer der Größe unter dem Dach)
$\hat{\alpha}_{k,1u}$	Untergrenze des Konfidenzintervalls um $\hat{\alpha}_{k,1}$ (gilt entsprechend für alle Schätzer)
$\hat{\alpha}_{k,1o}$	Obergrenze des Konfidenzintervalls um $\hat{\alpha}_{k,1}$ (gilt entsprechend für alle Schätzer)
$B(n, p)$	Binomialverteilung mit Eintrittswahrscheinlichkeit $p$ und $n$ Wiederholungen
$B_\alpha$	$\alpha$ -Quantil der Binomialverteilung
$Be(p)$	Bernoulli-Verteilung mit Eintrittswahrscheinlichkeit $p$
$\beta$	Parametervektor der deterministischen Regressoren der Schwangerschaftsverteilung
$\beta_{FST}$	Parametervektor der stochastischen Regressoren der Schwangerschaftsverteilung
$C$	Konsum, der einer Frau zur Verfügung steht
$f(t, k, s)$	unbedingte Geburtenwahrscheinlichkeit von $s$ Kindern im Alter $t$ und mit vorhandenen Kindern $k$
$f_{FST}(t, k, s)$	unbedingte Übergangswahrscheinlichkeit von FST $k$ zu FST $s$ im Alter $t$
$F(t, k)$	Zustandswahrscheinlichkeit mit $k$ vorhandenen Kindern im Alter $t$
$F_{FST}(t, k)$	Zustandswahrscheinlichkeit im FST $k$ im Alter $t$
$F_B$	Verteilungsfunktion der Binomialverteilung
$F_F$	Verteilungsfunktion der F-Verteilung
$F_n$	Verteilungsfunktion der Normalverteilung
$F_{Po}$	Verteilungsfunktion der Poisson-Verteilung
$F_{\chi^2}$	Verteilungsfunktion der Chi-Quadrat-Verteilung
$F_z$	Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung

## Fortsetzung Symbolverzeichnis

$F_{\nu_1; \nu_2; \alpha}$	$\alpha$ -Quantil der F-Verteilung mit Zählerfreiheitsgrad $\nu_1$ und Nennerfreiheitsgrad $\nu_2$
$FST(t)$	Familienstand einer Frau im Alter $t$
$\Delta FST(t)$	Übergang des FST einer Frau im Alter $t$
$FST_i(t)$	individueller Wert der $i$ -ten Frau von $FST(t)$
$\gamma$	Parametermatrix der Familienstandsverteilung
$i$	Zähler über die Individuen
$II_1(k)$	Interpretationsinstrument 1
$II_2(k)$	Interpretationsinstrument 2
$K(t)$	Kinderzahl einer Frau im Alter $t$
$k$	Kinderzahl einer Frau in der jeweiligen Vorperiode
$\Delta K(t)$	Lebendgeburten einer Frau im Alter $t$
$K_i(t)$	individueller Wert der $i$ -ten Frau von $K(t)$
$K_{0i}(t)$	individueller Mutterschaftswert der $i$ -ten Frau
$km$	Kinderzahl einer Frau, ab der sich die Form der Übergangswahrscheinlichkeit zum ersten Mal ändert
$kn$	Kinderzahl einer Frau, ab der sich die Form der Übergangswahrscheinlichkeit zum zweiten Mal ändert
$\lambda$	Parametervektor der Mehrlingsgeburtenverteilung
$\lambda_0$	Parameter der vereinfachten Mehrlingsgeburtenverteilung
$\lambda_1$	Achsenabschnittsparameter der Mehrlingsgeburtenverteilung
$\lambda_2$	Altersanstiegsparameter der Mehrlingsgeburtenverteilung
$\lambda_3$	Zuschlagsparameter für Folgegeburten der Mehrlingsgeburtenverteilung
$m$	Anzahl der Altersstufen im Modell
$\mu(t)$	durchschnittlicher Kinderzahlerwartungswert im Alter $t$
$\mu_i(t)$	individueller Kinderzahlerwartungswert im Alter $t$
$n$	Anzahl der Frauen in der Stichprobe
$dN^+(t, k)$	Anzahl der Frauen mit Geburten im Alter $t$ , mit vorhandenen Kindern $k$
$dN^+(t, k, s)$	Anzahl der Frauen mit Geburten im Alter $t$ , mit vorhandenen Kindern $k$ und Anzahl der Kinder in der Geburt $s$
$dN(t, k, s)$	Anzahl der Lebendgeburten im Alter $t$ , mit vorhandenen Kindern $k$ und Anzahl der Kinder in der Geburt $s$
$dN_{FST}(t, k, s)$	Anzahl der Übergänge des FST von Zustand $k$ zu Zustand $s$ im Alter $t$
$dN_{GGF}^+(t, k)$	Anzahl der Frauen mit $k$ -ter Geburt im Alter $t$
$N(\mu, \sigma^2)$	Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu$ und Varianz $\sigma^2$
$\omega(t)$	durchschnittliche Kinderzahlwölbung im Alter $t$
$\omega_i(t)$	individuelle Kinderzahlwölbung im Alter $t$
$\pi$	Parametervektor der Lebendgeburtenverteilung
$\pi_{01}$	Parameter der vereinfachten Lebendgeburtenverteilung für ein Kind in der Geburt
$\pi_{02}$	Parameter der vereinfachten Lebendgeburtenverteilung für zwei oder mehr Kinder in der Geburt
$\pi_1$	Achsenabschnittsparameter der Lebendgeburtenverteilung
$\pi_2$	Zuschlagsparameter für Mehrlingsgeburten der Lebendgeburtenverteilung
$\pi_3$	Altersanstiegsparameter der Lebendgeburtenverteilung

