

**Regler- und Beobachterentwurf für nichtlineare Systeme  
mit Hilfe des Automatischen Differenzierens**

Klaus Röbenack

Von der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Dresden zur Erlangung des akademischen Grades *Doktoringenieur habitatus* (Dr.-Ing. habil.) angenommene Habilitationsschrift.

Vorsitzender:	Prof. Dr.-Ing. habil. W. Schwarz
Gutachter:	Prof. Dr.-Ing. Dr.rer.nat. K. Reinschke
	Prof. A. Griewank, PhD
	Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. M. Zeitz

Eingereicht am:	19.07.2004
Eröffnung des Verfahrens:	21.07.2004
Vortrag mit Kolloquium:	19.07.2005

Berichte aus der Steuerungs- und Regelungstechnik

**Klaus Röbenack**

**Regler- und Beobachterentwurf für nichtlineare  
Systeme mit Hilfe des Automatischen Differenzierens**

Shaker Verlag  
Aachen 2005

**Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Habil.-Schr., 2005

Copyright Shaker Verlag 2005

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-4414-X

ISSN 0945-1005

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: [www.shaker.de](http://www.shaker.de) • eMail: [info@shaker.de](mailto:info@shaker.de)





# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik der Technischen Universität Dresden. Sie enthält wesentliche Ergebnisse meiner Forschungsarbeiten zum Regler- und Beobachterentwurf für nichtlineare Systeme auf der Basis des Automatischen Differenzierens.

Mein Dank gebührt zuallererst Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.rer.nat. K. J. Reinschke. Er gewährte mir großzügige Unterstützung; seine Anregungen haben diese Arbeit erst möglich gemacht.

Etlliche Forschungsergebnisse entstanden in enger Zusammenarbeit mit dem Institut für Wissenschaftliches Rechnen. Herrn Prof. A. Griewank, Frau Dr.rer.nat. A. Walther und Herrn Dipl.-Math. O. Vogel danke ich für zahlreiche inspirierende Gespräche.

Mein Dank gilt ferner Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.h.c. M. Zeitz vom Institut für Systemdynamik und Regelungstechnik der Universität Stuttgart für viele wertvolle Hinweise und die detaillierte Durchsicht des Manuskripts.

Bei meinen Arbeitskollegen am Institut für Regelungs- und Steuerungstheorie, insbesondere bei Herrn Dr.-Ing. habil. J. Rudolph, möchte ich mich herzlich für zahlreiche interessante Diskussionen bedanken. Herrn Dipl.-Ing. J. Winkler danke ich für die angenehme Arbeitsatmosphäre. Außerdem möchte ich mich bei Herrn Dr. A. F. Lynch von der University of Alberta in Edmonton (Kanada) für seine fachlichen Anregungen bedanken.

Meinem Vater möchte ich für die gründliche Durchsicht der Arbeit danken. Nicht zuletzt danke ich meiner Frau für ihre Unterstützung und Geduld.

Dresden, im August 2005

Klaus Röbenack



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstellung . . . . .	1
1.2	Ziele und Gliederung der Arbeit . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Automatisches Differenzieren</b>	<b>7</b>
2.1	Ableitungen und Methoden zu deren Berechnung . . . . .	7
2.2	Vorwärtsmodus . . . . .	9
2.3	Rückwärtsmodus . . . . .	14
2.4	Taylorkoeffizienten . . . . .	18
2.5	Jacobimatrizen . . . . .	21
2.6	Zusammenfassung . . . . .	25
<b>3</b>	<b>Berechnung von Lie-Ableitungen in der Differentialgeometrie</b>	<b>27</b>
3.1	Lie-Ableitungen von Funktionen . . . . .	28
3.2	Jacobimatrizen bzw. Gradienten von Lie-Ableitungen . . . . .	39
3.3	Variationsgleichung und ihre Adjungierte . . . . .	45
3.4	Lie-Klammern . . . . .	48
3.5	Gemischte Lie-Ableitungen . . . . .	58
3.6	Lie-Ableitungen entlang mehrfacher Lie-Klammern . . . . .	60
3.7	Beispiel: Manipulator . . . . .	62
3.8	Zusammenfassung . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Reglerentwurf mittels exakter Eingangs-Ausgangs-Linearisierung</b>	<b>73</b>
4.1	Exakte Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für Eingrößensysteme . . . . .	74
4.2	Berechnung der Zustandsrückführung für Eingrößensysteme . . . . .	81
4.3	Stabilisierung um eine Referenz Ausgangstrajektorie . . . . .	84
4.4	Exakte Eingangs-Ausgangs-Linearisierung für Mehrgrößensysteme . . . . .	87
4.5	Berechnung der Zustandsrückführung für Mehrgrößensysteme, Variante I . . . . .	92
4.6	Berechnung der Zustandsrückführung für Mehrgrößensysteme, Variante II . . . . .	95
4.7	Beispiel: Doppelpendel . . . . .	98
4.8	Beispiel: Spurnachführung . . . . .	102
4.9	Beispiel: Radbewegung . . . . .	107
4.10	Zusammenfassung . . . . .	110

