

# B-Spline Volume Meshing for CFD Simulations Using Modified Catmull-Clark Methods

Von der Fakultät für Mathematik, Informatik und  
Naturwissenschaften der RWTH Aachen University zur  
Erlangung des akademischen Grades eines Doktors der  
Naturwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom-Ingenieur  
Christian Michael Rom

aus Aachen

Berichter: apl. Prof. Dr. rer. nat. Siegfried Müller

Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Leif Kobbelt

Tag der mündlichen Prüfung: 20.08.2014

Diese Dissertation ist auf den Internetseiten der Hochschulbibliothek  
online verfügbar.



Industriemathematik und Angewandte Mathematik

**Christian Michael Rom**

**B-Spline Volume Meshing for CFD Simulations  
Using Modified Catmull-Clark Methods**

Shaker Verlag  
Aachen 2015

**Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek**

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: D 82 (Diss. RWTH Aachen University, 2014)

Copyright Shaker Verlag 2015

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-3421-9

ISSN 1615-6390

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • e-mail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)

# Acknowledgments

First of all, I would like to thank Dr. Karl-Heinz Brakhage for his guidance throughout the development of this work. He introduced me to the fascinating topic of mesh generation by combining methods from computer graphics, computer-aided geometric design and computational fluid dynamics. Whenever support was necessary, he took the time to discuss and to explain new ideas or potential problem solutions.

Furthermore, I want to thank Prof. Dr. Siegfried Müller for his support, especially by giving advice regarding the flow solver Quadflow, and Prof. Dr. Leif Kobbelt for fruitful discussions which helped to improve this work. I also want to thank both for reviewing this thesis. I am grateful to Prof. Dr. Wolfgang Dahmen for the improvements originating from his detail questions and for his participation in the examination committee.

Being at the Institut für Geometrie und Praktische Mathematik (IGPM) was always a pleasure due to the great friendliness and helpfulness of all my colleagues. This not only concerns discussions regarding my research, teaching, exam corrections, administrative tasks or computer-related issues but also private conversations and activities. I am very glad for the friendships which have developed in the course of time.

The members of the Quadflow team greatly helped in achieving good flow simulation results. I very much appreciate all the good ideas and suggestions for solving problems with the flow solver and for improving the results.

Finally, I want to thank my family. This work would not have been possible without their everlasting support and encouragement.

Financial support from the German Research School for Simulation Sciences (GRS) is gratefully acknowledged.



# Abstract

In this thesis, new techniques for the fast semiautomatic generation of high-quality block-structured B-spline volume meshes for numerical flow simulations are presented. The starting point is a given surface of arbitrary topology representing an object in a flow field. It is defined by a collection of untrimmed or trimmed B-spline patches described by parametrizations which are usually not suitable for numerical flow simulations, e.g., due to gaps or overlaps.

The first part of the mesh generation process developed in this work is the generation of a surface mesh as a control mesh for a Catmull-Clark surface which approximates the given surface. For this purpose, an initial coarse polyhedron has to be constructed manually or with the aid of templates first. A control mesh is then generated from this initial polyhedron by applying an iterative surface fitting approach. The first iteration step is a subdivision of the initial polyhedron using a modified Catmull-Clark method. The modification allows for modeling sharp creases. The second iteration step precomputes points of the Catmull-Clark limit surface. These limit points are projected onto the target surface in the third iteration step by applying the Nelder-Mead algorithm. In the last iteration step, the projected points are approximated using the CGLS method to obtain new surface mesh vertices with improved approximation properties for the following iteration loop. User interventions, e.g., for surface mesh smoothing, parameter correction or feature detection, are possible at any stage of the iterative process. The surface meshing is finished when the approximation of the given surface is sufficient, measured by the distance of the limit points to the B-spline surface. The convergence behavior of the iterative process is investigated.

The extension of the surface mesh to a volume mesh is done in two steps: first, an offset mesh is attached to the surface mesh for the accurate resolution of thin boundary layers, which occur in viscous fluid flow close to objects, e.g., for high Reynolds number flows. The second step of the volume mesh generation is the construction of a far-field mesh which is attached to the offset mesh. This is the part of the meshing process of this work which needs the most user input.

In a last step, the final volume mesh is converted into a block-structured B-spline mesh. The inner surface mesh can then be understood as a control mesh for a B-spline surface described by a watertight reparametrization of the given B-spline surface. Further refinements of the volume mesh can then be applied by spline evaluation. Alternatively, an extension of the Catmull-Clark rules for the application to volumes can be used. If the offset and the far-field mesh are generated during the iterative surface

meshing process, this process can be continued by replacing the surface subdivision in the first iteration step by volume subdivision. The final B-spline volume meshes are well-suited for adaptive flow simulations.