## Fortsetzung Symbolverzeichnis

$R$	Überleben eines Kindes (als Zufallsgröße)
$r$	Überleben eines Kindes (als fester Wert)
$R_{ij}$	individueller Wert der $i$ -ten Frau und des $j$ -ten Kindes von $R$ in der angesprochenen Geburt
$S$	Anzahl der Kinder in einer Geburt (als Zufallsgröße)
$s$	Anzahl der Kinder in einer Geburt (als fester Wert)
$S_i$	individueller Wert der $i$ -ten Frau von $S$ in der angesprochenen Geburt
$sn$	Anzahl der Simulationen
$\sigma^2(t)$	durchschnittliche Kinderzahlvarianz im Alter $t$
$\sigma_i^2(t)$	individuelle Kinderzahlvarianz im Alter $t$
$t$	Zähler über die Altersstufen
$u$	Zähler über die Simulationen
$\chi_{\nu;\alpha}^2$	$\alpha$ -Quantil der Chi-Quadrat-Verteilung mit $\nu$ Freiheitsgraden
$\tau(t)$	durchschnittliche Kinderzahlschiefe im Alter $t$
$\tau_i(t)$	individuelle Kinderzahlschiefe im Alter $t$
$\theta(t)$	durchschnittlicher Mutteranteil im Alter $t$
$\theta_i(t)$	individueller Mutteranteil im Alter $t$
$v(t)$	durchschnittliche Kinderzahlverteilung im Alter $t$
$v_i(t)$	individuelle Kinderzahlverteilung im Alter $t$
$V(\hat{\alpha})$	Varianz-Kovarianz-Matrix von $\hat{\alpha}$ (gilt entsprechend für alle anderen Schätzer)
$W$	Prüfgröße des Likelihood-Quotiententests
$Y(t, k)$	Zahl der Frauen im Alter $t$ und mit vorhandener Kinderzahl $k$
$Y_{FST}(t, k)$	Zahl der Frauen im Alter $t$ und mit FST $k$
$y(t)$	Zahl der Frauen im Alter $t$
$yn$	Anzahl der Beobachtungen in der Simulation
$z_\alpha$	$\alpha$ -Quantil der Standardnormalverteilung
$Z$	Vektor der Regressoren einer Frau (allgemein)
$z$	Vektor der Regressoren einer Frau (konkret)
$Z_i$	individueller Wert der $i$ -ten Frau von $Z$
$Z_{FST}(t)$	Familienstand einer Frau im Alter $t$ zur Nutzung als Regressor

