Schriftenreihe des Instituts für
Modellierung und Berechnung der
Technischen Universität Hamburg-Harburg

Band 2

Steffen Petersen

Adaptive finite und infinite Elementemethoden in der Akustik

Shaker Verlag
Aachen 2007

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über http://dnb.d-nb.de abrufbar.

Zugl.: Hamburg-Harburg, Techn. Univ., Diss., 2006

Herausgeber:

Prof. Dr.-Ing. Otto von Estorff

Technische Universität Hamburg-Harburg
Institut für Modellierung und Berechnung
Denickestraße 17
21073 Hamburg

Telefon: 040/42878-3032
Fax: 040/42878-4353
E-Mail: estorff@tu-harburg.de
Internet: http://www.mub.tu-harburg.de

Copyright Shaker Verlag 2007
Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-5931-0
ISSN 1860-8221

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen
Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9
Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Adaptive finite und infinite Elementemethoden in der Akustik

Steffen Petersen

Für die Untersuchung akustischer Systeme, die durch die Wellengleichung oder die Helmholtzgleichung bestimmt sind, existieren nur in bestimmten Sonderfällen analytische Lösungen. Bei komplexeren Problemen werden daher in der Regel numerische Berechnungsverfahren wie die Finite-Elemente-Methode (FEM) eingesetzt.

Die FE-Lösung der Helmholtzgleichung wird von dem so genannten Pollution-Effekt beeinträchtigt, d.h. die Genauigkeit der numerischen Lösung verschlechtert sich mit steigender Wellenzahl. Durch den Einsatz von Elementen mit hoher Polynomordnung lässt sich der Pollution-Effekt reduzieren. Eine hohe Ordnung wirkt sich jedoch negativ auf die Eigenschaften der resultierenden Gleichungssysteme aus, was die Konvergenz heute üblicher iterativer Lösungsalgorithmen beeinträchtigt. Anhand von detaillierten Untersuchungen und numerischen Beispielen wird gezeigt, dass insbesondere Elemente basierend auf Bernsteinpolynomen robuste und sehr effiziente akustischen Simulationen auch bei höheren Frequenzen liefern. Zudem werden Elemente mit Bernsteinpolynomen formuliert, die einen sofortigen Einsatz in praktischen FE-Simulationen erlauben und dabei den Rechenaufwand erheblich reduzieren.

Während sich die FEM für die Untersuchung von Strukturen und geschlossenen Gebieten gut eignet, sind spezielle Methoden notwendig, um unbegrenzte Gebiete zu modellieren. Für akustische Untersuchungen, basierend auf der FEM, bedeutet dies, dass in der Regel spezielle Formulierungen erforderlich sind, um die Sommerfeldbedingung (Abstrahlbedingung) zu erfüllen. Eine Möglichkeit besteht in der Verwendung von infiniten Elementen. Kernpunkt von diesen Elementen sind Ansatzfunktionen, die die Charakteristik von abgestrahlten Wellen wiedergeben.

Durch eine Anpassung der Elementbasis lässt sich das zuvor genannte Konzept der Verwendung von Bernsteinpolynomen auch auf Schallabstrahlungsberechnungen mit infiniten Elementen übertragen, wobei auf eine optimierte Formulierung der so genannten Astley-Leis Elemente zurückgegriffen wird. Der Vorteil dieser Elemente wird anhand von numerischen Beispielen aufgezeigt.

Die infiniten Elemente sind grundsätzlich so formuliert, dass sich die Ansatzfunktionen mit steigender radialer Ordnung der Fundamentallösung für die Helmholtzgleichung im Außenraum nähern. Bei vielen Fragestellungen, wie beispielsweise bei Untersuchungen von Strukturen mit stark gerichteter Schallabstrahlung, ist eine hohe radiale Ordnung jedoch nur lokal in bestimmten Bereichen der Diskretisierung notwendig. Um die Anzahl der Freiheitsgrade im System zu reduzieren, erscheint es daher sinnvoll, die Ordnung der infiniten Elemente innerhalb der Diskretisierung zu variieren. Eine derartige Anpassung der Diskretisierung kann dabei mit Hilfe von üblichen (und ggf. modifizierten) Fehlerindikatoren erfolgen. Ein entsprechendes Berechnungsverfahren wird vorgestellt und dessen Anwendbarkeit an Beispielrechnungen diskutiert.

Die hier beschriebenen und neu entwickelten Verfahren bilden die Grundlage für akustische Simulationen im Rahmen eines Berechnungsmodells zur Untersuchung von Reifen-Fahrbahngeräuschen. Das Gesamtmodell ist dabei in drei Schritte unterteilt: Die Bestimmung des stationären Rollzustandes des Reifens, die Ermittlung der Reifenschwingungen mit Hilfe einer modalen Superposition sowie die Schallabstrahlungsberechnungen. Um die akustischen Eigenschaften des jeweiligen Reifen-Fahrbahnsystems im relevanten Frequenzbereich mit akzeptablem Rechenaufwand zu ermitteln ist der Einsatz von sehr effizienten Methoden, wie die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Verfahren, notwendig.