

Endlichkeit von Bildsprachen synchroner, kontextfreier Ketten-Code-Bild-Systeme

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades

Doktoringenieurin (Dr.-Ing.),

angenommen durch die Fakultät für Informatik
der Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg,

von Diplominformaterin **Bianca Truthe**,
geboren am 10. Januar 1975 in Magdeburg.

Gutachter: Prof. Dr. rer. nat. habil. Jürgen Dassow
Prof. Dr. rer. nat. habil. Ludwig Staiger
Prof. Dr. rer. nat. habil. Dietmar Wätjen

Promotionskolloquium: 17. Juni 2005, Magdeburg

Berichte aus der Informatik

Bianca Truthe

**Endlichkeit von Bildsprachen synchroner,
kontextfreier Ketten-Code-Bild-Systeme**

Shaker Verlag
Aachen 2005

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Zugl.: Magdeburg, Univ., Diss., 2005

Copyright Shaker Verlag 2005

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 3-8322-4223-6

ISSN 0945-0807

Shaker Verlag GmbH • Postfach 101818 • 52018 Aachen

Telefon: 02407 / 95 96 - 0 • Telefax: 02407 / 95 96 - 9

Internet: www.shaker.de • eMail: info@shaker.de

Kurzfassung

Ketten-Code-Bild-Systeme sind LINDENMAYER-Systeme über einem speziellen Alphabet. Die erzeugten Wörter werden als Bilder interpretiert. Dies führt zu Ketten-Code-Bildsprachen. In der vorliegenden Arbeit werden synchrone, kontextfreie Ketten-Code-Bild-Systeme in Hinsicht auf die Endlichkeit der von ihnen erzeugten Bildsprachen untersucht.

Aufbauend auf einer Abstrahierungshierarchie, in der die Interpretation eines Wortes als Bild einen mehrstufigen Prozess durchläuft, werden Bedingungen hergeleitet, anhand derer entschieden werden kann, ob ein Ketten-Code-Bild-System eine endliche Bildsprache erzeugt oder nicht.

Die allgemeinen synchronen, kontextfreien Ketten-Code-Bild-Systeme werden auch *sTOL*-Systeme (tabellierte Systeme) genannt. Systeme mit speziellen Eigenschaften sind die *sDTOL*-Systeme (deterministisch-tabellierte Systeme) und die *sOL*-Systeme (einfach-nichtdeterministische Systeme). Darunter wiederum haben die *sDOL*-Systeme (die deterministischen Systeme) besondere Eigenschaften. Die Endlichkeit der erzeugten Bildsprachen wird für diese vier Familien von Ketten-Code-Bild-Systemen getrennt untersucht. Dadurch werden Zusammenhänge zwischen den Familien von Bildsprachen sichtbar.

Es wird nachgewiesen, dass die Endlichkeit von Bildsprachen synchroner, kontextfreier Ketten-Code-Bild-Systeme in linearer Zeit entscheidbar ist.

Inhaltsverzeichnis

Notation	vii
Einleitung	1
1. Grundlagen	9
1.1. Strukturen über einem Alphabet	9
1.2. Graphische Einbettung	12
1.3. Spezielle Endomorphismen	25
1.4. Ketten-Code-Bild-Systeme	42
1.4.1. Untersysteme	44
1.4.2. Obersysteme	47
2. Deterministische Systeme	53
2.1. Längenkontrahierende <i>sDOL</i> -Systeme	53
2.2. Längenexpandierende <i>sDOL</i> -Systeme	57
2.3. Längenkonstante <i>sDOL</i> -Systeme	58
2.4. Zusammenfassung zu <i>sDOL</i> -Systemen	68
3. Einfach-nichtdeterministische Systeme	69
3.1. Deterministische Untersysteme	69
3.2. Längenkontrahierende <i>sOL</i> -Systeme	71
3.3. Längenexpandierende <i>sOL</i> -Systeme	72
3.4. Längenkonstante <i>sOL</i> -Systeme	72
3.5. Zusammenfassung zu <i>sOL</i> -Systemen	88
4. Deterministisch-tabellierte Systeme	91
4.1. Längenkontrahierende <i>sDTOL</i> -Systeme	92
4.2. Längenexpandierende <i>sDTOL</i> -Systeme	93
4.3. Längenkonstante <i>sDTOL</i> -Systeme	93
4.3.1. Reine, längenkonstante Systeme	95
4.3.2. Gemischte, längenkonstante Systeme	97

4.4. Zusammenfassung zu <i>sDTOL</i> -Systemen	105
5. Tabellierte Systeme	107
5.1. Längenkontrahierende <i>sTOL</i> -Systeme	107
5.2. Längenexpandierende <i>sTOL</i> -Systeme	108
5.3. Längenkonstante <i>sTOL</i> -Systeme	109
5.4. Zusammenfassung zu <i>sTOL</i> -Systemen	121
6. Komplexität	123
7. Abschließende Bemerkungen	133
7.1. Zusammenfassung	133
7.2. Ausblick	134
Literatur	137
Thesen	139
Erklärung	141
Danksagung	143
Lebenslauf	145

Notation

r, u, l, d	Symbole für Zeichenbewegungen (<i>right, up, left, down</i>)
λ	Leerwort (Wort der Länge 0)
\mathcal{A}	Alphabet $\{r, u, l, d\}$
\mathcal{A}^*	Menge aller Wörter über dem Alphabet \mathcal{A} einschließlich λ
\mathcal{A}^+	Menge aller Wörter über dem Alphabet \mathcal{A} ohne λ
\mathcal{A}^n	Menge aller Wörter aus \mathcal{A}^* der Länge n
\mathbb{A}	Menge aller endlichen, nichtleeren Teilmengen von \mathcal{A}^*
u, v, w, x, y, \dots	Wörter aus \mathcal{A}^*
x, y, \dots	Variable für Buchstaben aus \mathcal{A} , evtl. mit Indices
$ w $	Länge des Wortes $w \in \mathcal{A}^*$
$ w _x$	Anzahl der Vorkommen des Buchstaben x im Wort w
$[w]$	Buchstaben-Menge eines Wortes w
$[W]$	Menge aller Buchstaben in einem Wort der Menge W
$ W $	Mächtigkeit der Menge W
\mathbb{Z}^2	Menge aller geordneten Paare ganzer Zahlen
o	Nullpunkt des \mathbb{Z}^2 : $(0, 0)$
α, p, q, r, v	Punkte des \mathbb{Z}^2 , evtl. mit Indices
$\odot^\alpha(w)$	Knotenmenge zum Wort w bezüglich des Punktes α
$g^\alpha(w)$	gerichteter Graph zum Wort w bezüglich des Punktes α
$u^\alpha(w)$	schlichter gerichteter Graph zu $g^\alpha(w)$
$s^\alpha(w)$	Spur des Wortes w
$\ ^\alpha w$	Kantenmenge des schlichten gerichteten Graphen $u^\alpha(w)$
$\ ^\alpha W$	Vereinigung aller Kantenmengen zu $w \in W$
$p^\alpha(w)$	Bild des Wortes w bezüglich des Punktes α
$\square^\alpha(w)$	Bildfläche von $p^\alpha(w)$
\mathbb{N}_0	Menge der nichtnegativen natürlichen Zahlen
\mathbb{N}	Menge der positiven natürlichen Zahlen
$U \subseteq S$	U ist Untersystem von S
$S \supseteq U$	S ist Obersystem von U
$*$	Beweis-Ende
\heartsuit	Beispiel-Ende
⚡	Widerspruch