# Abbildungsverzeichnis

1	Kreiskarte MV . . . . .	XVII
2	Schema des Fertilitätsprozesses . . . . .	XVIII
3	Schema der Modellstruktur ohne Regressoren . . . . .	XIX
4	Schema der Modellstruktur mit deterministischen Regressoren . . . . .	XX
5	Schema der Modellstruktur mit stochastischen Regressoren . . . . .	XXI
6	Schema der Modellstruktur mit deterministischen und stochastischen Regressoren	XXII
7	Alterspezifische Fertilitätsraten . . . . .	XXIII
8	Geburten nach Alter und GGF . . . . .	XXIV
9	Geburten nach Familienstand . . . . .	XXV
10	Geburten nach Wohnkreis . . . . .	XXVI
11	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Altersklassen . . . . .	XXVII
12	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Familienstand . . . . .	XXVIII
13	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Wohnkreis . . . . .	XXIX
14	Schwangerschaftswahrscheinlichkeiten . . . . .	XXX
15	Interpretationsinstrument 1 . . . . .	XXXI
16	Interpretationsinstrument 2 . . . . .	XXXI
17	Varianzen aus der Simulation . . . . .	XXXII
18	Kovarianzen aus der Simulation . . . . .	XXXII
19	Schwangerschaftswahrscheinlichkeiten nicht-parametrisch . . . . .	XXXIII
20	Anteilswertprognose durchschnittlich . . . . .	XXXIV
21	Erwartungswertprognose durchschnittlich . . . . .	XXXV
22	Verteilungsprognose durchschnittlich 1 . . . . .	XXXVI
23	Verteilungsprognose durchschnittlich 2 . . . . .	XXXVII
24	Anteilswertprognose individuell . . . . .	XXXVIII
25	Erwartungswertprognose individuell . . . . .	XXXIX
26	Erwartungswertprognose mit deterministischen Regressoren 1 . . . . .	XL
27	Erwartungswertprognose mit deterministischen Regressoren 2 . . . . .	XLI
28	Erwartungswertprognose mit deterministischen Regressoren 3 . . . . .	XLII
29	Erwartungswertprognose mit deterministischen Regressoren 4 . . . . .	XLIII
30	Erwartungswertprognose mit deterministischen Regressoren 5 . . . . .	XLIV
31	Schwangerschaftswahrscheinlichkeiten nach FST . . . . .	XLV
32	Schwangerschaftswahrscheinlichkeiten nach FST nicht-parametrisch . . . . .	XLVI
33	Anteilswertprognose mit stochstischen Regressoren . . . . .	XLVII
34	Erwartungswertprognose mit stochstischen Regressoren . . . . .	XLVIII
35	Verteilungsprognose mit stochstischen Regressoren . . . . .	XLIX
36	Erwartungswertprognose mit deterministischen und stochstischen Regressoren 1	L
37	Erwartungswertprognose mit deterministischen und stochstischen Regressoren 2	LI
38	Erwartungswertprognose mit deterministischen und stochstischen Regressoren 3	LII

# Tabellenverzeichnis

1	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt . . . . .	LIII
2	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt und Alter . . . . .	LIII
3	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt und GGF . . . . .	LIV
4	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt, GGF und Alter, Teil 1 . . . . .	LIV
5	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt, GGF und Alter, Teil 2 . . . . .	LV
6	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt und Familienstand . . . . .	LV
7	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt und Wohnkreis . . . . .	LVI
8	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt und Wohngemeinde . . . . .	LVII
9	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt und Überleben . . . . .	LXVIII
10	Geburten nach Anzahl der Kinder in der Geburt, Überleben und Alter . . . . .	LXIX
11	Geburten nach Überleben und GGF . . . . .	LXIX
12	Geburten nach Überleben, GGF und Alter, Teil 1 . . . . .	LXX
13	Geburten nach Überleben, GGF und Alter, Teil 2 . . . . .	LXXI
14	Geburten nach Überleben und Familienstand . . . . .	LXXI
15	Geburten nach Überleben und Wohnkreis . . . . .	LXXII
16	Geburten nach Überleben und Wohngemeinde . . . . .	LXXIII
17	Geburten nach Alter und GGF . . . . .	LXXXIV
18	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Alter und Familienstand . . . . .	LXXXV
19	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Alter und Wohnkreis . . . . .	LXXXVI
20	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Alter und Wohnkreis . . . . .	LXXXVII
21	weiblicher Bevölkerungsbestand nach Altersklassen und Wohngemeinde . . . . .	LXXXVIII
22	Kreisdaten . . . . .	C
23	Gemeindedaten . . . . .	CI
24	Regression der Wirtschaftsleistung auf Kreisebene 1 . . . . .	CX
25	Regression der Wirtschaftsleistung auf Kreisebene 2 . . . . .	CX
26	Regression der Wirtschaftsleistung auf Gemeindeebene 1 . . . . .	CX
27	Regression der Wirtschaftsleistung auf Gemeindeebene 2 . . . . .	CX
28	Regression der Wirtschaftsleistung, White-Test . . . . .	CXI
29	Regression der Wirtschaftsleistung auf Gemeindeebene, White-Korrektur . . . . .	CXI
30	Regression der Wirtschaftsleistung, Kolmogorov-Smirnov-Test . . . . .	CXI
31	Regression der Wirtschaftsleistung, Ramsey-Reset-Test . . . . .	CXI
32	Regression der Wirtschaftsleistung auf Gemeindeebene 3 . . . . .	CXII
33	Regression der Wirtschaftsleistung, Chow-Breakpoint-F-Test . . . . .	CXII
34	Regression der Wirtschaftsleistung, Chow-Forecast-Test . . . . .	CXII
35	Sterbetafel 2009/2011, neue Länder . . . . .	CXIII
36	Wanderungen, MV, 2012 . . . . .	CXIII
37	Nettoeffekt eines Einwanderers . . . . .	CXIII
38	Nettoeffekt eines Neugeborenen . . . . .	CXIV
39	Auswanderungsquoten . . . . .	CXIV
40	Mehrlingsgeburten Parameterschätzergebnisse deterministisch . . . . .	CXV
41	Mehrlingsgeburten Hesse-Matrix deterministisch . . . . .	CXVI
42	Mehrlingsgeburten Likelihood-Quotiententest deterministisch . . . . .	CXVI
43	Mehrlingsgeburten Parameterschätzergebnisse stochastisch . . . . .	CXVII
44	Mehrlingsgeburten Hesse-Matrix stochastisch . . . . .	CXVIII
45	Mehrlingsgeburten Likelihood-Quotiententest stochastisch . . . . .	CXVIII
46	Lebendgeburten Parameterschätzergebnisse deterministisch . . . . .	CXIX
47	Lebendgeburten Hesse-Matrix deterministisch . . . . .	CXX
48	Lebendgeburten Likelihood-Quotiententest deterministisch . . . . .	CXX