The new meshing techniques are tested for two different wing-fuselage configurations and an airplane engine. For one of the wing-fuselage configurations, results of numerical simulations with the adaptive finite volume flow solver Quadflow are compared with experimental data obtained from wind tunnel readings.



# Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden neue Methoden zur schnellen halbautomatischen Generierung qualitativ hochwertiger blockstrukturierter B-Spline-Volumengitter für numerische Strömungssimulationen präsentiert. Der Ausgangspunkt ist eine gegebene Fläche beliebiger Topologie, die ein Objekt in einem Strömungsfeld repräsentiert. Eine solche Fläche ist definiert durch eine Ansammlung ungetrimmter oder getrimmter B-Spline-Patches mit Parametrisierungen, die üblicherweise zur Anwendung im Bereich der Strömungssimulation ungeeignet sind, z.B. durch das Vorhandensein von Löchern oder Überlappungen.

Der erste Teil des in dieser Arbeit entwickelten Gittergenerierungsprozesses ist die Generierung eines Oberflächengitters als Kontrollgitter einer Catmull-Clark-Fläche, die die gegebene Fläche approximiert. Hierzu muss zunächst manuell oder mithilfe von Templates ein grobes Anfangspolyeder konstruiert werden. Davon ausgehend wird dann durch die Anwendung eines iterativen Prozesses zur Flächenapproximation ein Kontrollgitter erstellt. Der erste Iterationsschritt unterteilt das Anfangspolyeder durch modifizierte Catmull-Clark-Subdivision. Die Modifikation ermöglicht die Modellierung scharfer Kanten. Im zweiten Iterationsschritt werden Punkte der Catmull-Clark-Grenzfläche vorausberechnet, die im dritten Schritt mithilfe des Nelder-Mead-Algorithmus auf die gegebene Zielfläche projiziert werden. Im letzten Iterationsschritt werden die projizierten Punkte unter Verwendung der CGLS-Methode so approximiert, dass neue Kontrollgitterpunkte mit verbesserten Approximationseigenschaften für die folgende Iteration berechnet werden. Interventionen durch den Benutzer sind jederzeit während des iterativen Prozesses möglich, z.B. zur Glättung, Parameterkorrektur oder Kantenerkennung. Die Oberflächengittergenerierung kann beendet werden, wenn eine ausreichende Approximationsgüte bezüglich der gegebenen Fläche erreicht worden ist. Dies wird über den Abstand der Grenzflächenpunkte zur gegebenen B-Spline-Fläche quantifiziert. Das Konvergenzverhalten der iterativen Methode wird untersucht.

Die Erweiterung eines Oberflächengitters zu einem Volumengitter erfolgt in zwei Schritten: Zunächst wird ein Offsetgitter an das Oberflächengitter angeschlossen. Dieses dient der Auflösung von dünnen Grenzschichten, die in reibungsbehafteter Strömung in der Nähe von Objekten entstehen, beispielsweise bei Strömungen mit hoher Reynolds-Zahl. Anschließend wird ein Fernfeldgitter konstruiert, das an das Offsetgitter angeschlossen wird. Dieser Teil des Gesamtprozesses zur Gittergenerierung erfordert die meiste Benutzerinteraktion.

In einem letzten Schritt wird das finale Volumengitter in ein blockstrukturiertes B-Spline-Gitter konvertiert. Das innere Oberflächengitter kann dabei als Kontrollgitter-

ter für eine B-Spline-Fläche betrachtet werden, beschrieben durch eine wasserdichte Reparametrisierung der gegebenen B-Spline-Fläche. Weitere Verfeinerungen des Volumengitters können durch Splineevaluation erreicht werden. Alternativ kann eine Erweiterung der Catmull-Clark-Unterteilungsregeln auf den Volumenfall angewendet werden. Wenn das Offset- und das Fernfeldgitter während des iterativen Prozesses zur Oberflächengittergenerierung konstruiert werden, kann dieser Prozess fortgesetzt werden, indem die Oberflächen-Subdivision im ersten Iterationsschritt durch Volumen-Subdivision ersetzt wird. Die finalen B-Spline-Gitter sind gut geeignet für adaptive Strömungssimulationen.

Die neuen Gittergenerierungsmethoden werden anhand zweier Flügel-Rumpf-Konfigurationen und eines Flugzeugtriebwerks getestet. Für eine der beiden Flügel-Rumpf-Konfigurationen werden Ergebnisse numerischer Simulationen mit dem adaptiven Finite-Volumen-Löser Quadflow verglichen mit experimentellen Daten aus Windkanal-Messungen.

# Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Mesh Generation: State of the Art . . . . .	1
1.2	Mesh Terminology . . . . .	3
1.3	Scope of the Thesis . . . . .	4
1.3.1	Surface Mesh Generation by an Iterative Fitting Approach . . . . .	7
1.3.2	Surface Fitting and Reconstruction: State of the Art . . . . .	9
1.3.3	Volume Mesh Generation . . . . .	11
1.4	Structure of the Thesis . . . . .	12
1.5	Mathematical Notations . . . . .	13
<b>2</b>	<b>Background on B-Splines and Subdivision</b>	<b>15</b>
2.1	B-Spline Functions . . . . .	15
2.2	B-Spline Curves . . . . .	17
2.2.1	Evaluation . . . . .	17
2.2.2	Knot Insertion . . . . .	18
2.3	Tensor Product B-Splines . . . . .	20
2.4	Subdivision for Curves . . . . .	21
2.5	Subdivision for Surfaces . . . . .	22
<b>3</b>	<b>Modified Catmull-Clark Subdivision</b>	<b>25</b>
3.1	Catmull-Clark Subdivision Surfaces . . . . .	25
3.2	Limit Surface of the Subdivision Process . . . . .	31
3.2.1	Limit Point Computation for an Inner Face without Crease Edges	36
3.2.2	Limit Point Computation for a Face with One Boundary Vertex	43
3.2.3	Limit Point Computation for a Face with One Boundary Edge .	45
3.2.4	Limit Point Computation for a Face with Two Boundary Edges	47
3.2.5	Limit Point Computation for an Inner Face with One or Two Crease Edges . . . . .	48
3.2.6	Limit Point Computation on the Boundary Curve . . . . .	49
3.2.7	Limit Point Computation on Inner Crease Edges . . . . .	50
3.2.8	Summary of the Requirements and Priorities for the Limit Point Computation . . . . .	52
3.3	Three-Dimensional Subdivision Based on the Catmull-Clark Method . .	54

<b>4</b>	<b>Surface Mesh Generation</b>	<b>57</b>
4.1	Test Cases: Airplane Wings and Simplified Fuselage . . . . .	58
4.1.1	Wing-Fuselage Configuration . . . . .	58
4.1.2	Wing-Winglet-Fuselage Configuration . . . . .	60
4.2	Manual Construction of an Initial Surface Polyhedron . . . . .	61
4.2.1	Wing-Fuselage Configuration . . . . .	61
4.2.2	Wing-Winglet-Fuselage Configuration . . . . .	63
4.3	Projection of Catmull-Clark Limit Points onto B-Spline Surfaces . . . . .	63
4.3.1	Computation of Normal Vectors and Principal Curvatures . . . . .	73
4.4	Approximation of Projected Limit Points . . . . .	76
4.5	Nonshrinking Surface Mesh Smoothing . . . . .	78
4.6	Improvement of the Initial Polyhedron . . . . .	80
4.7	Surface Mesh Generation Results . . . . .	83
4.7.1	Wing-Fuselage Configuration . . . . .	83
4.7.2	Wing-Winglet-Fuselage Configuration . . . . .	88
4.8	Convergence Study for the Iterative Surface Meshing Process . . . . .	91
<b>5</b>	<b>B-Spline Volume Mesh Generation</b>	<b>95</b>
5.1	Volume Mesh Requirements and Properties . . . . .	95
5.2	Generation of a Body-Fitted Offset Mesh . . . . .	96
5.3	Generation of a Far-Field Mesh . . . . .	106
5.4	Conversion into a B-Spline Volume Mesh . . . . .	122
<b>6</b>	<b>Application of the Mesh Generation Process to Computational Fluid Dynamics</b>	<b>129</b>
6.1	CFD: Physical Background and Flow Phenomena . . . . .	129
6.1.1	Navier-Stokes Equations . . . . .	129
6.1.2	Navier-Stokes Equations in Dimensionless Form . . . . .	131
6.1.3	Turbulence . . . . .	132
6.1.4	Boundary Layer Theory . . . . .	133
6.1.5	Shocks . . . . .	134
6.2	The adaptive flow solver Quadflow . . . . .	135
6.3	Wind Tunnel Experiments for the Wing-Fuselage Configuration . . . . .	136
6.4	Numerical Flow Simulations . . . . .	136
6.4.1	Final Volume Mesh for the Simulations . . . . .	137
6.4.2	Simulation Results . . . . .	141
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>153</b>
7.1	Current Status . . . . .	153
7.2	Outlook . . . . .	155
<b>A</b>	<b>Subdivision Matrices for <math>n \in \{4, 5, 6\}</math></b>	<b>157</b>

B	Limit Coefficients for $n \in \{3, 4, 5, 6\}$	159
C	Masks for Exact Normal Vectors and Principal Curvatures	163
D	Multi-Block Topology for Quadflow	165
	Bibliography	169