<b>5 Entwurf von High-Gain-Beobachtern</b>	<b>113</b>
5.1 Beobachtbarkeit . . . . .	114
5.2 Beobachtbarkeitsmatrizen . . . . .	116
5.3 High-Gain-Beobachter für Eingrößensysteme . . . . .	121
5.4 Berechnung der High-Gain-Beobachterverstärkung für Eingrößensysteme . . . . .	126
5.5 Beobachtbarkeitsindizes . . . . .	130
5.6 High-Gain-Beobachter für Mehrgrößensysteme . . . . .	134
5.7 Berechnung der High-Gain-Beobachterverstärkung für Mehrgrößensysteme . . . . .	139
5.8 Beispiel: Chua-Schaltung . . . . .	143
5.9 Beispiel: Spurnachführung . . . . .	147
5.10 Zusammenfassung . . . . .	151
<b>6 Erweiterter Luenberger-Beobachter</b>	<b>153</b>
6.1 Zeitvariante Ackermann-Formel . . . . .	154
6.2 Normalform-Beobachter . . . . .	156
6.3 Nichtlineare Ackermann-Formel . . . . .	159
6.4 Berechnung der Beobachterverstärkung des erweiterten Luenberger-Beobachters für Eingrößensysteme . . . . .	164
6.5 Verallgemeinerungen der Ackermann-Formel für nichtlineare Mehrgrößensysteme . . . . .	170
6.6 Berechnung der Beobachterverstärkung des erweiterten Luenberger-Beobachters für Mehrgrößensysteme . . . . .	174
6.7 Beispiel: Rössler-Attraktor . . . . .	177
6.8 Beispiel: Rührkesselreaktor . . . . .	182
6.9 Beispiel: Spurnachführung . . . . .	183
6.10 Zusammenfassung . . . . .	186
<b>7 Beobachterentwurf mittels erweiterter Linearisierung</b>	<b>187</b>
7.1 Beschreibung des Verfahrens . . . . .	188
7.2 Berechnung der Ausgangsaufschaltung . . . . .	191
7.3 Beispiel: Ball-Balken-System . . . . .	196
7.4 Beispiel: Synchronmotor . . . . .	200
7.5 Zusammenfassung . . . . .	206
<b>8 Berechnung von Referenzverläufen</b>	<b>207</b>
8.1 Folgeregelung und Vorsteuerung . . . . .	207
8.2 Berechnung der Referenztrajektorie für den Eingang, Variante I . . . . .	209
8.3 Berechnung der Referenztrajektorie für den Eingang, Variante II . . . . .	221
8.4 Beispiel: Ball-Balken-System . . . . .	226
8.5 Beispiel: Manipulator . . . . .	228
8.6 Zusammenfassung . . . . .	231
<b>9 Zusammenfassung der Untersuchungsergebnisse</b>	<b>233</b>
9.1 Gegenstand und Ergebnisse der Arbeit . . . . .	233
9.2 Ausblick . . . . .	237

---

<b>A</b>	<b>Ackermann-Formel und Normalform-Beobachter</b>	<b>239</b>
A.1	Herleitung der Ackermann-Formel für lineare Eingrößensysteme . . . . .	239
A.2	Existenzbedingungen für die nichtlineare Beobachter-Normalform . . . . .	243
A.3	Ergänzungen zur Ackermann-Formel für nichtlineare Systeme . . . . .	251
A.4	Zusammenhang zwischen zeitvarianter und nichtlinearer Ackermann-Formel	252
A.5	Ackermann-Formel für lineare Mehrgrößensysteme . . . . .	254
<b>B</b>	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>259</b>
B.1	Allgemeine mathematische Symbole . . . . .	259
B.2	Differentialoperatoren . . . . .	260
B.3	Software . . . . .	261
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>263</b>