49	Lebendgeburten Parameterschätzergebnisse stochastisch . . . . .	CXXI
50	Lebendgeburten Hesse-Matrix stochastisch . . . . .	CXXII
51	Lebendgeburten Likelihood-Quotiententest stochastisch . . . . .	CXXII
52	Geburten nach Alter und k . . . . .	CXXIII
53	hinzugefügte Geburten nach Alter und k . . . . .	CXXIV
54	hinzugefügte Frauen nach Alter . . . . .	CXXV
55	Ergebnisse der Schwangerschaftswahrscheinlichkeiten . . . . .	CXXVI
56	Ergebnisse der Interpretationsinstrumente . . . . .	CXXVI
57	Determinante und Unterdeterminanten der Hesse-Matrix für $\hat{\alpha}$ . . . . .	CXXVII
58	Ergebnis der Varianz-Kovarianz-Matrix der Parameterschätzer $\hat{\alpha}$ . . . . .	CXXVIII
59	t-Tests aus der Simulation . . . . .	CXXIX
60	KSA-Tests aus der Simulation . . . . .	CXXIX
61	Parameterschätzergebnisse homogene Modellvariante . . . . .	CXXIX
62	Parameterschätzergebnisse nicht-parametrische Modellvariante . . . . .	CXXX
63	Parameterschätzergebnisse parametrische Modellvariante . . . . .	CXXX
64	Modellvarianten Likelihood-Quotiententests . . . . .	CXXXI
65	Modellvarianten AIC-Werte . . . . .	CXXXI
66	Tests der Interpretationsinstrumente . . . . .	CXXXI
67	Anteilswertprognose durchschnittlich . . . . .	CXXXII
68	Erwartungswertprognose durchschnittlich . . . . .	CXXXIII
69	Varianzprognose durchschnittlich . . . . .	CXXXIV
70	Schiefeprognose durchschnittlich . . . . .	CXXXV
71	Wölbungprognose durchschnittlich . . . . .	CXXXVI
72	Verteilungsprognose durchschnittlich Standardsituation . . . . .	CXXXVII
73	Verteilungsprognose durchschnittlich niedrige Variante 1 . . . . .	CXXXVII
74	Verteilungsprognose durchschnittlich mittlere Variante 1 . . . . .	CXXXVIII
75	Verteilungsprognose durchschnittlich hohe Variante 1 . . . . .	CXXXVIII
76	Verteilungsprognose durchschnittlich niedrige Variante 2 . . . . .	CXXXIX
77	Verteilungsprognose durchschnittlich mittlere Variante 2 . . . . .	CXXXIX
78	Verteilungsprognose durchschnittlich hohe Variante 2 . . . . .	CXXXIX
79	Verteilungsprognose durchschnittlich hohe Variante 3 . . . . .	CXL
80	Determinanten und Unterdeterminanten der Hesse-Matrizen für $\hat{\beta}$ . . . . .	CXL
81	Ergebnis der Varianz-Kovarianz-Matrix der Parameterschätzer $\hat{\beta}$ . . . . .	CXL
82	Ergebnisse der Modellspezifikationsvarianten von $\hat{\beta}$ Teil 1 . . . . .	CXLI
83	Ergebnisse der Modellspezifikationsvarianten von $\hat{\beta}$ Teil 2 . . . . .	CXLII
84	Modellvarianten Loglikelihood- und AIC-Werte mit deterministischem Regressor . . . . .	CXLIII
85	Regressionen der Regressoren . . . . .	CXLIV
86	Erwartungswertprognose deterministische Regressoren Variante 1 . . . . .	CXLV
87	Erwartungswertprognose deterministische Regressoren Variante 2 . . . . .	CXLVI
88	Erwartungswertprognose deterministische Regressoren Variante 3 . . . . .	CXLVII
89	Erwartungswertprognose deterministische Regressoren Variante 4 . . . . .	CXLVIII
90	Erwartungswertprognose deterministische Regressoren Variante 5 . . . . .	CXLIX
91	Determinante und Unterdeterminanten der Hesse-Matrix für $\hat{\beta}_{FST}$ . . . . .	CL
92	Parameterschätzergebnisse Familienstandsprozess . . . . .	CL
93	Ergebnis der Varianz-Kovarianz-Matrix des Parameterschätzers $\hat{\beta}_{FST}$ . . . . .	CL
94	Parameterschätzergebnisse $\hat{\beta}_{FST}$ nicht-parametrisch . . . . .	CLI
95	Parametertests auf $\beta_{FST}$ . . . . .	CLI
96	Modellvarianten Likelihood-Quotiententests mit stochastischem Regressor . . . . .	CLI
97	Modellvarianten AIC-Werte mit stochastischem Regressor . . . . .	CLI
98	Anteilswertprognose stochastische Regressoren . . . . .	CLII



99	Erwartungswertprognose stochastische Regressoren . . . . .	CLIII
100	Verteilungsprognose stochastische Regressoren . . . . .	CLIV
101	Determinanten und Unterdeterminanten der Hesse-Matrizen für $\hat{\beta}$ mit $\hat{\beta}_{FST}$ . . .	CLIV
102	Ergebnis der Varianz-Kovarianz-Matrix der Parameterschätzer $\hat{\beta}$ mit $\hat{\beta}_{FST}$ . . .	CLIV
103	Ergebnisse der Modellspezifikationsvarianten von $\hat{\beta}$ mit $\hat{\beta}_{FST}$ . . . . .	CLV
104	Modellvarianten Loglikelihood- und AIC-Werte mit deterministischen und stochastischen Regressoren . . . . .	CLVI
105	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 1 Teil 1 . . . . .	CLVII
106	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 1 Teil 2 . . . . .	CLVIII
107	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 1 Teil 3 . . . . .	CLIX
108	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 1 Teil 4 . . . . .	CLX
109	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 1 Teil 5 . . . . .	CLXI
110	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 2 Teil 1 . . . . .	CLXII
111	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 2 Teil 2 . . . . .	CLXIII
112	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 3 Teil 1 . . . . .	CLXIV
113	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 3 Teil 2 . . . . .	CLXV
114	Erwartungswertprognose stochastische und deterministische Regressoren Variante 3 Teil 3 . . . . .	CLXVI
115	Quantile der Chi-Quadrat-Verteilung . . . . .	CLXVII
116	kritische Werte für den Kolmogorov-Smirnov-Anpassungstest . . . . .	CLXVII

## Vorwort

Der Demografische Wandel ist das größte wirtschaftliche und gesellschaftliche Problem des 21. Jahrhunderts und dennoch liegen nur wenige sinnvoll verwertbare und verlässliche Erkenntnisse darüber vor, wie ihm politisch begegnet werden kann. Da selbst die Sinnhaftigkeit einer Bevölkerungspolitik in Deutschland regelmäßig bestritten wird, habe ich es mir zur Aufgabe gemacht, in dieser Arbeit ihren Sinn aufzuzeigen und weiterhin auf dem Wege der Analyse und Prognose des Fertilitätsprozesses Ansatzpunkte und Maßnahmen für eine effektive Wirtschafts- und Bevölkerungspolitik im Demografischen Wandel zu entwickeln. Dabei möchte ich auch deutlich herausstellen, wie wenige, einfache, ökonomische Mechanismen im Zusammenspiel mit fortgeschrittenen statistischen Methoden den im individuellen Verhalten wurzelnden komplexen Prozess des Demografischen Wandels verstehen lassen.

Danken möchte ich dem Statistischen Amt Mecklenburg-Vorpommern für die großzügige Bereitstellung des Datenmaterials und den Professoren und Mitarbeitern des Lehrstuhls für Statistik und Ökonometrie und des Lehrstuhls für Wachstum und Konjunktur der Universität Rostock für ihre hilfreichen Anregungen und vielfache Unterstützung.

Ribnitz-Damgarten, 07.04.2015

Benjamin Strohner